

## АНАЛИЗ МГНОВЕННЫХ СОСТОЯНИЙ ВЫХОДНОГО ЗВЕНА МЕХАНИЗМА АНТРОПОМОРФНОГО РОБОТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Ф. Н. Притыкин, Д. Б. Фёдоров

Омский государственный технический университет, г. Омск

Проведен анализ мгновенных состояний подвижной системы, связанной с выходным звеном антропоморфного робота на основе использования графических построений, выполняемых на фронтальной и горизонтальной проекциях. Выполнены построения скоростной плоскости и скоростного пучка при полученных мгновенных значениях обобщенных скоростей на примере заданного синтеза малых движений механизма антропоморфного робота. Синтез движений основан на использовании матриц частных передаточных отношений с использованием критерия минимизации квадратичного функционала объема движения. Графический анализ составляющих векторов абсолютных линейных скоростей трех точек подвижной системы позволил определить способ расчета промежуточных конфигураций руки антропоморфного робота, основанный на использовании весовых коэффициентов обобщенных скоростей. Представлены результаты расчетов тестового задания при компьютерном моделировании движения антропоморфного робота.

**Ключевые слова:** механизмы манипуляторов, мгновенные состояния механизмов, вектор обобщенных скоростей, графические построения скоростной плоскости, скоростной пучок, компьютерное моделирование движений антропоморфных роботов, синтез движений манипуляторов, запретные зоны.

**Для цитирования:** Притыкин Ф. Н., Фёдоров Д. Б. Анализ мгновенных состояний выходного звена механизма антропоморфного робота с использованием методов геометрического моделирования // Омский научный вестник. 2025. № 3 (195). С. 5–12. DOI: 10.25206/1813-8225-2025-195-5-12. EDN: NIKOLK.



© Притыкин Ф. Н., Фёдоров Д. Б., 2025.

Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.

## ANALYSIS OF INSTANTANEOUS STATES OF THE OUTPUT LINK OF ANTHROPOMORPHIC ROBOT MECHANISM USING GEOMETRIC MODELING METHODS

F. N. Pritykin, D. B. Fedorov

Omsk State Technical University, Omsk, Russia

The analysis of instantaneous states of the moving system connected with the output link of the anthropomorphic robot is carried out based on the use of graphical constructions performed on the frontal and horizontal projections. The constructions of the velocity plane and the velocity beam are performed for the obtained instantaneous values of generalized velocities using the example of the given synthesis of small motions of the robot mechanism. The synthesis of movements is based on the use of matrices of partial gear ratios using the criterion of minimizing the quadratic functional of the volume of movement. The graphical analysis of the components of the vectors of absolute linear velocities of three points of the moving system made it possible to determine the method for calculating intermediate configurations of the

arm of the anthropomorphic robot based on the use of weight coefficients of generalized velocities. The results of calculating the test task in computer modeling of the movement of the anthropomorphic robot are presented.

**Keywords:** mechanisms of manipulators, instantaneous states of mechanisms, vector of generalized velocities, graphical constructions of the velocity plane, velocity beam, computer modeling of the movements of anthropomorphic robots, synthesis of manipulator movements, restricted areas.

**For citation:** Pritykin F. N., Fedorov D. B. Analysis of instantaneous states of the output link of anthropomorphic robot mechanism using geometric modeling methods. *Omsk Scientific Bulletin*. 2025. No. 3 (195). P. 5–12. DOI: 10.25206/1813-8225-2025-195-5-12. EDN: HIKOLK.



© Pritykin F. N., Fedorov D. B., 2025.

The content is available under a Creative Commons Attribution 4.0 License.

## Введение

Планирование антропоморфных движений роботизированных рук может осуществляться с использованием различных алгоритмов [1]. Чтобы обеспечить более естественные антропоморфные движения необходимо обеспечить при синтезе движений следующие условия. Во-первых, необходима избыточность движений, позволяющая достигнуть гибкость и точность. Во-вторых, необходимо разнообразие движений, которые обеспечивают уникальную способность к адаптации руки антропоморфного робота.

Заметим, что процесс создания естественных человеческих движений механизмов рук полностью не раскрыт. Проблема двигательной избыточности в антропоморфных роботах существует на уровне синтеза движений по вектору скоростей, что приводит к бесконечному числу решений обратной задачи кинематики [2, 3]. Известны подходы, позволяющие точно определить оптимальное решение, удовлетворяющее ограничениям с помощью методов математической оптимизации [4–6].

Другой подход обеспечения антропоморфных движений и решение задачи двигательной избыточности основан на сборе данных о естественных перемещениях верхних конечностей рук человека и создание на основе этого базы данных движений [7]. Такой подход позволяет преодолевать не только избыточность при планировании движения, но и обеспечивать необходимую силу захвата и прогнозировать его положение с течением времени [8].

Движения исполнительного механизма руки антропоморфного робота могут быть основаны на способности к обучению выполнению двигательных задач в изменяющихся условиях окружающей среды [9–11]. Антропоморфные траектории движений исполнительных механизмов рук, сгенерированные с помощью обучения по демонстрации, зависят от эталонной траектории. При этом каждая итерация траектории накапливает ошибки прогнозирования, что приводит к деформации движения роботизированной руки [12]. Эту проблему случайного изменения параметров модели механизма руки удалось решить благодаря объединению множества характеристик процесса движения и использованию функции вознаграждения [13].

В работе [14] предложена иерархическая система обучения на основе демонстраций, которая сочетает в себе символическое и траекторное обучение для улучшения способности механизма руки адаптироваться к новым задачам и изменениям положений запретных зон окружающей среды.

Для управления движением антропоморфных роботов могут быть использованы нейронные сети. Так, использование нейронных сетей в задачах управления механизмами рук антропоморфных роботов предложено в работе [15].

Для упрощения циклов разработки роботов, сокращения расходов и повышения общей эффективности при проектировании и внедрении робототехнических систем в различных сферах деятельности человека используют различные симуляторы движений. Известны следующие симуляторы движения NVIDIA Isaac SIM, Gazebo, RoboDK, Webots, Unity, AWS RoboMaker и другие, которые позволяют создавать фотореалистические, физически точные виртуальные среды [16, 17]. Интерфейс указанных программ позволяет пользователям без труда создавать сложные роботизированные модели. Большинство программ при этом поддерживают обширную библиотеку роботов и периферийных устройств и обеспечивают мощную функцию автономного программирования. Симуляторы движений позволяют пользователям создавать не только собственные модели роботов, но и обеспечивать их интеграцию с реальным оборудованием, где максимально отсутствует разрыв между виртуальными экспериментами и реальными физическими процессами, происходящими в практической деятельности робототехнических систем. Однако симуляторы движений не позволяют принимать различные решения, связанные с использованием двигательной избыточности для обхода запретных зон в рабочем пространстве с целью достижения заранее заданных целевых точек.

Анализ проведенных исследований связанных с планированием антропоморфных движений роботизированных рук позволяет сделать вывод об отсутствии систематического обоснования и извлечения характеристик движения исполнительных механизмов. Заметим, что наиболее наглядно характеристики движения антропоморфных роботов могут быть получены благодаря использованию методов геометрического моделирования.

Геометрическое моделирование используется при изучении многих явлений, процессов и закономерностей в различных областях науки и техники. Одним из примеров этому является использование различных абстрактных, обобщенных, геометрических моделей при анализе и решении теоретических и прикладных задач механики и робототехники. Геометрическое толкование некоторых понятий здесь имеет большое значение в преподавании данных предметов. Например, известный ученый Н. Е. Жуковский о роли геометрии в теоретической

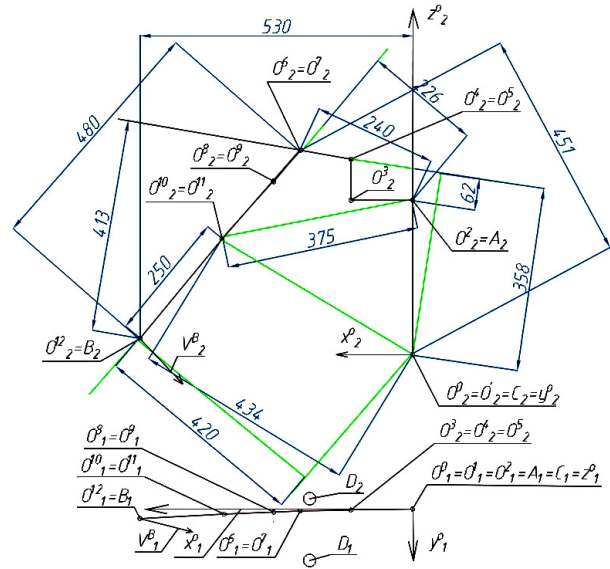
и прикладной механике говорил следующее: «Что в кинематике первое место принадлежит геометрии, что в решении вопросов динамики геометрическое толкование играет важную роль для удачной постановки задачи и разъяснения смысла решения, найденного аналитическим путем, теперь признается всеми» [18]. Геометрическое моделирование также способствует установлению взаимосвязи между геометрическими и кинематическими параметрами, используемыми при синтезе движений манипулятора с учетом положения запретных зон.

Понятие мгновенных состояний отдельных звеньев и всего механизма является одним из основополагающих при исследовании закономерностей их движения. Известно, что мгновенные состояния звеньев механизма, совершающих пространственные движения, характеризуют положение мгновенно винтовой оси  $m$  ( $r_m, u_m$ ) и параметры движения ( $V_m, \omega_m$ ), где  $r_m$  — радиус-вектор точки  $M$ , принадлежащей прямой  $m$ ;  $u_m$  — направляющий единичный вектор прямой  $m$ ;  $V_m$  — поступательная скорость подвижной системы (ПС) вдоль прямой  $m$ ;  $\omega_m$  — мгновенный поворот вокруг этой оси [18, 19]. Мгновенные состояния звеньев зубчатых механизмов и пространственных механизмов подробно исследованы в работах [18, 20]. При этом в указанных работах был использован метод, основанный на построении скоростной плоскости и скоростного пучка на комплексном чертеже. Исследование мгновенных состояний выходного звена (ВЗ) незамкнутых механизмов роботов с использованием методов начертательной геометрии выполнено в работах [21, 22]. Однако геометрический анализ мгновенных состояний ВЗ антропоморфного робота во взаимосвязи с его синтезом движений и с использованием построений скоростной плоскости и скоростного пучка ранее в известных работах не выполнялся.

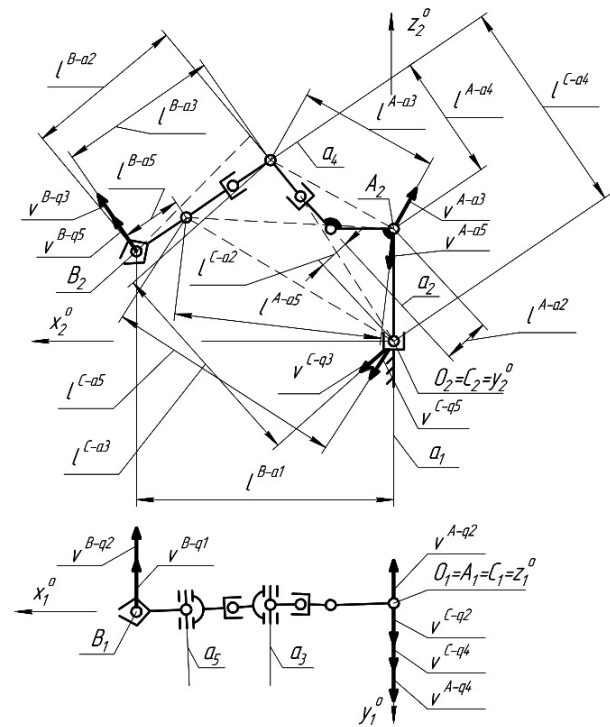
**Постановка задачи исследования**

Известно, что положение подвижного звена, а также его движение определяются положением и движением его трёх точек [23]. На рис. 1 представлено положение пространственного механизма антропоморфного робота AR-600E с обозначением его узловых точек  $O^1(O^1_1, O^1_2), \dots, O^{12}(O^{12}_1, O^{12}_2)$  в неподвижной системе координат  $O^0x^0y^0z^0$ . Начальное положение механизма получено при синтезе движений руки по вектору скоростей. Кинематическая схема указанного механизма представлена на рис. 2. Количество узловых точек  $O^1, \dots, O^{12}$  определяется числом матриц преобразования, используемых при задании модели механизма руки. Матрицы преобразований задают переход систем координат, которые связаны со звеньями механизма. Заметим, что с одним звеном в общем случае могут быть связаны несколько систем координат [2]. Для определения в наглядном виде степени влияния мгновенных обобщенных скоростей механизма на абсолютные линейные скорости точек захвата определим мгновенное движение подвижной системы, связанной с ВЗ. Пусть подвижную систему ВЗ определяют точки  $A, B$  и  $C$ . При этом точка  $B$  совпадает с центром ВЗ, а точки  $B$  и  $C$  находятся на оси вращения первой кинематической пары, которую задаёт прямая  $a_1$  (рис. 2). Оси других вращательных кинематических пар соответственно на рисунке определяют прямые  $a_2, a_3, a_4$  и  $a_5$ .

Построим положение скорости плоскости и скоростного пучка для подвижной системы, определяемой точками  $A, B$  и  $C$ . Заметим, что точки  $A$



**Рис. 1. Положения узловых точек расчетной конфигурации антропоморфного робота**  
 Fig. 1. Positions of the nodal points of the calculated configuration of the anthropomorphic robot



**Рис. 2. Кинематическая схема антропоморфного робота и проекции составляющих векторов точек  $A, B$  и  $C$  при мгновенных поворотах вокруг осей вращения  $a_1, a_2, \dots, a_5$**   
 Fig. 2. Kinematic diagram of the anthropomorphic robot and projections of the component vectors of points  $A, B$  and  $C$  during instantaneous rotations around the rotation axes  $a_1, a_2, \dots, a_5$

и  $C$  не принадлежат звену механизма, заданному отрезком прямой  $O^1O^2$  находящемуся между узловыми точками  $O^1$  и  $O^2$  и, следовательно, жестко не связаны с этим звеном. При положении точек  $A$  и  $C$  (принадлежащих подвижной системе, связанной с ВЗ) в указанных точках упрощается нахождение их абсолютных линейных скоростей,

**Таблица 1. Принятые обозначения геометрических и кинематических параметров антропоморфного робота**

**Table 1. Accepted designations of geometric and kinematic parameters of an anthropomorphic robot**

№	Обозначения	Названия
1	$a_1, a_2, \dots, a_5$	Оси вращений в кинематических парах
2	$V^{A-q_2}, V^{A-q_3}, \dots, V^{B-q_1}, V^{B-q_2}, \dots, V^{C-q_2}, V^{C-q_3}, \dots$	Вектора линейных скоростей точек $A, B$ и $C$ при их вращениях вокруг осей $a_1, a_2, \dots$ и т.п. ( $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots$ — мгновенные угловые скорости или мгновенные скорости изменения обобщённых координат)
3	$A^{q_2}(A^{q_2_1}, A^{q_2_2}), A^{q_3}(A^{q_3_1}, A^{q_3_2}), \dots, B^{q_1}(B^{q_1_1}, B^{q_1_2}), B^{q_2}(B^{q_2_1}, B^{q_2_2}), \dots$	Конечные точки (проекции конечных точек) составляющих векторов $V^{A-q_2}, V^{A-q_3}, \dots, V^{B-q_1}, V^{B-q_2}, \dots$
4	$I^{A-a_2}, I^{A-a_3}, \dots, I^{B-a_1}, I^{B-a_2}, \dots, I^{C-a_2}, I^{C-a_3}, \dots$	Расстояния точек $A, B$ и $C$ до осей вращения $a_1, a_2, \dots$ (мгновенные передаточные отношения)

**Таблица 2. Значения модулей составляющих линейных скоростей точек  $A, B$  и  $C$  при их вращении вокруг осей  $a_1 \dots a_5$**

**Table 2. Values of the modules of the components of the linear velocities of points  $A, B$  and  $C$  during their rotation around the axes  $a_1 \dots a_5$**

Обозначение точек ПС	Значения мгновенных обобщённых скоростей $\dot{q}_i$ (град/с)				
	$\dot{q}_1 = -5$	$\dot{q}_2 = 4,4$	$\dot{q}_3 = -1,58$	$\dot{q}_4 = -0,05$	$\dot{q}_5 = 5,94$
	Значения модулей скоростей (мм/с)				
$A$	—	$V^{A-q_2} = 2,72$	$V^{A-q_3} = 3,79$	$V^{A-q_4} = 0,11$	$V^{A-q_5} = 22,27$
$B$	$V^{B-q_1} = 26,4$	$V^{B-q_2} = 18,17$	$V^{B-q_3} = 7,58$	—	$V^{B-q_5} = 14,85$
$C$	—	$V^{C-q_2} = 15,97$	$V^{C-q_3} = 3,57$	$V^{C-q_4} = 0,21$	$V^{C-q_5} = 25,8$

а следовательно, и упрощается построение скоростной плоскости. Пример нахождения векторов абсолютных линейных скоростей точек  $A, B$  и  $C$  проведем, когда значения обобщённых координат  $q_1, q_2$  и  $q_4$  будут близкими к нулю. В этом случае узловые точки механизма руки  $O^3, O^{4-5}, O^{6-7}, O^8$  и  $O^{9-10}$  будут с некоторым допущением принадлежать фронтальной плоскости проекции (рис. 1, 2).

При проведении исследований примем обозначения геометрических и кинематических параметров в соответствии с табл. 1. На рис. 1 программой синтеза движений построена первая конфигурация руки, при этом начальные значения обобщённых координат были приняты равными  $q_1 = 0,5^\circ; q_2 = 0,5^\circ; q_3 = -60^\circ; q_4 = 0,5^\circ$  и  $q_5 = 0,5^\circ$ . Для данной конфигурации и первой итерации синтеза движений были определены мгновенные обобщённые скорости  $\dot{q}_i$  или приращения обобщённых координат  $\Delta q_i$  (при этом принято допущение  $\dot{q}_i \approx \Delta q_i$ ). Вектор обобщённых скоростей  $\mathbf{Q}(\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_5)$  определяют линейной системой уравнений, определяющей взаимосвязь скоростей ВЗ и обобщённых скоростей  $\dot{q}_i$  [3, 4]. Для преодоления двигательной избыточности использован известный критерий минимизации объема движения [4]. При этом получены значения мгновенных обобщённых скоростей  $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_5$ , которые представлены в табл. 2. Целевую точку при синтезе движений руки задают горизонтальная и фронтальная проекции точек  $D_1$  и  $D_2$  (рис. 1). Определим графическим методом влияние обобщённых скоростей  $\dot{q}_i$  на линейные абсолютные скорости точек  $A, B$  и  $C$  подвижной системы, связанной с ВЗ.

**Геометрический анализ построений скоростной плоскости и скоростного пучка**

Проведем анализ построений векторов мгновенных линейных скоростей трех точек подвижной

системы, жестко связанной с ВЗ при полученных значениях обобщённых скоростей  $\dot{q}_i$  (табл. 2). Для этого определим составляющие векторы абсолютных линейных скоростей точек  $A, B$  и  $C$ . Составляющие компоненты модулей указанных векторов для линейной скорости точки  $A$  определяют по следующим зависимостям:

$$V^{A-q_2} = I^{A-a_2} \cdot \dot{q}_2; V^{A-q_3} = I^{A-a_3} \cdot \dot{q}_3;$$

$$V^{A-q_4} = I^{A-a_4} \cdot \dot{q}_4; V^{A-q_5} = I^{A-a_5} \cdot \dot{q}_5. \quad (1)$$

Геометрический смысл мгновенных передаточных отношений  $I^{A-a_2}, \dots, I^{A-a_5}$  при мгновенных поворотах точки  $A$  вокруг осей  $a_2, \dots, a_5$  вращательных кинематических пар с обобщёнными скоростями  $\dot{q}_2, \dots, \dot{q}_5$  представлен на рис. 2. Значения указанных параметров для первой конфигурации руки  $I^{A-a_2}, \dots, I^{A-a_5}$  представлены на рис. 1.

Аналогичным образом определяются составляющие компоненты модулей векторов линейных скоростей  $V^{B-q_1}, \dots, V^{B-q_5}$  и  $V^{C-q_2}, \dots, V^{C-q_5}$  точек  $B$  и  $C$ . Расчётные значения указанных параметров сведены в табл. 2. На рис. 3 на главном виде и виде сверху в системе координат  $O^V x^V y^V z^V$  (не имеющей проекционной взаимосвязи с системой  $O^0 x^0 y^0 z^0$ ) построены проекции составляющих векторов  $\mathbf{V}^{A-q_2}(V^{A-q_2_1}, V^{A-q_2_2}), \dots, \mathbf{V}^{A-q_5}(V^{A-q_5_1}, V^{A-q_5_2}), \mathbf{V}^{B-q_1}(V^{B-q_1_1}, V^{B-q_1_2}), \dots, \mathbf{V}^{B-q_5}(V^{B-q_5_1}, V^{B-q_5_2})$  и  $\mathbf{V}^{C-q_2}(V^{C-q_2_1}, V^{C-q_2_2}), \dots, \mathbf{V}^{C-q_5}(V^{C-q_5_1}, V^{C-q_5_2})$ . Вид спереди и вид сверху, где изображены данные вектора, определяют проекциями осей системы координат  $O^V_2 x^V_2, O^V_2 z^V_2, O^V_1 x^V_1$  и  $O^V_1 y^V_1$ , в которой строятся скоростной пучок и скоростная плоскость. При этом в качестве центра пучка скоростей принята точка  $O^V(O^V_1, O^V_2)$ . Заметим, что в табл. 2 в некоторых ячейках отсутствует информация. Это объясняется тем, что точки  $A$  и  $C$  находятся на оси вращения  $a_1$ , а точка  $B$ , соответствен-

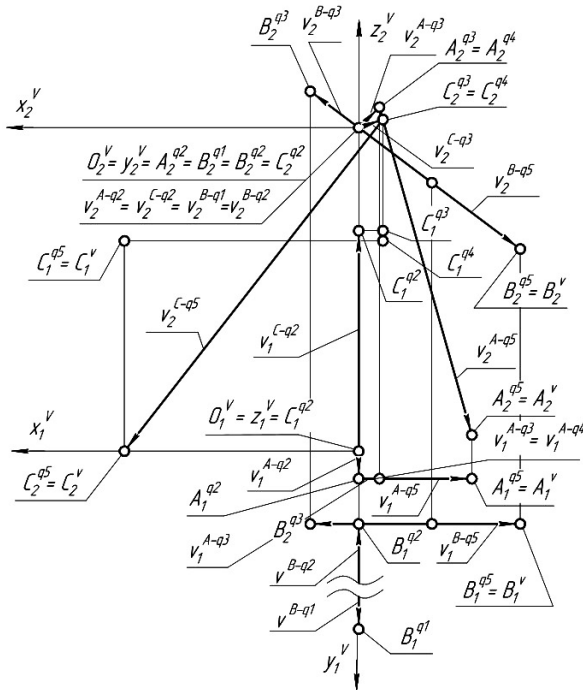


Рис. 3. Определение абсолютных линейных скоростей точек  $A$ ,  $B$  и  $C$  подвижной системы, связанной с выходным звеном, задающих положение скоростной плоскости  
 Fig. 3. Determination of absolute linear velocities of points  $A$ ,  $B$  and  $C$  of the moving system connected to the output link specifying the position of the velocity plane

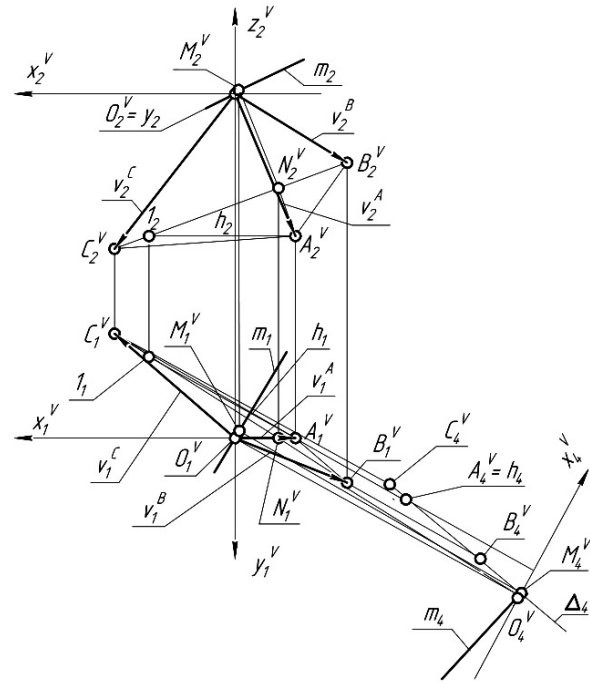


Рис. 4. Построение мгновенно-винтовой оси, характеризующей движение подвижной системы, связанной с выходным звеном  
 Fig. 4. Construction of an instantaneous screw axis characterizing the motion of a moving system connected to an output link

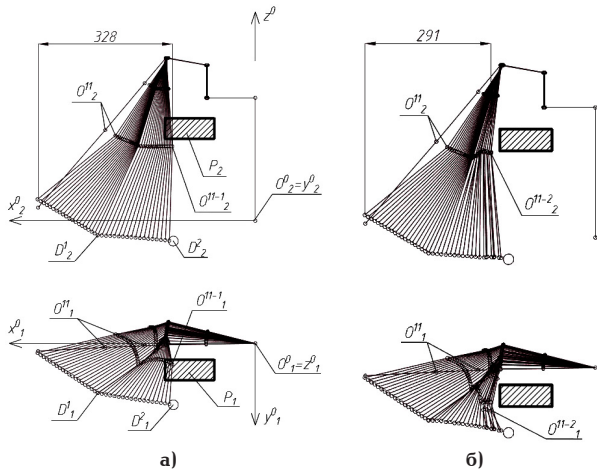
но, находится на оси вращения  $a_4$ . Для определения вектора абсолютной скорости точки  $A$  построим вначале горизонтальную проекцию вектора  $\mathbf{V}^{A-q2}_1$  и найдём конечную точку  $A^{q2}_1$  этого вектора (рис. 3). Указанный вектор отложим в соответствии с его направлением и модулем в заданном масштабе (табл. 2). При этом горизонтальная проекция этого вектора будет представлена отрезком  $O^V_1 A^{q2}_1$ . На главном виде данный вектор проецируется в точку, которая совпадает с точкой  $O^V_2 = A^{q2}_2$ .

Далее от конечной точки  $A^{q2}_1, A^{q2}_2$  вектора  $\mathbf{V}^{A-q2}_1$  на фронтальной проекции отложим вектор  $\mathbf{V}^{A-q3}_2$  в соответствии с заданным направлением и модулем. Направление этого вектора определяется исходя из положения отрезка  $O^V_2 O^V_6$  и знака обобщённой скорости  $q_3$  (рис. 1, рис. 2). Фронтальную и горизонтальную проекции конечной точки вектора  $\mathbf{V}^{A-q3}_2 (V^{A-q3}_1, V^{A-q3}_2)$  задают точки  $A^{q3}_2$  и  $A^{q3}_1$ . Данный вектор на фронтальной проекции представлен отрезком  $A^{q2}_2 A^{q3}_2$ , который проецируется в натуральную величину. Аналогичным образом строят векторы  $\mathbf{V}^{A-q4}_1 (V^{A-q4}_1, V^{A-q4}_2)$  и  $\mathbf{V}^{A-q5}_1 (V^{A-q5}_1, V^{A-q5}_2)$ . Так как модуль вектора скорости  $\mathbf{V}^{A-q4}_1$  равен сравнительно малой величине 0,11 мм/с, то фронтальные и горизонтальные проекции конечной точки этого вектора совпадают с точками  $A^{q4}_2 \approx A^{q3}_2$  и  $A^{q4}_1 \approx A^{q3}_1$ . Конечная точка  $A^{q5}_1 (A^{q5}_1, A^{q5}_2)$  вектора  $\mathbf{V}^{A-q5}_1 (V^{A-q5}_1, V^{A-q5}_2)$  определяет суммарный вектор  $\mathbf{V}^A$  при сложении составляющих векторов  $\mathbf{V}^{A-q2}_1, \mathbf{V}^{A-q3}_2, \mathbf{V}^{A-q4}_1$  и  $\mathbf{V}^{A-q5}_1$ . Учитывая громоздкость различных построений, выполняемых на рис. 3, проекции суммарного вектора  $\mathbf{V}^A$  на рис. 3 не изображены.

По аналогичной методике находят суммарные векторы  $\mathbf{V}^B$  и  $\mathbf{V}^C$  соответственно составляющих векторов  $\mathbf{V}^{B-q1}_1 (V^{B-q1}_1, V^{B-q1}_2), \mathbf{V}^{B-q2}_1 (V^{B-q2}_1, V^{B-q2}_2), \mathbf{V}^{B-q3}_1 (V^{B-q3}_1, V^{B-q3}_2), \mathbf{V}^{B-q5}_1 (V^{B-q5}_1, V^{B-q5}_2)$  и векторов  $\mathbf{V}^{C-q2}_1 (V^{C-q2}_1, V^{C-q2}_2), \mathbf{V}^{C-q3}_1 (V^{C-q3}_1, V^{C-q3}_2), \mathbf{V}^{C-q4}_1 (V^{C-q4}_1, V^{C-q4}_2), \mathbf{V}^{C-q5}_1 (V^{C-q5}_1, V^{C-q5}_2)$ . Проекция составляющих векторов и их конечные

точки  $B^{q2}_1, B^{q2}_2, \dots, B^{q5}_1, B^{q5}_2, C^{q2}_1, C^{q2}_2, \dots, C^{q5}_1, C^{q5}_2$  построены на рис. 3. При этом проекции точек  $B^{q5}_1, B^{q5}_2, C^{q5}_1, C^{q5}_2$  задают проекции конечных точек абсолютных (суммарных) векторов линейных скоростей  $\mathbf{V}^B$  и  $\mathbf{V}^C$  точек  $B$  и  $C$ , принадлежащих подвижной системе, связанной с выходным звеном. Проекция абсолютных векторов  $\mathbf{V}^B$  и  $\mathbf{V}^C$  с целью упрощения рис. 3 также не показаны.

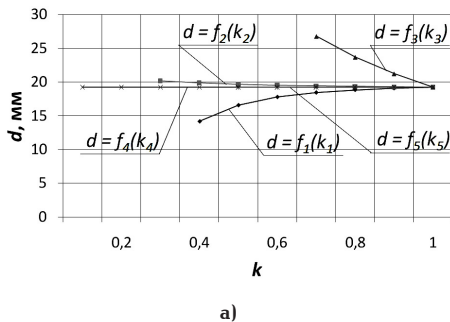
На рис. 4 на главном виде и виде сверху построены положения точек  $A^V (A^V_1, A^V_2), B^V (B^V_1, B^V_2)$  и  $C^V (C^V_1, C^V_2)$ , которые ранее были определены на рис. 3. Для обеспечения более удачной компоновки на рис. 4 увеличено расстояние между главным видом и видом сверху. На рис. 4 отрезки  $O^V_2 A^V_2, O^V_2 B^V_2, O^V_2 C^V_2$  и  $O^V_1 A^V_1, O^V_1 B^V_1, O^V_1 C^V_1$  соответственно представляют фронтальные и горизонтальные проекции абсолютных векторов скоростей  $\mathbf{V}^A (V^A_1, V^A_2), \mathbf{V}^B (V^B_1, V^B_2), \mathbf{V}^C (V^C_1, V^C_2)$  точек  $A, B$  и  $C$ . Указанные векторы скоростей определяют скоростной пучок, а проекции отрезков  $A^V_2 B^V_2, B^V_2 C^V_2, C^V_2 A^V_2$  и  $A^V_1 B^V_1, B^V_1 C^V_1, C^V_1 A^V_1$  определяют соответственно фронтальную и горизонтальную проекции скоростной плоскости  $A^V B^V C^V$ . Спроецируем скоростную плоскость в линию. Для этого в плоскости треугольника  $A^V B^V C^V$  построим горизонталь  $h (h_1, h_2)$  (проходящую через точку  $A^V$ ) и спроецируем её на плоскости проекций  $\Pi_4$  в точку, которая будет совпадать с точкой  $A^V_4 = h_4$ . Скоростная плоскость  $A^V B^V C^V$  на плоскости проекций  $\Pi_4$  проецируется в линию, которую обозначим  $\Delta_4$ . Данная линия  $\Delta_4$  определяет вырожденную проекцию скоростной плоскости. Опустим перпендикуляр из центра пучка скоростей  $O^V_4$  на скоростную плоскость  $\Delta_4$ . Данный перпендикуляр на рис. 4 обозначен  $m_4$ . Проекции  $m_1, m_2$  и  $m_4$  этого перпендикуляра определяют положение мгновенно-винтовой оси  $m$  в системе  $O^V x^V y^V z^V$ . Проекции  $M^V_1, M^V_2$  и  $M^V_4$  определяют точку пересечения прямой  $m$  со скоростной плоскостью  $\Delta$ . Тогда отрезок  $O^V_4 M^V_4$



**Рис. 5. Построение движений механизма руки антропоморфного робота:**  
 а — при значениях  $k^V_i = 0$ ;  
 б — при значениях  $k^V_s = 0,4$   
**Fig. 5. Construction of the movements of the arm mechanism of an anthropomorphic robot:**  
 а — for values of  $k^V_i = 0$ ;  
 б — for values of  $k^V_s = 0,4$

определяет мгновенную поступательную скорость  $V_m$  вдоль оси мгновенного винта. Исходя из отношения отрезков  $C^V N^V / C^V B^V = CN / CB$ , и  $M^V N^V / M^V A^V = MN / MA$  на скоростной плоскости и в плоскости треугольника  $ABC$  в системах  $O^V x^V y^V z^V$  и  $O^o x^o y^o z^o$ , можно определить положение мгновенно-винтовой оси в подвижной системе, характеризующей мгновенное движение ВЗ. Точка  $N^V$  определяется пересечением отрезков  $C^V B^V$  и  $M^V A^V$  (рис. 4).

Рассмотрим синтез движений руки антропоморфного робота по заданному вектору скоростей ВЗ  $V^B(V^B_1, V^B_2)$  при наличии запретной зоны  $P(P_1, P_2)$  (рис. 5а). Так как по направлению движения механизма руки находится запретная зона  $P$ , то необходимо в направлении этой зоны уменьшить скорость узловой точки  $O^{11}(O^{11}_1, O^{11}_2)$ . Найдём точку пересечения прямых  $O^{12}_2 O^{11}_2$  и  $O^0_2 O^{11}_2$ . Данная точка на рис. 1 обозначена точкой  $K_2$ . По отношению отрезков  $K_2 C_2 / K_2 A_2 = K^V_2 C^V_2 / K^V_2 A^V_2$  возможно определение точки  $K^V_2$  на скоростной плоскости, определяющей абсолютную линейную скорость точки  $K$  подвижной системы, связанной с ВЗ (рис. 4).



Используя отношения отрезков  $B_2 O^{11}_2 / B_2 K_2 = B^V_2 O^{11(V)}_2 / B^V_2 K^V_2$  возможно определение точки  $O^{11(V)}$  на скоростной плоскости. Точка  $O^{11(V)}$  будет определять абсолютную скорость точки  $O^{11}$ , которая принадлежит ВЗ. Анализ построений на рис. 3 и рис. 4 показывает, что для уменьшения модуля вектора скорости  $V^{O^{11}}$  узловой точки, принадлежащей ВЗ механизма, необходимо изменить модули составляющих векторов скоростей точек  $A$  и  $C$ . Изменение положений точек  $A^V$  и  $C^V$  при синтезе перемещений по критерию минимизации объёма движения возможно благодаря использованию весовых коэффициентов  $k^V_j$ . При синтезе движений используют линейную систему уравнений [3, 4]:

$$V = J A Q, \quad (2)$$

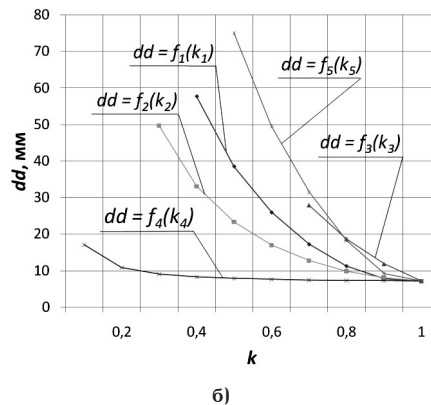
или в развернутом виде:

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & \dots & J_{15} \\ J_{21} & J_{22} & \dots & J_{25} \\ J_{31} & J_{32} & \dots & J_{35} \\ J_{41} & J_{42} & \dots & J_{45} \\ J_{51} & J_{52} & \dots & J_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k^V_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k^V_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k^V_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k^V_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k^V_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \\ \dot{q}_5 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где  $V(V_x, V_y, V_z)$  — вектор линейной скорости центра ВЗ;  $J$  — матрица частных передаточных отношений (коэффициенты  $J_{41}, \dots, J_{45}, J_{51}, \dots, J_{55}$  вычисляются в соответствии с критерием минимизации квадратичного функционала объёма движения) [4];  $A$  — матрица значений весовых коэффициентов  $k^V_1, \dots, k^V_5$  диагонального вида, которая позволяет изменять вклад каждой из обобщённых скоростей, обеспечивающих движение центра ВЗ точки  $B$  с заданным вектором  $V = V^B$ ;  $Q(q_1, q_2, \dots, q_5)$  — вектор обобщённых скоростей.

### Результаты экспериментов

Анализ построений скоростной плоскости показывает, что на абсолютные скорости точек  $A$ ,  $B$  и  $C$  влияют обобщённые скорости  $\dot{q}_j$ . Скорости данных точек могут быть изменены благодаря использованию весовых коэффициентов  $k^V_j$  (3). На рис. 5а представлено движение руки антропоморфного робота при значениях весовых коэффициентов  $k^V_j$  равных единице. Для моделирования движения



**Рис. 6. Графики зависимостей:** а — величины смещения узловой точки  $O^{11}$  в направлении запретной зоны от значений весовых коэффициентов обобщённых скоростей; б — точности позиционирования от значения весовых коэффициентов обобщённых скоростей  
**Fig. 6. Dependency graphs:** а — the values of the displacement of the nodal point  $O^{11}$  in the direction of the forbidden zone from the values of the weighting coefficients of generalized velocities; б — positioning accuracy from the value of the weighting coefficients of generalized velocities

антропоморфного робота использовались программы на языке AutoLISP в среде NanoCAD. Вначале осуществляется синтез движений до первой целевой точки  $D^1(D^1_1, D^1_2)$ . После достижения указанной точки строится движение до второй целевой точки  $D^2(D^2_1, D^2_2)$ .

С целью корректировки движения, при котором замедляется движение узловой точки  $O^{11}$  в направлении к запретной зоне  $P$  проведены исследования влияния значений коэффициентов  $k^V_i$  на синтез движений. Для определения наиболее оптимального весового коэффициента  $k^V_i$  значений обобщенных скоростей (3) для корректировки движения определены графики зависимостей изменения смещения узловой точки  $O^{11}$  в направлении запретной зоны  $P - d = f_i(k^V_i)$  (рис. 6а). Анализ графиков функций данного рисунка показывает наибольшее уменьшение расстояния  $d$  при использовании весового коэффициента  $k^V_i$ . Для определения минимально допустимых значений весовых коэффициентов обобщенных скоростей  $k^V_i$  при построении движений построены графики зависимостей изменения погрешностей реализаций, определяемых параметром  $dd$  от значений весовых коэффициентов  $k^V_i$ . На рис. 6б представлены указанные графики-функций  $dd = f_i(k^V_i)$ . Значение параметра  $dd$  определяются по зависимости:

$$dd = ((x^{TC} - m_x)^2 + (y^{TC} - m_y)^2 + (z^{TC} - m_z)^2)^{1/2}, \quad (4)$$

где  $x^{TC}$ ,  $y^{TC}$ ,  $z^{TC}$  — координаты следующей целевой точки на заданной траектории движения центра ВЗ;  $m^{o,n}_x, m^{o,n}_y, m^{o,n}_z$  — элементы матрицы  $M_{o,n}$ , определяющей положение ВЗ после реализации значений вектора обобщенных скоростей (вектора приращений обобщенных координат, при этом принято допущение  $\Delta q_i \approx \dot{q}_i$ ). Анализ графиков функций на рис. 6б, показывает, что при заданной точности позиционирования равной 20 мм максимальное значение параметра  $k^V_1$  может быть принято 0,7. На рис. 5б синтез движений выполнен при значении коэффициента  $k^V_1 = 0,7$ .

При значениях  $k^V_1$  меньше 0,7 система не может вычислить следующую конфигурацию. Так как для первой конфигурации значения некоторых обобщенных координат приняты близкими к нулевым, то механизм руки занимает особое положение [3, 4]. Это объясняет на рис. 5а скачок обобщенных координат и существенное отклонение от заданной траектории центра ВЗ при расчете второй конфигурации. В таких положениях при заданном векторе  $V$  при решении системы уравнений (2) возникают большие погрешности реализации. Как видно из рис. 5б, при построении движения с использованием весового коэффициента  $k^V_1$  происходит уменьшение скорости узловой точки  $O^{11}$  в направлении запретной зоны  $P$ . Так, смещение узловой точки  $O^{11}$  в направлении запретной зоны в первом случае составляет 328 мм, а во втором — 291 мм. Использование весового коэффициента  $k^V_1$  позволило достичь центром ВЗ заданной целевой точки.

В тестовом задании запретную зону задает прямоугольный параллелепипед. При задании более сложной формы запретных зон, состоящих из нескольких трехмерных примитивов, значительно увеличивается время определения пересечения механизма руки с запретной зоной. При этом требуется дополнительный расчет направления прямой, задающей кратчайшее расстояние от наиболее близкой узловой точки механизма манипулятора

до запретной зоны. В связи с этим данные запретные зоны в работе не рассматривались.

### Основные результаты и выводы

По результатам проведенных исследований можно сделать следующие выводы. Анализ построений скоростной плоскости и скоростного пучка на фронтальной и горизонтальной проекциях позволил определить положение мгновенно-винтовой оси и точку  $M$  подвижной системы, связанной с ВЗ, у которой абсолютная линейная скорость принимает минимальное значение при заданных мгновенных скоростях изменения обобщенных координат. Анализ построений скоростного пучка показывает, что для уменьшения модуля вектора линейной скорости узловой точки  $O^{11}$  (принадлежащей ВЗ) в направлении запретной зоны  $P$  необходимо изменить составляющие компоненты линейных скоростей, при которых положения точек  $A^V$  и  $C^V$  скоростной плоскости займут другие положения. Это может быть достигнуто благодаря использованию весовых коэффициентов обобщенных скоростей.

Проведенные исследования могут быть использованы при разработке информационно-управляющих комплексов подвижных объектов, в частности при разработке интеллектуальных систем управления, автономно функционирующих антропоморфных роботов в организованных средах, а также в учебном процессе студентов при изучении закономерностей движения робототехнических систем.

### Список источников / References

- Zheng X., Han Y., Liang J. Anthropomorphic motion planning for multi-degree-of-freedom arms. *Frontiers in Bioengineering and Biotechnology*. 2024. P. 1–16. DOI: 10.3389/fbioe.2024.1388609.
- Притыкин Ф. Н. Виртуальное моделирование движений роботов, имеющих различную структуру кинематических цепей: моногр. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2014. 172 с. EDN: RVBBIB.
- Pritykin F. N. Virtual'noye modelirovaniye dvizheniy robotov, imeyushchikh razlichnyuyu strukturu kinematicheskikh tspey [Virtual simulation of robot movements with different kinematic chain structures]. Omsk, 2014. 172 p. EDN: RVBBIB. (In Russ.).
- Корендясев А. И., Саламандра Б. Л., Тывес Л. И. Манипуляционные системы роботов. Москва: Машиностроение, 1989. 472 с. ISBN 5-217-00461-4.
- Korenyasev A. I., Salamandra B. L., Tyves L. I. Manipulyatsionnyye sistemy robotov [Robot manipulation systems]. Moscow, 1989. 472 p. ISBN 5-217-00461-4. (In Russ.).
- Кобринский А. А., Кобринский А. Е. Манипуляционные системы роботов. Москва: Наука, 1985. 343 с.
- Kobrinskiy A. A., Kobrinskiy A. E. Manipulyatsionnyye sistemy robotov [Robot manipulation systems]. Moscow, 1985. 343 p. (In Russ.).
- Kim H., Li Z., Milutinovic D., Rosen J. [et al.]. Resolving the redundancy of a seven dof wearable robotic system based on kinematic and dynamic constraint. *2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. 2012. P. 305–310. DOI: 10.1109/icra.2012.6224830.
- Zacharias F., Schlette C., Schmidt F. [et al.]. Making planned paths look more human-like in humanoid robot manipulation planning. *Proceedings – IEEE International Conference on Robotics and Automation*. 2011. DOI: 10.1109/ICRA.2011.5979553.
- Yamane K. Kinematic redundancy resolution for humanoid robots by humanmotion database. *IEEE Robotics Automation Lett*. 2020. Vol. 5 (4). P. 6948–6955. DOI: 10.1109/lra.2020.3026972.
- Kim S., Kim C., Park J. H. Human-like arm motion generation for humanoid robots using motion capture database. *2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots*

and Systems. 2006. P. 3486–3491. DOI: 10.1109/iros.2006.282591.

9. Huang Zhang H. T., Yang C., Chen C. L. P. Motor learning and generalization using broad learning adaptive neural control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2020. Vol. 67 (10). P. 8608–8617. DOI: 10.1109/tie.2019.2950853.

10. Nagahama K., Demura S., Yamazaki K. Robot learning of tool manipulation based on visual teaching with mitate expression. *Advanced Robotics*. 2021. Vol. 35 (12). P. 741–755. DOI: 10.1080/01691864.2021.1914724.

11. Deng M., Li Z., Kang Y. [et al.]. A learning-based hierarchical control scheme for an exoskeleton robot in human–robot cooperative manipulation. *IEEE Transactions on Cybernetics*. 2020. Vol. 50 (1). P. 112–125. DOI: 10.1109/tcyb.2018.2864784.

12. Sasagawa A., Sakaino S., Tsuji T. Motion generation using bilateral control-based imitation learning with autoregressive learning. *IEEE Access*. 2021. Vol. 9. P. 20508–20520. DOI: 10.1109/access.2021.3054960.

13. Yang A., Chen Y., Naeem W., Fei M. Humanoid motion planning of robotic arm based on human arm action feature and reinforcement learning. *Mechatronics*. 2021. Vol. 78. 102630. DOI: 10.1016/j.mechatronics.2021.102630.

14. Qian K., Liu H., Valls Miro J. [et al.]. Hierarchical and parameterized learning of pick-and-place manipulation from under-specified human demonstrations. *Advanced Robotics*. 2020. Vol. 34 (13). P. 858–872. DOI: 10.1080/01691864.2020.1778523.

15. Lu Z., Wang N., Li Q., Yang C. A trajectory and force dual-incremental robot skill learning and generalization framework using improved dynamical movement primitives and adaptive neural network control. 2023. *Neurocomputing*. Vol. 521 (5). P. 146–159. DOI: 10.1016/j.neucom.2022.11.076.

16. Лучшие симуляторы роботов. URL: <https://formant.io/blog/best-robot-simulators/> (дата обращения: 14.02.2025).

Luchshiye simulyatory robotov [Best robot simulators]. URL: <https://formant.io/blog/best-robot-simulators/> (accessed: 14.02.2025). (In Russ.).

17. Сиразетдинов Р. Т., Деваев В. М., Камалов А. Р., Кацевман Е. М. Программный комплекс моделирования и виртуализации антропоморфного робота AR-601 на основе систем ROS И GAZEBO // Имитационное моделирование. Теория и практика: тр. Седьмой всерос. науч.-практ. конф. В 2 т. Москва, 2015. Т. 2. С. 328–331.

Sirazetdinov R. T., Devayev V. M., Kamalov A. R., Katsevan E. M. Programmy kompleks modelirovaniya i virtualizatsii antropomorfno roboto AR-601 na osnove sistem ROS I GAZEBO [Software package for modeling and virtualization of the AR-601 anthropomorphic robot based on the ROS and GAZEBO systems]. *Imitatsionnoye Modelirovaniye. Teoriya i Praktika*. In 2 vols. Moscow, 2015. Vol. 2. P. 328–331. (In Russ.).

18. Артоболевский И. И. Теория пространственных механизмов. Москва; Ленинград; ОНТИ, 1937. 236 с.

Artobolevskiy I. I. Teoriya prostranstvennykh mekhanizmov [Theory of spatial mechanisms]. Moscow; Leningrad, 1937. 236 p. (In Russ.).

19. Диментберг Ф. М. Теория винтов и ее приложения. Москва: Наука, 1978. 328 с.

Dimentberg F. M. Teoriya vintov i eye prilozheniya [Theory of screws and its applications]. Moscow, 1978. 328 p. (In Russ.).

20. Мерцалов Н. И. Теория пространственных механизмов. Москва: Машгиз, 1951. 206 с.

Mertsalov N. I. Teoriya prostranstvennykh mekhanizmov [Theory of spatial mechanisms]. Moscow, 1951. 206 p. (In Russ.).

21. Тевлин А. М., Притыкин Ф. Н. Геометрический метод определения мгновенной винтовой оси при сложении трех винтовых движений // Современные проблемы динамики машин и их синтез. Москва: Изд-во МАИ, 1986. С. 4–8.

Tevlin A. M., Pritykin F. N. Geometricheskii metod opredeleniya mgnovennoy vintovoy osi pri slozhenii trekh vintovykh dvizheniy [Geometric method for determining the instantaneous screw axis by adding three screw motions].

Sovremennyye problemy dinamiki mashin i ikh sintez. *Modern Problems of Machine Dynamics and Their Synthesis*. Moscow, 1986. P. 4–8. (In Russ.).

22. Притыкин Ф. Н., Кайбышев А. В. Анализ мгновенных состояний выходного звена шестизвального пространственного манипулятора с помощью построения скоростной плоскости на комплексном чертеже // Приложение к журналу «Омский научный вестник». Омск: Изд-во ОмГТУ, 1998. С. 36–44.

Pritykin F. N., Kaybyshev A. V. Analiz mgnovennykh sostoyaniy vykhodnogo звена shestizvalnogo prostranstvennogo manipulyatora s pomoshch'yu postroyeniya skorostnoy ploskosti na kompleksnom chertezhe [Analysis of instantaneous states of the output link of a six-link spatial manipulator by the construction of a velocity plane on a complex drawing]. *Prilozheniye k zhurnalu «Omskiy nauchnyy vestnik»*. Omsk Scientific Bulletin Supplement. Omsk, 1998. P. 36–44. (In Russ.).

23. Афонин В. Л., Макушкин В. А. Интеллектуальные робототехнические системы. Москва: Интернет-университет информационных технологий, 2005. 208 с. ISBN 5-9556-0024-8. EDN: SUIEOF.

Afonin V. L., Makushkin V. A. Intellektual'nyye robototekhnicheskiye sistemy [Intelligent robotic systems]. Moscow, 2005. 208 p. ISBN 5-9556-0024-8. EDN: SUIEOF. (In Russ.).

**ПРИТЫКИН Федор Николаевич**, доктор технических наук, профессор (Россия), профессор кафедры «Инженерная геометрия и САПР» Омского государственного технического университета (ОмГТУ), г. Омск.

SPIN-код: 7628-8023

ORCID: 0000-0001-8081-6840

AuthorID (SCOPUS): 6507269253

Адрес для переписки: [pritykin@mail.ru](mailto:pritykin@mail.ru)

**ФЁДОРОВ Даян Борисович**, преподаватель кафедры «Инженерная геометрия и САПР» ОмГТУ, г. Омск.

SPIN-код: 5003-3315

Адрес для переписки: [dfiodorov55@mail.ru](mailto:dfiodorov55@mail.ru)

**Прозрачность финансовой деятельности:** авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах и методах. Конфликт интересов отсутствует.

Статья поступила в редакцию 21.03.2025; одобрена после рецензирования 05.06.2025; принята к публикации 30.06.2025.

**PRITYKIN Fedor Nikolayevich**, Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Engineering Geometry and CAD Department, Omsk State Technical University (OmSTU), Omsk.

SPIN-code: 7628-8023

ORCID: 0000-0001-8081-6840

AuthorID (SCOPUS): 6507269253

Correspondence address: [pritykin@mail.ru](mailto:pritykin@mail.ru)

**FEDOROV Dayan Borisovich**, Lecturer of the Engineering Geometry and CAD Department, OmSTU, Omsk.

SPIN-code: 5003-3315

Correspondence address: [dfiodorov55@mail.ru](mailto:dfiodorov55@mail.ru)

**Financial transparency:** the authors have no financial interest in the presented materials or methods. There is no conflict of interest.

The article was submitted 21.03.2025; approved after reviewing 05.06.2025; accepted for publication 30.06.2025.