

# ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ШТОКА ПОРШНЯ ОДНОСТУПЕНЧАТОГО ДЛИНОХОДОВОГО ПОРШНЕВОГО КОМПРЕССОРА

В работе проводится анализ напряженного состояния системы шток поршня — поршень одноступенчатого длинноходового поршневого компрессора. Данные компрессоры применяются для изменения давления сжатого газа от нормального атмосферного давления (760 мм рт. ст. = 0,101 МПа) до давления нагнетания (2–10 МПа). Определены критерии расчета штока поршня с точки зрения его динамики с учетом частоты собственных колебаний штока поршня. Сделаны выводы и приведены практические рекомендации, которые можно использовать в процессе проектирования данных компрессорных ступеней.

**Ключевые слова:** одноступенчатый длинноходовый поршневой компрессор, потеря устойчивости сжатых стержней, резонанс, критическая сила сжатия Эйлера, полигропный процесс, частота свободных колебаний штока, частота вынужденных колебаний штока.

**Введение.** В настоящее время в различных отраслях промышленности широко применяются газовые компрессоры различных конструкций. Одной из таких схем является конструкция поршневого компрессора, предназначенного для получения сжатого воздуха или иного газа. Как правило, данный тип компрессора имеет несколько ступеней сжатия для получения воздуха высокого давления [1].

Для мобильных транспортных средств, например судов, требуются более компактные компрессоры. Практика показала, что особенный интерес представляют поршневые длинноходовые компрессоры. Данные конструкции интересны тем, что они имеют только одну ступень сжатия. При этом обеспечивается повышение давления от нормального (760 мм рт. ст. = 0,101 МПа) до конечного (2–10 МПа). Как показано в работе [2], к длинноходовым относят одноступенчатые поршневые компрессоры с относительной длиной цилиндра  $\psi = L/D_c > 10$ . Для соблюдения теплового режима данные компрессоры делают тихоходными  $T > 2\text{с}$ . Пример такого компрессора приведен на рис. 1. Обозначения физических величин, принятые в данной статье, приведены в табл. 1. Различным вопросам, связанным с проектированием и применением на практике длинноходовых тихоходных поршневых компрессоров, посвящены работы [3–7].

Кроме вопросов, связанных с термодинамикой и теплопередачей при получении сжатых газов, необходимо решать важные задачи по расчету конструкции данных компрессоров на прочность,

жесткость, колебания и т.д. Данные задачи рассматриваются в фундаментальных работах [8–11].

Рассматриваемый компрессор состоит из нескольких узлов и деталей. Обратим внимание на прочностной расчет поршня компрессора и его штока, изготовленных совместно как единая деталь. В работе [12] рассматривалась методика расчета данной детали с точки зрения статической прочности и устойчивости. Однако несомненный интерес представляют динамические расчеты с учетом частоты собственных колебаний штока поршня.

**Постановка задачи.** Как было указано выше, в настоящее время длинноходовые поршневые компрессоры для мобильных средств изготавливают тихоходными для соблюдения теплового режима. Это означает, что данные компрессоры формируют малый расход газа высокого давления. При создании новых перспективных быстроходных моделей таких компрессоров и, соответственно, эффективном решении задач охлаждения узлов и деталей данных машин, возникает задача расчета динамической прочности их наиболее нагруженных узлов и, в частности, системы шток поршня — поршень. Решению данного вопроса посвящена данная публикация.

На рис. 2 представлен испытательный стенд длинноходового тихоходного поршневого компрессора [5]. Принципиальная схема рабочего цилиндра компрессора приведена на рис. 3 [12].

В начальный момент времени  $t = 0$  поршень компрессора занимает положение 2, при этом шток поршня на всю свою длину выходит наружу через

Таблица 1

## Обозначения в формулах

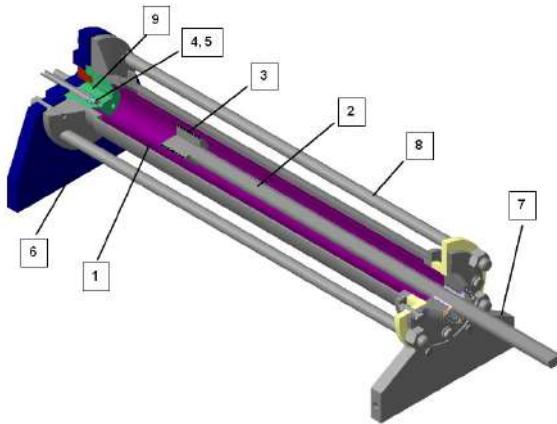


Рис. 1. Принципиальная модель тихоходной компрессорной ступени: 1 — цилиндр, 2 — поршень-шток, 3 — поршневые уплотнения, 4 — всасывающий клапан, 5 — нагнетательный клапан, 6, 7 — опоры, 8 — монтажные шпильки, 9 — клапанная плита [2]



Рис. 2. Действующая модель длинноходового компрессора: 1 — силовой гидроцилиндр, 2 — ступень поршневого компрессора, 3 — ресивер, 4 — циркуляционный насос системы охлаждения, 5 — бак охлаждающей жидкости, 6 — система контроля положения поршня, 7 — система контроля параметров сжатого газа [5]

отверстие в левой торцевой стенке цилиндра. В данный момент времени давление газа в камере цилиндра составляет  $P_{\min}$  МПа. В следующий момент времени шток поршня и сам поршень начинают движение вправо, сжимая газ. В конце первой половины рабочего цикла поршень занимает положение 2а. В результате этого давление газа в камере увеличивается до  $P_{\max}$  МПа и сжатый газ через открытый клапан уходит в ресивер. Далее во вторую половину рабочего цикла поршень перемещается до крайнего левого положения, создавая разряжение в камере цилиндра для его заполнения газом с давлением  $P_{\min}$  МПа.

На основе рис. 3 составим схему прочностного расчета штока поршня на прочность и устойчивость, рис. 4. В реальной конструкции корпус компрессора неподвижен, а перемещается шток поршня вместе с поршнем. В расчетной схеме поступим наоборот. Шток поршня и поршень неподвижны, а перемещается корпус компрессора. Иными словами, в начальный момент времени  $t = 0$  опора штока поршня совпадает с отверстием в правой торцевой стенке цилиндра — точка С совмещается с точкой В, расположенной в месте соединения поршня и его штока. Текущая координата по оси  $z$  равна  $z = a = l$ .

Символы	Описание	Размерность
$\psi$	Относительная длина поршневого цилиндра	м
$S_p$	Рабочий ход поршня	м
$D_c$	Внутренний диаметр цилиндра ступени	м
$T$	Время рабочего цикла компрессора	м
$D_r$	Диаметр штока поршня компрессора	м
$L_c$	Длина цилиндра компрессора	м
$H_p$	Длина поршня	м
$l$	Длина штока поршня	м
$a(t)$	Текущая длина штока поршня внутри цилиндра ступени	м
$P_{\max}$	Максимальное давление газа в рабочей камере компрессора	Па
$P_{\min}$	Минимальное давление газа в рабочей камере компрессора	Па
$F_p$	Сила давления сжатого газа	Н
$k$	Показатель политропы	
$V(t)$	Текущий объем рабочей камеры компрессора	м <sup>3</sup>
$V_{\max}$	Максимальный объем рабочей камеры компрессора. Начало первой половины периода	м <sup>3</sup>
$a_{\max}$	Максимальное перемещение поршня в цилиндре	м
$a_{\min}$	Минимальное перемещение поршня в цилиндре	м
$t$	Текущее время	с
$\omega$	Угловая частота перемещения поршня в цилиндре	
$F_{kr}$	Критическая сила, при которой шток поршня теряет свою устойчивость	Н
$E$	Модуль Юнга материала штока поршня	МПа
$J_{\min}$	Минимальный момент инерции сечения штока поршня	м <sup>4</sup>
$v$	Коэффициент приведения длины для условий закрепления штока поршня	
$R$	Коэффициент детерминации. Максимальное значение — 1	
$S$	Площадь поперечного сечения штока поршня	м <sup>2</sup>
$u$	Продольное перемещение текущего сечения штока поршня при его колебаниях	м
$m$	Масса поршня	кг
$\rho$	Плотность материала поршня и штока поршня	кг/м <sup>3</sup>

В конце первой половины рабочего цикла подвижная опора — точка С совпадает с другим концом штока поршня — точкой А. Текущая координата по оси  $z$  будет равна  $z = a = 0$ . В конце второй половины рабочего периода текущая координата по оси  $z$  возвращается к положению  $z = a = l$ .

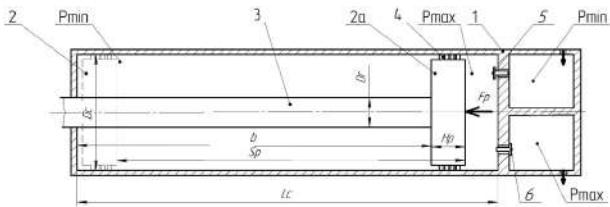


Рис. 3. Принципиальная схема расчета штока поршня на прочность и устойчивость: 1 — цилиндр компрессора, 2 — поршень (начальное положение поршня), 2а — поршень (конечное положение поршня), 3 — шток поршня, 4 — уплотнение поршня, 5 — всасывающий клапан, 6 — нагнетательный клапан [12]

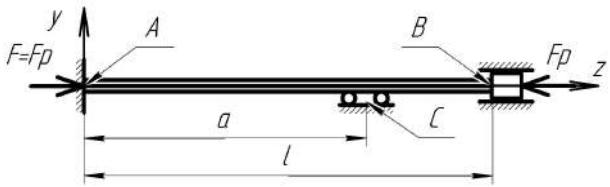


Рис. 4. Схема расчета штока поршня на прочность и устойчивость. Первая половина периода (прямой ход поршня)

Сжатый в рабочей ступени газ формирует силу  $F_p$ , действующую на поршень и его шток. С противоположной стороны штока действует сила  $F$  формируемая приводом компрессора. Примем, что в каждый момент времени  $t$  данные силы равны  $F = F_p$ . Иными словами, на основании первого закона Ньютона прямоугольная система координат, применяемая на рис. 4, является инерциальной и поршень совместно со штоком находятся либо в состоянии покоя, либо совершают равномерное прямолинейное движение. В рассматриваемом случае поршень и его шток находятся в состоянии покоя.

Выражение для описания рабочего политропного процесса сжатия газа в тихоходной ступени приведено ниже.

$$PV^k = \text{const.} \quad (1)$$

В работе [13] проведено исследование показателей политропы для рабочих процессов воздушных поршневых тихоходных длинноходовых компрессорных ступеней. Для условия  $P_{\max} \leq 5 \text{ МПа}$  —  $-k \approx 1,05$ , при  $P_{\max} = 5-10 \text{ МПа}$  —  $k \approx 1,1$ .

В ходе своей работы поршень компрессора совершает возвратно-поступательные движения. В первую половину рабочего цикла движение поршня создает разряжение в рабочей зоне компрессора, за счет чего газ заполняет ее.

Во вторую половину периода рабочего цикла поршень сжимает газ, создавая его избыточное давление, рис. 4. Для данного этапа на основании выражения (1) запишем.

$$P(t) = \frac{P_{\min} V_{\max}^k}{V(t)^k}, \quad (2)$$

$$V_{\max}^k = \left[ (L_c - H_p - b_{\min}) \frac{\pi D_c^2}{4} \right]^n, \quad b = 1 - a, \quad (3)$$

$$V(t)^k = \left[ (L_c - H_p - b(t)) \frac{\pi D_c^2}{4} \right]^n. \quad (4)$$

Величина перемещения штока поршня и самого поршня  $b(t)$  определяется законом движения рабочего органа силового привода компрессора. Примем допущение, что поршень совершает гармонические колебания (5).

$$\begin{aligned} b(t) &= \frac{b_{\max}}{2} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{b_{\max}}{2} = \\ &= \frac{1 - a_{\min}}{2} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1 - a_{\min}}{2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Тогда изменение величины давления  $P(t)$  в рабочей камере компрессора в первой половине периода будет определять выражение (6).

$$\begin{aligned} P(t) &= \\ &= P_{\min} \left( \frac{L_c - H_p - (1 - a_{\max})}{L_c - H_p - \frac{(1 - a_{\min})}{2} \left[ \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + 1 \right]} \right)^k. \end{aligned} \quad (6)$$

Величина силы сжатия в первой половине периода будет определяться следующим выражением:

$$\begin{aligned} F_p(t) &= P(t) \frac{\pi D_c^2}{4} = \\ &= P_{\min} \left( \frac{L_c - H_p + a_{\max} - 1}{L_c - H_p + \frac{a_{\min} - 1}{2} \left[ \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + 1 \right]} \right)^k \times \\ &\quad \times \left[ \frac{\pi D_c^2}{4} \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

С учетом выражения  $\omega = 2\pi/T$  изменим выражение (7)

$$\begin{aligned} F_p(t) &= P(t) \left[ \frac{\pi D_c^2}{4} \right] = \\ &= P_{\min} \left( \frac{L_c - H_p + a_{\max} - 1}{L_c - H_p + \frac{a_{\min} - 1}{2} \left[ \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - \frac{\pi}{2}\right) + 1 \right]} \right)^k \times \\ &\quad \times \left[ \frac{\pi D_c^2}{4} \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Выражение (8) по своей сути описывает «газовую пружину», которая является аналогом обычной механической пружины, действующей в колебательной механической системе, где значения силы сжатия зависят от перемещений поршня компрессора.

В реальной конструкции поршневого компрессора на величину давления сжатого газа оказывают воздействия многие факторы. Например, величина настройки выпускных и впускных клапанов, температурный режим компрессора и т.д. Графические зависимости значений давления в рабочей камере компрессора от времени приведены в работах [5, 13].

В данной работе рассматривается задача определения критической силы, вызывающей потерю устойчивости штока поршня поршневых длинноходовых компрессорных ступеней. Так как выраже-

Значения коэффициента приведения  $v$  в зависимости от соотношения текущей длины штока  $a$  к его полной длине  $l$ 

$a(t)/l$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$v$	0,499	0,463	0,426	0,392	0,362	0,35	0,362	0,391	0,426	0,463	0,499

ние (8) дает завышенные значения силы, действующей на шток поршня, по сравнению с реальными величинами этой силы, то применим данное выражение для расчета критической силы  $F_{kr}$ . Иными словами, мы принимаем во внимание коэффициент запаса прочности.

Наиболее полным и универсальным методом исследования устойчивости механической системы является динамический метод, который анализирует свойства возмущенного движения элементов данной системы. Если при этом движении возмущенная система возвращается в равновесное состояние, то она устойчива, и наоборот.

В нашем случае на процесс формирования давления сжатого газа действует значительное количество нелинейных и разнородных физических и конструкционных факторов. Поэтому исходные дифференциальные уравнения оказываются слишком сложными для решения. В связи с этим воспользуемся статическим методом Эйлера, который отвечает на вопрос: при какой нагрузке возникают смежные формы равновесия штока поршня, отличающиеся от прямолинейной формы?

**Теория.** В работе [14] опубликованы расчетные параметры для определения критической нагрузки центрально сжатых стержней по формуле Эйлера, выражение (9).

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 E J_{min}}{\left( -1,184 \sin \left( \left( 1 - \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{a_{min}}{l} \right) \right) \left[ \sin \left( 2\pi \frac{t}{T} - \frac{\pi}{2} \right) + 1 \right] \right) + 1,07 \right)^2}. \quad (12)$$

Далее необходимо провести сравнение выражений (8) и (12) для недопущения формирования критической нагрузки, действующей на шток поршня. Ниже будет приведен пример данного расчета.

Кроме расчетов штока поршневого компрессора на устойчивость также необходимо проверить исследуемую колебательную систему на резонанс. За расчетную схему колебательной системы выберем рис. 3 и 4. Примем, что поршень 2 (2a) совершает колебательное движение. Справа на поршень действует сила  $F_p(t)$ , изменяющаяся во времени по закону, определяемому выражением (8). Слева с поршнем взаимодействует сила упругости штока поршня 3. Примем допущение, что поперечные сечения штока поршня остаются плоскими, при этом частицы стержня перемещаются только в продольном направлении вдоль оси  $z$ .

Примем, что  $u$  является продольным перемещением текущего сечения штока при его колебаниях и  $u$  является функцией двух переменных — координаты  $z$  и текущего времени  $t$ ,  $u = u(z, t)$ . Перемещение бесконечно близкого поперечного сечения штока будет равно  $u + (\partial u / \partial z) dz$ , а относительное удлинение —  $\varepsilon = \partial u / \partial z$ .

Для составления дифференциального уравнения движения поршня воспользуемся рис. 4. Тогда

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 E J_{min}}{(vl)^2}. \quad (9)$$

Расчетная схема исследуемого штока поршня и условия его нагружения и закрепления приведены на рис. 4. В табл. 2 приведены значения коэффициента приведения  $v$  в зависимости от соотношения текущей длины штока  $a$  к его полной длине  $l$ .

На основании расчетных схем, приведенных на рис. 3 и 4, запишем выражение (10).

$$a(t) = l \left( 1 - \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{a_{min}}{l} \right) \right) \left[ \sin \left( 2\pi \frac{t}{T} - \frac{\pi}{2} \right) + 1 \right]. \quad (10)$$

Преобразуем дискретные данные, приведенные в табл. 2 в интерполяционную функцию зависимости значения коэффициента приведения  $v$  от соотношения текущей длины штока  $a$  к его полной длине  $l$ , выражение (11), [15].

$$v = -1,184 \sin \left( \frac{a(t)}{l} + 1,07 \right) + 1,547, R = 0,974. \quad (11)$$

Подставим выражения (10) и (11) в уравнение (9).

с учетом направления оси  $z$  на рис. 4 можно записать следующее дифференциальное уравнение движения поршня 3:

$$ES \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} dz - F_p(t) = m_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \quad (13)$$

Произведение  $ES$  является жесткостью стержня при его растяжении или сжатии. Преобразуем выражение (13):

$$\frac{ES}{m_0} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} dz - \frac{F_p(t)}{m_0} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \quad (14)$$

Решение выражения (14) следует искать в виде суммы решений уравнения свободных колебаний штока поршня с учетом массы поршня, расположенной на правом конце штока —  $F_p(t) = 0$ , и частного решения вынужденных колебаний штока с учетом силы  $F_p(t)$ .

Уравнение свободных продольных колебаний прямолинейного стержня описывается следующим выражением [11]:

$$c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, c^2 = \frac{E}{\rho}. \quad (15)$$

На основании метода Фурье решение выражения (15) можно найти в виде функции перемещения  $u$ , которое представляет произведения двух функций. Первая функция зависит только от аргумента  $z$  (перемещение), вторая — только от аргумента  $t$  (время).

$$u = Z(z)T(t). \quad (16)$$

Подставим выражение (16) в (15) и преобразуем:

$$c^2 \frac{\partial^2(Z(z))}{\partial z^2} \frac{1}{Z(z)} = \frac{\partial^2(T(t))}{\partial t^2} \frac{1}{T(t)}. \quad (17)$$

Введем следующие обозначения:

$$c^2 \frac{\partial^2(Z(z))}{\partial z^2} \frac{1}{Z(z)} = -p^2, \quad \frac{\partial^2(T(t))}{\partial t^2} \frac{1}{T(t)} = -p^2, \quad (18)$$

Тогда следуют два выражения:

$$\frac{\partial^2(T(t))}{\partial t^2} + p^2 T(t) = 0. \quad (19)$$

$$\frac{\partial^2(Z(z))}{\partial z^2} + \frac{p^2}{c^2} Z(z) = 0. \quad (20)$$

Как известно, решением уравнения (19) будет следующее выражение:

$$T(t) = A \sin(pt + \alpha). \quad (21)$$

Из выражения (21) видно, что неизвестная величина  $p$  является частотой свободных колебаний системы поршень — шток поршня.

Решением уравнения (20) будет:

$$Z(z) = C \sin\left(\frac{p}{c} z\right) + D \cos\left(\frac{p}{c} z\right). \quad (22)$$

Выражение (22) определяет собственную форму свободных колебаний системы шток поршня — поршень. Количество собственных частот  $p_i$  неограничено. На практике наиболее вероятной является первая собственная частота  $p_1$ . Для определения частот собственных колебаний и величин постоянных интегрирования рассмотрим граничные условия, рис. 4. Закрепленный конец стержня в точке А. При перемещении  $u$  равно нулю,  $Z(0) = 0$ .

Перемещение стержня в точке В. На правом конце стержня закреплен поршень с сосредоточенной массой  $m_0$ . При  $z = l$  следует следующее уравнение.

$$m_0 p^2 Z(z) = ES \frac{\partial Z(z)}{\partial z}. \quad (23)$$

Подставим выражение (22) в (23).

$$\begin{aligned} m_0 p^2 & \left[ C \sin\left(\frac{p}{c} z\right) + D \cos\left(\frac{p}{c} z\right) \right] = \\ & = ES \left[ C \frac{p}{c} \cos\left(\frac{p}{c} z\right) - D \frac{p}{c} \sin\left(\frac{p}{c} z\right) \right]. \end{aligned} \quad (24)$$

При условии  $z=0$  получим величину постоянной интегрирования  $D = 0$ . С учетом полученного результата и  $z = l$  преобразуем выражение (24):

$$m_0 p^2 \left[ C \sin\left(\frac{pl}{c}\right) \right] = ES \left[ C \frac{p}{c} \cos\left(\frac{pl}{c}\right) \right], \quad (25)$$

$$\frac{pl}{c} \operatorname{tg}\left(\frac{pl}{c}\right) = \frac{\rho Sl}{m_0}. \quad (26)$$

Формы собственных колебаний для рассматриваемой схемы закрепления стержня с грузом на правом конце (система поршень — шток поршня) определяется следующим выражением:

$$u_i = \sin\left(\frac{p_i l}{c} z\right). \quad (27)$$

В нашем случае будет выражение (28):

$$u_i = \sin\left(\frac{p_1 l}{c} z\right). \quad (28)$$

Вычисление частоты свободных колебаний системы поршень — шток поршня  $p$  проведем ниже.

Расчет вынужденных колебаний системы шток поршня — поршень проведем по следующему уравнению:

$$\frac{\partial^2(T(t))}{\partial t^2} + p^2 T(t) = \frac{F_p(t)}{m_0}. \quad (29)$$

С учетом выражения (7) и  $\sin(\omega t - \pi/2) = -\cos(\omega t)$  получим следующее выражение:

Таблица 3

**Физические характеристики расчетных величин для проведения расчетов системы шток поршня—поршень на устойчивость и резонанс**

Параметр	Величина параметра	Параметр	Величина параметра
$P_{\min}$	0,1 МПа	$D_c$	50 мм
$H_p$	75 мм	$l$	895 мм
$a_{\min}$	5 мм	$a_{\max}$	890 мм
$L_c$	1000 мм	$k$	1,1
$E$	$2 \cdot 10^5$ МПа	$D_r$	25 мм
$J_{\min}$	$\text{м}^4$	$\Delta$	1,39 мм
$d_r$	22,22 мм	$\sigma$	200 МПа
$\rho$	7850 кг/м <sup>3</sup>	$P_{klapan}$	3,0 МПа

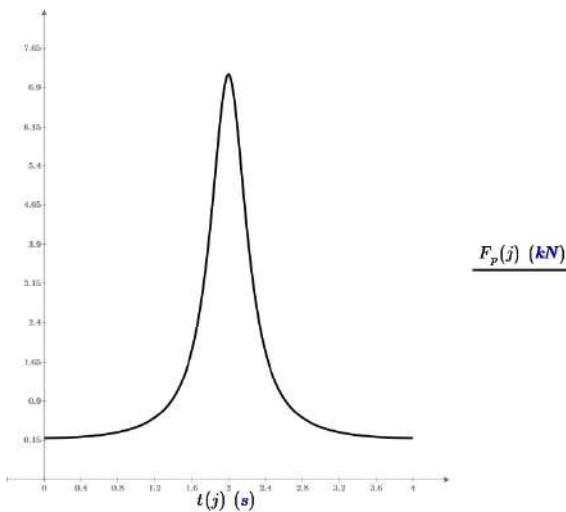


Рис. 5а. График теоретически возможной зависимости силы, действующей на шток поршня, от времени при расчете штока поршня на потерю устойчивости.  $F_p(j)$  — сила, действующая на поршень, со стороны сжатого газа согласно выражению (8). Вычисляется на основе политропного процесса сжатия газа в рабочей зоне компрессора

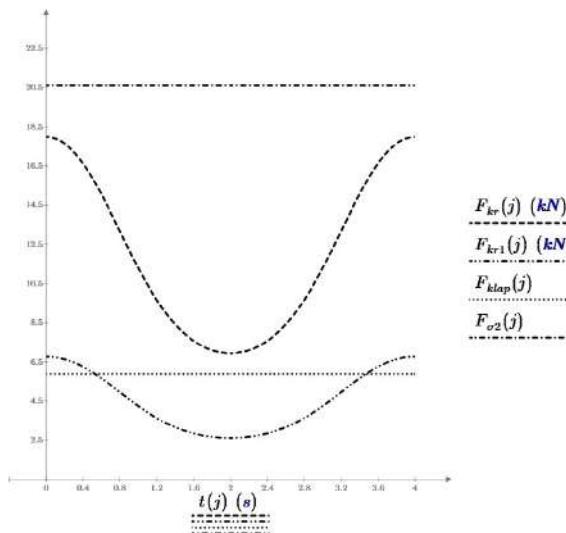


Рис. 5б. Графики зависимости сил, действующих на шток поршня, от времени при расчете штока поршня на потерю устойчивости.  $F_{kr}(j)$  — критическая сила Эйлера (при условии, что поперечное сечение штока поршня — сплошной круг);  $F_{krl}(j)$  — критическая сила Эйлера (при условии, что поперечное сечение штока поршня — труба);  $F_{klap}(j)$  — сила действующая на поршень, со стороны сжатого газа (при давлении открытия нагнетательного клапана);  $F_{o2}(j)$  — предельная сила сжатия при расчете штока поршня на прочность (при условии, что поперечное сечение штока — труба)

$$\frac{\partial^2(T(t))}{\partial t^2} + p^2 T(t) = \frac{P_{min}\pi D_c^2}{4m_0} \left( \frac{L_c - H_p + a_{max} - l}{L_c - H_p + \frac{a_{min} - l}{2}[1 - \cos(\omega t)]} \right)^k. \quad (30)$$

Решением данного дифференциального уравнения примем функцию  $T(t) = B \cos(\omega t)$ . Решением уравнения (30) является следующее выражение:

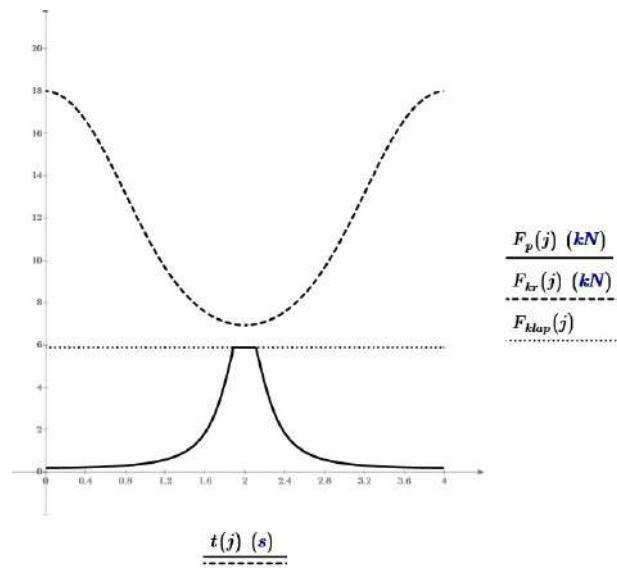


Рис. 6. Графики зависимости сил, действующих на шток поршня, от времени при расчете штока поршня, на потерю устойчивости при открытии нагнетательного клапана. Шток поршня — сплошной стержень. Давление настройки открытия нагнетательного клапана — 3 МПа.  $F_p(j)$  — сила действующая на поршень, со стороны сжатого газа;  $F_{kr}(j)$  — критическая сила Эйлера (при условии, что поперечное сечение штока поршня — сплошной круг);  $F_{klap}(j)$  — сила действующая на поршень, со стороны сжатого газа (при давлении открытия нагнетательного клапана)

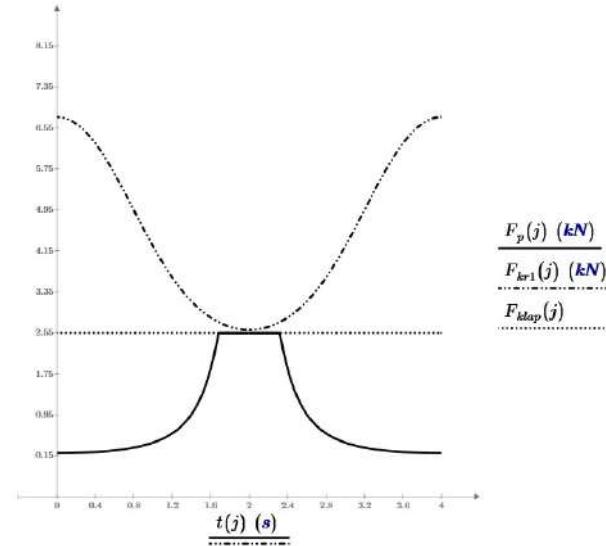
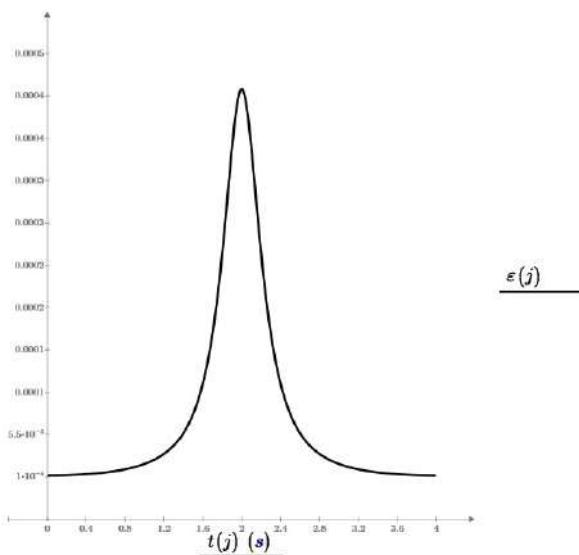


Рис. 7. Графики зависимости сил, действующих на шток поршня от времени при расчете штока поршня на потерю устойчивости при открытии нагнетательного клапана. Шток поршня — труба. Давление настройки открытия нагнетательного клапана — 1,6 МПа.  $F_p(j)$  — сила действующая на поршень, со стороны сжатого газа;  $F_{krl}(j)$  — критическая сила Эйлера (при условии, что поперечное сечение штока поршня — труба);  $F_{klap}(j)$  — сила действующая на поршень, со стороны сжатого газа (при давлении открытия нагнетательного клапана)

$$T(t) = \frac{P_{min}}{(p^2 - \omega^2)\rho H_p} \times \left( \frac{L_c - H_p + a_{max} - l}{L_c - H_p + \frac{a_{min} - l}{2}[1 - \cos(\omega t)]} \right)^k. \quad (31)$$



**Рис. 8.** График зависимости относительного укорочения штока поршня от времени в течение периода  $T$ .  
 $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \cdot \Delta l$  — укорочение штока, мм;  $l$  — первоначальная длина штока, мм

**Результаты теоретических и практических исследований.** Проведем расчеты исследуемой конструкции штока длинноходового поршневого компрессора с помощью вышеприведенных уравнений. Численные значения использованных физических величин приведены в табл. 3. На рис. 5а и 5б приведены графики теоретической зависимости сил, действующих на шток поршня, от времени при расчете штока поршня на устойчивость. Моменты инерции и предельные силы сжатия штока поршня определялись по известным формулам сопротивления материалов. На рис. 5а приведен теоретический график зависимости силы  $F_p(t)$  от времени, полученный на основе выражения (1) и (8). Он необходим для определения максимальной возможной силы, действующей со стороны сжатого газа на поршень, которая в конечном счете может вызвать потерю устойчивости штока поршня. Максимальную величину данной силы  $F_p(t)$  необходимо использовать для расчетов на прочность и устойчивость. На практике максимум данной силы будет определяться величиной настройки нагнетательного клапана компрессорной ступени, рис. 6 и 7.

Для расчета собственных колебаний штока поршня применим выражение (26). Решая данное выражение численно, получим следующий результат: первая (самая низкая) угловая частота колебаний штока поршня; т.е. число колебаний, совершающееся в течение  $2\pi$  секунд, составит  $p = 4048$  рад/с. Секундная частота (число колебаний в секунду) составит  $f_p = 644$  Гц. Период свободных колебаний будет равен  $T = 0,0016$  с.

Для вынужденных колебаний штока поршня аналогичные величины примут следующие значения: период вынужденных колебаний —  $T = 4$  с; секундная частота —  $f_\omega = 0,25$  Гц; угловая частота —  $\omega = 1,571$  рад/с.

Таким образом, рабочие режимы поршневого длинноходового компрессора не могут вызвать резонанс штока поршня при его существующих размерах. На рис. 8 приведен график зависимости изменения относительной длины штока поршня от времени в течение периода  $T$ . Максимальное из-

менение длины штока поршня  $\Delta l$ , т.е. его укорочение будет происходить в середине периода, и его величина составит 0,378 мм. Для целей проектирования длинноходового поршневого компрессора данное изменение длины штока целесообразно выразить в виде отношения изменения длины штока к его первоначальной длине —  $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ , рис. 8.

На рис. 6 и 7 приведены графики зависимости сил, действующих на шток поршня, при расчете штока на потерю устойчивости для различных вариантов изготовления штока.

#### Выводы и заключение

1. Для исследуемой конструкции длинноходового поршневого компрессора необходимо в первую очередь проводить проверочные прочностные расчеты на потерю устойчивости для штока поршневого компрессора.

2. Частота свободных колебаний системы шток поршня — поршень значительно превышает частоту вынужденных колебаний при имеющихся параметрах работы исследуемого компрессора. Таким образом, можно сделать вывод: резонанс штока поршня для длинноходового поршневого компрессора не наблюдается.

3. При проведении проектировочного расчета штока поршня необходимо в качестве нагрузки, действующей на поршень компрессора со стороны сжатого газа, использовать максимальную величину силы  $F_p(t)$ , рассчитанную по формуле (8) — рис. 5а. Данное выражение показывает теоретически возможную величину данной силы, вычисленную на основе политропного процесса сжатия газа в рабочей зоне компрессора. Это позволит увеличить запас прочности для штока поршня, так как рабочие значения силы  $F_p(t)$  на практике будут меньше, рис. 6 и 7.

#### Библиографический список

- Фотин Б. С. Поршневые компрессоры / под ред. Б. С. Фотина, И. Б. Пирумова, И. К. Прилуцкого. Ленинград: Машиностроение. Ленинград. отд-ние, 1987. 372 с.
- Титов Д. С. Разработка и исследование длинноходовой поршневой компрессорной ступени с упругодеформируемым тонкостенным цилиндром: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2021. 20 с.
- Юша В. А., Бусаров С. С. Методика расчета действительной производительности одноступенчатых длинноходовых поршневых компрессоров // Омский научный вестник. Сер. Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение. 2020. Т. 4, № 4. С. 9–15. DOI: 10.25206/2588-0373-2020-4-4-9-15. EDN: OQNZMY.
- Юша В. А., Бусаров С. С., Недовенчаный А. В., Гошля Р. Ю. Экспериментальное исследование рабочих процессов тихоходных длинноходовых бесмазочных поршневых компрессорных ступеней при высоких отношениях давлений нагнетания к давлению всасывания // Омский научный вестник. Сер. Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение. 2018. Т. 2, № 2. С. 13–18. DOI: 10.25206/2588-0373-2018-2-2-13-18. EDN: XQGZIT.
- Недовенчаный А. В. Повышение энергетической и динамической эффективности поршневого малорасходного одноступенчатого компрессорного агрегата с линейным гидроприводом: дис. ... канд. техн. наук. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2020. 232 с.
- Татевосян А. А. Методы проектирования и разработка тихоходных синхронных магнитоэлектрических машин в составе электротехнических комплексов: дис. ... докт. техн. наук. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2021. 365 с.

7. Shungen X., Hongli Z., Shulin L. [et al.]. Dynamic behavior analysis of reciprocating compressor with subsidence fault considering flexible piston rod // Journal of Mechanical Science and Technology. 2018. Vol. 32 (9). P. 4103–4124. DOI: 10.1007/s12206-018-0809-1.
8. Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем. Москва: Наука, 1967. 984 с.
9. Тимошенко С. П., Янг Д. Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле / пер. с англ. А. Г. Корнейчука; под ред. Э. И. Григолюка. Москва: Машиностроение, 1985. 472 с.
10. Григолюк Э. И., Селезнева И. Т. Механика твердых деформируемых тел. В 7 т. Т. 5. Неклассические теории колебаний стержней, пластин и оболочек. Москва: Наука, 1973. 272 с.
11. Пановко Я. Г., Губанова И. И. Устойчивость и колебания упругих систем: Современные концепции, парадоксы и ошибки. 4-е изд., перераб. Москва: Наука, 1987. 352 с.
12. Чернявский Д. И., Чернявский Д. Д., Панютич А. А. Определение прочностных характеристик элементов длинноходового поршневого компрессора // Омский научный вестник. 2022. № 3 (183). С. 18–22. DOI: 10.25206/1813-8225-2022-183-18-22. EDN: MHXGHU.
13. Юша В. Л., Бусаров С. С. Определение показателей полигропы схематизированных рабочих процессов воздушных поршневых тихоходных длинноходовых компрессорных ступеней // Омский научный вестник. Сер. Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение. 2020. Т. 4, № 1. С. 15–22. DOI: 10.25206/2588-0373-2020-4-1-15-22. EDN: OILEDY.
14. Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В. Справочник по сопротивлению материалов. 2-е изд., перераб. и доп. Киев: Наукова думка, 1988. 736 с. ISBN 5-12-000299-4.
15. Бронштейн И. Н., Семенджев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. Санкт-Петербург: Лань, 2010. 608 с. ISBN 978-5-8114-0906-8.

**ЧЕРНЯВСКИЙ Дмитрий Иванович**, доктор технических наук, доцент (Россия), профессор кафедры «Машиноведение» Омского государственного технического университета (ОмГТУ), г. Омск.

SPIN-код: 8610-2957

AuthorID (РИНЦ): 473365

ORCID: 0000-0002-7585-433X

AuthorID (SCOPUS): 6506002416

ResearcherID: N-2038-2015

Адрес для переписки: dichernyavskiy@omgtu.tech

**ЧЕРНЯВСКИЙ Даниил Дмитриевич**, студент гр. ФИТ-201 факультета информационных технологий и компьютерных систем ОмГТУ, г. Омск.

#### Для цитирования

Чернявский Д. И., Чернявский Д. Д. Динамический анализ напряженного состояния штока поршня одноступенчатого длинноходового поршневого компрессора // Омский научный вестник. 2024. № 3 (191). С. 22–30. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-22-30.

Статья поступила в редакцию 22.01.2024 г.

© Д. И. Чернявский, Д. Д. Чернявский

**D. I. CHERNYAVSKY**  
**D. D. CHERNYAVSKY**

Omsk State Technical University,  
Omsk, Russia

## THE DYNAMIC ANALYSIS OF STRESS STATE OF THE PISTON ROD OF SINGLE-STAGE LONG-STROKE PISTON COMPRESSOR

The analysis of loaded state of system piston rod – piston of single-stage long-stroke piston compressor is performed. These compressors are used to change the compressed gas pressure from normal atmospheric pressure (760 mmHg = =0,101 MPa) to discharge pressure (2–10 MPa). The criteria for calculating the piston rod from the point of view of its dynamics, taking into account the natural vibration frequency of the piston rod, are determined. Conclusions are drawn and practical recommendations are given that can be used in the design process of these compressor stages.

**Keywords:** single-stage long-stroke piston compressor, loss of stability of compressed rods, resonance, Euler critical compression force, polytropic process, frequency of free vibrations of the rod, frequency of forced vibrations of the rod.

#### References

1. Fotin B. S. Porshnevyye kompressory [Piston compressors] / ed. by B. S. Fotina, I. B. Pirumova, I. K. Prilutskogo. Leningrad, 1987. 372 p. (In Russ.).
2. Titov D. S. Razrabotka i issledovaniye dlinnokhodovoy porshnevoy kompressornoy stupeni s uprugo deformiruyemym tonkostennym tsilindrom [Development and research of a long-stroke piston compressor stage with an elastically deformable thin-walled cylinder]. Omsk, 2021. 20 p. (In Russ.).

3. Yusha V. L., Busarov S. S. Metodika rascheta deystvitel'noy proizvoditel'nosti odnostupenchatyykh dlinnokhodovykh porshnevyykh kompressorov [Method for calculating actual capacity of single-stage long-stroke reciprocating compressors] // Omskiy nauchnyy vestnik. Ser. Aviatsionno-raketnoye i energeticheskoye mashinostroyeniye. *Omsk Scientific Bulletin. Series Aviation-Rocket and Power Engineering.* 2020. Vol. 4, no. 4. P. 9 – 15. DOI: 10.25206/2588-0373-2020-4-4-9-15. EDN: OQNZMY. (In Russ.).
4. Yusha V. L., Busarov S. S., Nedovenchanay A. V., Goshlya R. Yu. Eksperimental'noye issledovaniye rabochikh protsessov tikhokhodnykh dlinnokhodovykh bessmazochnykh porshnevyykh kompressornyykh stupeney pri vysokikh otnosheniakh davleniya magnetaniya k davleniyu vsasyvaniya [Experimental study of working processes of low-speed long-stroke lubrication free piston compressor stages at high discharge pressure to suction pressures] // Omskiy nauchnyy vestnik. Ser. Aviatsionno-raketnoye i energeticheskoye mashinostroyeniye. *Omsk Scientific Bulletin. Series Aviation-Rocket and Power Engineering.* 2018. Vol. 2, no. 2. P. 13 – 18. DOI: 10.25206/2588-0373-2018-2-2-13-18. EDN: XQGZIT. (In Russ.).
5. Nedovenchanay A. V. Povysheniye energeticheskoy i dinamicheskoy effektivnosti porshnevogo maloraskhodnogo odnostupenchatogo kompressornogo agregata s lineynym gidroprivodom [Increasing the energy and dynamic efficiency of a piston low-flow single-stage compressor unit with a linear hydraulic drive]. Omsk, 2020. 232 p. (In Russ.).
6. Tatevosyan A. A. Metody proyektirovaniya i razrabotka tikhokhodnykh sinkhronnykh magnitoelektricheskikh mashin v sostave elektrotehnicheskikh kompleksov [Design methods and development of low-speed synchronous magnetoelectric machines as part of electrical complexes]. Omsk, 2021. 365 p. (In Russ.).
7. Shungen X., Hongli Z., Shulin L. [et al.]. Dynamic behavior analysis of reciprocating compressor with subsidence fault considering flexible piston rod // Journal of Mechanical Science and Technology. 2018. Vol. 32 (9). P. 4103 – 4124. DOI: 10.1007/s12206-018-0809-1. (In Engl.).
8. Volmir A. S. Ustoychivost' deformiruyemykh sistem [Stability of deformable systems]. Moscow, 1967. 984 p. (In Russ.).
9. Timoshenko S. P., Yang D. Kh., Uiver U. Kolebaniya v inzhernom dele [Fluctuations in engineering] / trans. from Engl. L. G. Korneychuka; ed. by E. I. Grigolyuk. Moscow, 1985. 472 p. (In Russ.).
10. Grigolyuk E. I., Selezneva I. T. Mekhanika tverdykh deformiruyemykh tel. V 7 t. T. 5. Neklassicheskiye teorii kolebaniy sterzhney, plastin i obolochek [Mechanics of solid deformable bodies. In 7 vols. Vol. 5. Non-classical theories of vibrations of rods, plates and shells]. Moscow, 1973. 272 p. (In Russ.).
11. Panovko Ya. G., Cubanova I. I. Ustoychivost' i kolebaniya uprugikh sistem: Sovremennyye kontseptsii, paradoxы i oshibki [Stability and vibrations of elastic systems: Modern concepts, paradoxes and errors]. 4th ed. Moscow, 1987. 352 p. (In Russ.).
12. Chernyavskiy D. I., Chernyavskiy D. D., Panyutich A. A. Opredeleniye prochnostnykh kharakteristik elementov dlinnokhodovogo porshnevogo kompressora [Determination of strength characteristics of elements of long-stroke piston compressor] // Omskiy nauchnyy vestnik. *Omsk Scientific Bulletin.* 2022. No. 3 (183). P. 18 – 22. DOI: 10.25206/1813-8225-2022-183-18-22. EDN: MHXGHU. (In Russ.).
13. Yusha V. L., Busarov S. S. Opredeleniye pokazateley politropy skhematizirovannykh rabochikh protsessov vozdushnykh porshnevyykh tikhokhodnykh dlinnokhodovykh kompressornyykh stupeney [Determination of polytropic indicators of schematized working processes of air piston slow-moving long-stroke compressor stages] // Omskiy nauchnyy vestnik. Ser. Aviatsionno-raketnoye i energeticheskoye mashinostroyeniye. *Omsk Scientific Bulletin. Series Aviation-Rocket and Power Engineering.* 2020. Vol. 4, no. 1. P. 15 – 22. DOI: 10.25206/2588-0373-2020-4-1-15-22. EDN: OILEDY. (In Russ.).
14. Pisarenko G. S., Yakovlev A. P., Matveyev V. V. Spravochnik po soprotivleniyu materialov [Handbook of strength of materials]. 2nd ed. Kyiv, 1988. 736 p. ISBN 5-12-000299-4. (In Russ.).
15. Bronshteyn I. N., Semendyayev K. A. Spravochnik po matematike dlya inzhenerov i uchashchikhsya vtuzov [Handbook of mathematics for engineers and college students]. Saint Petersburg, 2010. 608 p. ISBN 978-5-8114-0906-8. (In Russ.).

---

**CHERNYAVSKY Dmitry Ivanovich**, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of Machine Engineering Technology Department, Omsk State Technical University (OmSTU), Omsk.  
SPIN-code: 8610-2957  
AuthorID (RSCI): 473365  
ORCID: 0000-0002-7585-433X  
AuthorID (SCOPUS): 6506002416  
ResearcherID: N-2038-2015  
Correspondence address: dichernyavskiy@omgtu.tech  
**CHERNYAVSKY Daniil Dmitrievich**, Student, gr. ФИТ-201 of Information Technologies and Computer Systems Faculty, OmSTU, Omsk.

#### For citations

Chernyavsky D. I., Chernyavsky D. D. The dynamic analysis of stress state of the piston rod of single-stage long-stroke piston compressor // Omsk scientific bulletin. 2024. No. 3 (191). P. 22 – 30. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-22-30.

Received January 22, 2024.

© D. I. Chernyavsky, D. D. Chernyavsky