

МЕТОДИКА РАСЧЁТА КИНЕМАТИКИ ШТОКА ДВИГАТЕЛЯ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ РЫЧАЖНОГО МАНИПУЛЯТОРА, ДВИЖУЩЕГОСЯ В ПРЯМОЛИНЕЙНОЙ НАПРАВЛЯЮЩЕЙ

А. Х. Шамутдинов¹, И. Ю. Лесняк²

¹Омский автобронетанковый инженерный институт,
Россия, 644098, г. Омск, ул. 14-й Военный Городок, 119

²Омский государственный технический университет, Россия, 644050, г. Омск, пр. Мира, 11

Данное исследование затрагивает анализ кинематики верхнего конца штока гидроцилиндра (пневмоцилиндра, шарико-винтовой пары и др. двигателей поступательного движения), входящего в состав схемного решения рычажного манипулятора, конец ведущего штока которого перемещается по заданной прямолинейной направляющей.

Определены аналитические зависимости аналогов угловых скоростей и угловых ускорений штоков механизма, в программе Mathcad 15 представлены графики этих зависимостей для частного случая при заданном горизонтальном расположении прямолинейной направляющей, проанализированы их соотношения. Предложена методика расчёта кинематики рассматриваемого рычажного манипулятора графическим методом: на основе безразмерного коэффициента изменения угловых скоростей K_ω (отношение площадей треугольников), определяются угловые скорости и ускорения ведомых штоков механизма, на основе его геометрических параметров и заданной линейной скорости ведущего штока, что значительно снижает время расчета его кинематики в технологическом процессе эксплуатации механизма.

Ключевые слова: рычажный манипулятор, двигатель поступательного движения, гидро- пневмоцилиндр, шарико-винтовая пара, спрямляющий механизм, обобщённая координата, скорость.

Для цитирования: Шамутдинов А. Х., Лесняк И. Ю. Методика расчёта кинематики штока двигателя поступательного движения рычажного манипулятора, движущегося в прямолинейной направляющей // Омский научный вестник. 2025. № 4 (196). С. 18–25. DOI: 10.25206/1813-8225-2025-196-18-25. EDN: YCROCX.



© Шамутдинов А. Х., Лесняк И. Ю., 2025.
Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.

METHODOLOGY FOR CALCULATING THE KINEMATICS OF THE PISTON ROD OF A TRANSLATIONAL MOTION ENGINE OF A LEVER MANIPULATOR MOVING IN A RECTILINEAR GUIDE

A. Kh. Shamutdinov¹, I. Yu. Lesnyak²

¹Omsk Tank-Automotive Engineering Institute, Russia, Omsk, 14th Voyennyy gorodok St., 119, 644098

²Omsk State Technical University, Russia, Omsk, Mira Ave., 11, 644050

The article deals with the analysis of the kinematics of the upper end of the hydraulic cylinder rod (pneumatic cylinder, ball screw pair, etc.), which is part of the circuit solution of a lever manipulator, the end of the leading rod of which moves along a given rectilinear guide. Analytical dependencies of the analogs of angular velocities and angular accelerations of the mechanism rods are determined. A technique for determining the kinematic characteristics of the considered lever manipulator using a graphical method is developed. Using a dimensionless coefficient of change in angular velocities (the ratio of the areas of triangles), angular velocities and accelerations of the driven rods of the mechanism are determined based on its geometric parameters and a given linear velocity of the leading rod, which significantly reduces the time of calculating its kinematics in the technological process of operating the mechanism.

Keywords: lever manipulator, translational motion engine, hydraulic-pneumatic cylinder, ball screw pair, straightening mechanism, generalized coordinate, speed.



Введение

Рычажный манипулятор представляет собой механизм, в частности робот-манипулятор, содержащий систему звеньев, предназначенную для управления исполнительными объектами мобильной платформы. Здесь мы будем рассматривать не конкретный механизм, а схемное решение рычажного механизма-манипулятора, в котором задана структурная схема, описано расположение и исполнительные звеньев. Именно на мобильной платформе находятся объекты (механизмы) для их исполнительного управления. Управление рычажным механизмом (манипулятором) осуществляется за счёт придания определенным, а именно ведущим звеньям начальных движений. Данное исследование, для простоты, будет касаться плоского рычажного механизма. Из структурной теории механизмов Ассура – Артоболевского известно, что подвижность плоского механизма определяется формулой П. Л. Чебышева [1, с. 40]

$$W = 3n - 2p_5 - p_4, \quad (1)$$

где n — число подвижных звеньев; p_4 , p_5 — количество кинематических пар 4-го и 5-го классов.

Указанные механизмы нашли широкое применение в машиностроении: в роботостроении, судостроении, специальной военной технике и др. В каждом конкретном случае необходимо определение кинематических характеристик (линейных и угловых скоростей и ускорений). Например, в транспортной технике известны крано-манипуляторные установки для выполнения погрузочно-разгрузочных работ, где необходимо знание координат положения объекта, а также размеров его рабочей зоны [2, 3]; в медицине [4]; в автоматических линиях сборки [5] и т. д.

Как известно, наиболее актуальной задачей современного машиностроения является увеличение степени подвижности механизма W , повышение его кинематической мобильности и эксплуатационных возможностей [6]. Как видно их формулы [1], повышение подвижности можно осуществить за счёт увеличения числа подвижных звеньев и уменьшения в нём избыточных связей. Из [7, 8] известно, что для увеличения различных вариантов применения технологического оборудования в машиностроении широко используют механизмы-манипуляторы с широкой системой приводов (ведущих штоков), общее действие которых позволяет реализовать почти любое заданное движение рабочего органа в заданной (плоской или пространственной) рабочей зоне.

Классическая задача исследования направляющих механизмов была установлена ещё Д. Уаттом для передачи прямолинейного движения конца поршневого штока концу коромысла, движущегося по дуге окружности [9]. Во многих направляющих (спрямляющих) механизмах П. Л. Чебышева, Хойкена, Липкина – Посседа и др. [10], кинематические исследования которых достаточно известны и

реализованы во многих областях машиностроения, конец коромысла-шатун перемещался по *направляющей окружности*.

Предлагается исследование рычажного механизма-манипулятора, у которого направляющая движения выходного звена — штока гидроцилиндра, задана в виде *прямой линии*. Такие механизмы получили широкое применение в конструкциях экскаваторов, кранов, гидродопъемников, а также в тех механизмах, в которых необходимо получение выстоя выходного звена, то есть его остановки на определенный промежуток времени [11, 12]. Считаем, что схемное решение рычажного механизма (манипулятора) известно, определено и описана его работа. Задача сводится к определению условий работы исследуемого рычажного механизма, в данном случае кинематических, когда известны парциальные движения его ведущих звеньев.

Постановка задачи

Задано схемное решение рычажного механизма-манипулятора с заданной прямолинейной направляющей конца приводного штока — точки B (рис. 1). Известна его структурная схема и основные его геометрические размеры. Направляющая задана в общем виде — наклонная прямая BB_1 , расположенная под углом γ к горизонту. Известна величина выдвигания правого, ведущего штока, поступательная скорость этого выдвигания и его ускорение (при равномерном выдвигании штока — оно равно нулю). Задача — описать методику определения угловых скоростей и ускорений поворотов ведомого (левого) штока гидроцилиндра (пневмоцилиндр, шарико-винтовая пара (ШВП), в общем случае, двигателя поступательного движения (ДПД)) на основе графического метода.

Теория

В работах [13–15] рассматривалась схема манипулятора, где для увеличения угла поворота стрелы в горизонтальной плоскости без общих перемещений самого погрузчика был введен дополнительный двигатель поступательного движения (гидроцилиндр). Для расширения кинематических и динамических возможностей данного манипулятора и расширенной рабочей зоной предлагалось управление исполнительными приводами задавать по определенным программным движениям.

На основе принципа действия рассматриваемых конструкций механизмов работа исследуемого рычажного манипулятора (рис. 1) состоит в следующем: при увеличении длины правого штока l_1 его длина увеличивается на величину s_1 и поворачивается на угол ψ . При этом точка B движется по заданной фиксированной направляющей — наклонной прямой BB_1 , то есть доходит до точки B_1 , а левый шток b_1 повернется на угол ϕ , при этом его длина укоротится на величину s_2 . На рис. 1 наклонная прямая BB_1 представляет собой *направляющую* прямую, по которой движется точка B — конец правого штока ведущего штока ДПД; a — расстоя-

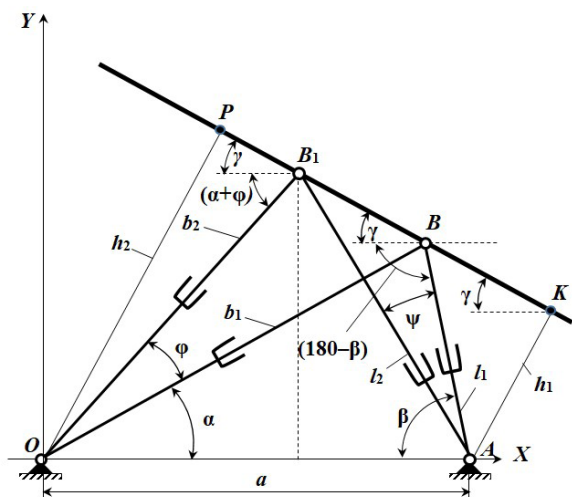


Рис. 1. Схемное решение рычажного механизма (манипулятора) с наклонной прямолинейной направляющей
Fig. 1. Schematic diagram of a lever mechanism (manipulator) with an inclined straight-line guide

ние между нижними опорами ведомого и ведущего штоков.

Предполагается, что штоки l_1 и b_1 своими концами (кинематическими парами) соединены с мобильной платформой отдельно, но расстояние между шарнирными соединениями намного меньше их размеров.

Выведем уравнение заданной направляющей — прямой BB_1 , — где точка $B(x_1, y_1)$ — в начале и $B_1(x_2, y_2)$ — в конце её движения по направляющей. Введём систему координат OXY : начало координат — точка O — это нижний шарнир ведомого штока b_1 ; ось OX направлена вдоль линии соединения шарниров O и A (нижний шарнир ведущего штока l_1). Уравнение прямой, проходящей через две точки (прямая BB_1), будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}. \quad (2)$$

Из рис. 1 видно, что в этом уравнении:

$$\begin{aligned} x_1 &= b_1 \cos \alpha, \quad x_2 = b_2 \cos(\alpha + \varphi); \\ y_1 &= b_1 \sin \alpha, \quad y_2 = b_2 \sin(\alpha + \varphi), \end{aligned}$$

где φ — угол между начальным и конечным положениями ведомого штока b_1 ; α — угол начального положения ведомого штока b_1 .

Подставим эти координаты в (2) и выполним преобразования. Получим:

$$\begin{aligned} y &= \frac{b_2 \sin(\alpha + \varphi) - b_1 \sin \alpha}{b_2 \cos(\alpha + \varphi) - b_1 \cos \alpha} \cdot x - \\ &\quad - \frac{b_1 b_2 \sin \varphi}{b_2 \cos(\alpha + \varphi) - b_1 \cos \alpha} \end{aligned}$$

или

$$y = k \cdot x - p, \quad (3)$$

где

$$k = \frac{b_2 \sin(\alpha + \varphi) - b_1 \sin \alpha}{b_2 \cos(\alpha + \varphi) - b_1 \cos \alpha} = \operatorname{tg} \gamma; \quad (4)$$

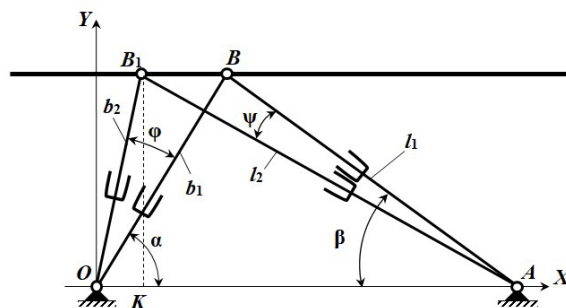


Рис. 2. Схемное решение рычажного механизма (манипулятора) с горизонтальной прямолинейной направляющей
Fig. 2. Schematic diagram of a lever mechanism (manipulator) with a horizontal straight-line guide

$$p = \frac{b_1 b_2 \sin \varphi}{b_2 \cos(\alpha + \varphi) - b_1 \cos \alpha}. \quad (5)$$

Уравнение (3) представляет собой уравнение наклонной прямой BB_1 , где угол γ — угол наклона прямой BB_1 с осью X .

При $k = 0$ выражение (4) будет

$$\begin{aligned} k &= \frac{b_2 \sin(\alpha + \varphi) - b_1 \sin \alpha}{b_2 \cos(\alpha + \varphi) - b_1 \cos \alpha} = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow b_2 \sin(\alpha + \varphi) - b_1 \sin \alpha = 0, \end{aligned}$$

откуда $b_1 \sin \alpha = b_2 \sin(\alpha + \varphi) \Rightarrow \frac{b_1}{\sin(\alpha + \varphi)} = \frac{b_2}{\sin \alpha}$. Углы $\angle BOA$ и $\angle OBB_1$ равны, когда направляющая BB_1 параллельна оси OX и последнее выражение представляет собой теорему синусов для $\triangle OBB_1$ на рис. 2 и уравнение (3) будет выглядеть как $y = \frac{b_1 b_2 \sin \varphi}{b_2 \cos(\alpha + \varphi) - b_1 \cos \alpha}$ — уравнение горизонтальной прямой BB_1 , что соответствует теореме о параллельных и секущих (рис. 2).

При $y = 0$ выражение (3) принимает вид $y = k \cdot x - p = 0$, откуда $x = \frac{p}{k}$ или $x = \frac{b_1 b_2 \sin \varphi}{b_2 \sin(\alpha + \varphi) - b_1 \sin \alpha}$ — уравнение вертикальной прямой BB_1 , что также соответствует теореме о параллельных и секущих, где углы $\angle B_1OA$ и $\angle OB_1B$ равны, когда направляющая BB_1 параллельна оси OY (рис. 3).

Уравнение (3) представляет собой общий вид вариантов на рис. 2 и рис. 3, которые являются частными случаями так называемых направляющих (спрямляющих) механизмов [10].

Из геометрических соображений найдём углы: $\angle ABB_1 = \gamma + (180^\circ - \beta) = 180^\circ - (\beta - \gamma)$, $\angle BB_1A = 180^\circ - (180^\circ - \beta + \gamma) - \psi = (\beta - \gamma - \psi)$, где $\angle BAB_1 = \psi$ — угол между начальным и конечным положениями ведущего штока l_1 .

Из треугольников $\triangle AB_1B$ и $\triangle OB_1B$ по теореме синусов находим:

$$\frac{l_1}{\sin(\beta - \gamma - \psi)} = \frac{l_2}{\sin(\beta - \gamma)} = \frac{BB_1}{\sin \psi}; \quad (6)$$

$$\frac{b_1}{\sin(\alpha + \gamma + \varphi)} = \frac{b_2}{\sin(\alpha + \gamma)} = \frac{BB_1}{\sin \varphi}. \quad (7)$$

Формулы (6) и (7) соответствуют общему случаю (наклонного) расположения направляющей BB_1 ,

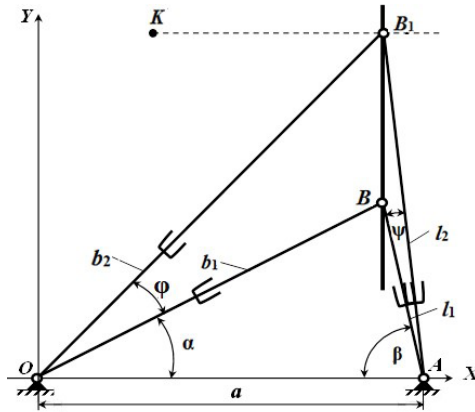


Рис. 3. Схемное решение рычажного механизма (манипулятора) с вертикальной прямолинейной направляющей
Fig. 3. Schematic diagram of a lever mechanism (manipulator) with a vertical straight-line guide

а не только случаям вертикального или горизонтального расположения направляющей BB_1 .

Для простоты будем считать, что $V_1 = \text{const}$ — линейная скорость выдвижения приводного штока l_1 величина заданная, и тогда величина перемещения штока будет выражаться $s_1 = V_1 t$; $V_2 = \text{const}$ — линейная скорость задвижения ведомого штока b_1 , и тогда величина перемещения штока будет выражаться $s_2 = V_2 t$.

Выполним преобразования (6), используя формулы тригонометрии, и получим:

$$\psi = (\beta - \gamma) - \arcsin\left(\frac{C \cdot l_1}{(l_1 + V_1 \cdot t)}\right), \quad (8)$$

где $C = \sin(\beta - \gamma) = \text{const}$; углы α и β постоянны, и тогда их скорости и ускорения равны нулю — $\dot{\alpha} = \dot{\beta} = \ddot{\alpha} = \ddot{\beta} = 0$.

При выводе уравнений скоростей и ускорений рассматривается отклонение механизма от начального положения с начальными углами α и β и начальной длиной l_1 штока AB.

Продифференцируем (8) по времени и получим:

$$\begin{aligned} \frac{d\psi}{dt} = \dot{\psi} &= \frac{d}{dt} \left[(\beta - \gamma) - \arcsin\left(\frac{C \cdot l_1}{(l_1 + s_1)}\right) \right] = \\ &= - \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{C \cdot l_1}{(l_1 + s_1)}\right)^2}} \cdot (-1) \cdot C \cdot l_1 \cdot (l_1 + s_1)^{-2} \cdot \dot{s}_1; \\ \dot{\psi} = \omega_\psi &= \frac{C \cdot l_1 \cdot V_1}{(l_1 + V_1 \cdot t) \sqrt{(l_1 + V_1 \cdot t)^2 - C^2 \cdot l_1^2}}, \end{aligned} \quad (9)$$

где ω_ψ — аналог угловой скорости поворота приводного штока l_1 , позволяющий определить изменение по времени угловой скорости поворота приводного штока l_1 в зависимости от скорости и геометрических параметров механизма, а также выявить её связи с угловой скоростью ведомого штока b_1 ; $V_1 = \dot{s}_1$ — скорость выдвижения приводного штока l_1 .

Из рис. 1 (треугольников $\triangle AB_1B$ и $\triangle OB_1B$) имеем $BB_1^2 = l_1^2 + l_2^2 - 2l_1 \cdot l_2 \cdot \cos \psi$, $BB_1^2 = b_1^2 + b_2^2 - 2b_1 \cdot b_2 \cdot \cos \varphi$. Найдём конечный

предел при дифференцировании этих двух выражений для BB_1^2 :

$$\begin{aligned} \frac{d(BB_1^2)}{dt} &= \frac{d(l_1^2 + l_2^2 - 2l_1 \cdot l_2 \cdot \cos \psi)}{dt} = \\ &= 2l_2 \frac{dl_2}{dt} - 2l_1 \frac{dl_2}{dt} \cos \psi + 2l_1 \cdot l_2 \cdot \sin \psi \cdot \frac{d\psi}{dt}, \\ \frac{d(BB_1^2)}{dt} &= \frac{d(b_1^2 + b_2^2 - 2b_1 \cdot b_2 \cdot \cos \varphi)}{dt} = \\ &= 2b_2 \frac{db_2}{dt} - 2b_1 \frac{db_2}{dt} \cos \varphi + 2b_1 \cdot b_2 \cdot \sin \varphi \cdot \frac{d\varphi}{dt}. \\ 2l_2 \frac{dl_2}{dt} - 2l_1 \frac{dl_2}{dt} \cos \psi + l_1 \cdot l_2 \cdot \sin \psi \cdot \dot{\psi} &= \\ = 2b_2 \frac{db_2}{dt} - 2b_1 \frac{db_2}{dt} \cos \varphi + b_1 \cdot b_2 \cdot \sin \varphi \cdot \dot{\varphi}. \end{aligned} \quad (10)$$

По теореме косинусов из $\triangle OAB$ получаем:

$$b_1 = \sqrt{a^2 + l_1^2 - 2a \cdot l_1 \cdot \cos \beta} = \text{const},$$

из $\triangle OAB_1$ получаем $b_2^2 = a^2 + (l_2(t))^2 - 2a \cdot l_2(t) \cdot \cos(\beta - \psi(t))$.

После дифференцирования и преобразований:

$$\frac{db_2}{dt} = \frac{1}{b_2} \left[l_2 \frac{dl_2}{dt} - a \frac{dl_2}{dt} \cos(\beta - \psi(t)) + \right. \\ \left. + a l_2(t) \sin(\beta - \psi(t)) \frac{d\psi}{dt} \right].$$

Из формулы (7) по аналогии имеем

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{A \cdot b_1}{(b_1 - V_2 \cdot t)}\right) - (\alpha + \gamma), \quad (11)$$

где $b_2 = b_1 - s_2 = b_1 - V_2 t$.

Также, дифференцируя (11), находим:

$$\dot{\varphi} = \omega_\varphi = \frac{A \cdot b_1 \cdot V_2}{(b_1 - V_2 \cdot t) \sqrt{(b_1 - V_2 \cdot t)^2 - A^2 \cdot b_1^2}}, \quad (12)$$

где $V_2 = f(V_1)$.

Из геометрии площадей S для треугольников $\triangle AB_1B$ и $\triangle OB_1B$ можно записать:

$$\begin{aligned} S_{\triangle OB_1B} &= \frac{1}{2} \cdot b_1 \cdot b_2 \cdot \sin \varphi — \\ &\text{площадь треугольника } \triangle OB_1B; \\ S_{\triangle AB_1B} &= \frac{1}{2} \cdot l_1 \cdot l_2 \cdot \sin \psi — \\ &\text{площадь треугольника } \triangle AB_1B. \end{aligned}$$

Из (6) и (7) для треугольников $\triangle OPB$ и $\triangle ABK$ (рис. 1) имеем

$$\frac{S_{\triangle OB_1B}}{S_{\triangle AB_1B}} = \frac{h_2}{h_1} = \frac{b_1 \cdot \sin(\alpha + \gamma)}{l_1 \cdot \sin(\beta - \gamma)} = \frac{b_1 \cdot A}{l_1 \cdot C},$$

где $A = \sin(\alpha + \gamma)$.

Обозначим отношение аналогов угловых скоростей поворотов ведомого и ведущего штоков как коэффициент изменения их угловых скоростей K_ω . Разделим (12) на (9) и получим:

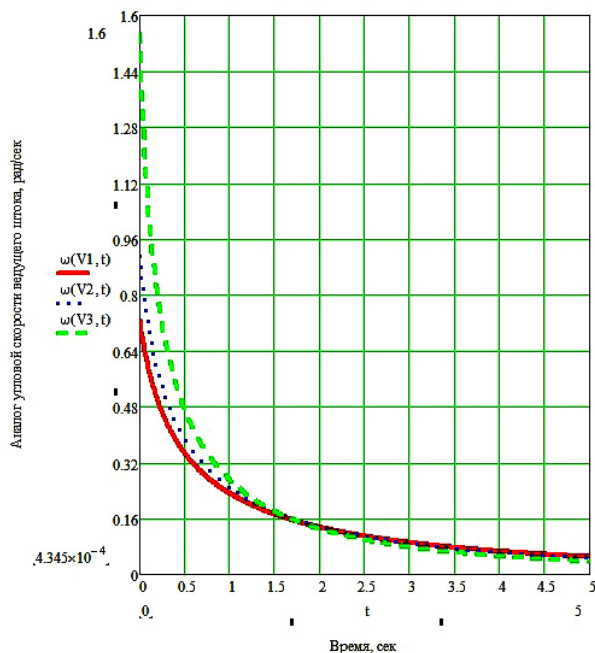


Рис. 4. Зависимость аналога угловой скорости ведущего штока ω_ψ от времени и скорости его выдвижения $V_1 = (0,08; 0,1; 0,17)$ м/с при прямолинейной направляющей ($\gamma = 0^\circ$), $\alpha = \beta = \text{const}$, $l_1 = \text{const}$, $b_1 = \text{const}$ (формула 9)
Fig. 4. Dependence of the angular velocity analog of the drive rod ω_ψ on time and its extension speed $V_1 = (0,08; 0,1; 0,17)$ m/s for a straight-line guide ($\gamma = 0^\circ$), $\alpha = \beta = \text{const}$, $l_1 = \text{const}$, $b_1 = \text{const}$ (equation 9)

$$\frac{\dot{\phi}}{\dot{\psi}} = \frac{\frac{A \cdot b_1 \cdot V_2}{(b_1 - V_2 \cdot t) \sqrt{(b_1 - V_2 \cdot t)^2 - A^2 \cdot b_1^2}}}{\frac{C \cdot l_1 \cdot V_1}{(l_1 + V_1 \cdot t) \sqrt{(l_1 + V_1 \cdot t)^2 - C^2 \cdot l_1^2}}} = \frac{A \cdot b_1 \cdot V_2 \cdot ((l_1 + V_1 \cdot t) \sqrt{(l_1 + V_1 \cdot t)^2 - C^2 \cdot l_1^2})}{C \cdot l_1 \cdot V_1 \cdot ((b_1 - V_2 \cdot t) \sqrt{(b_1 - V_2 \cdot t)^2 - A^2 \cdot b_1^2})} = K_\omega. \quad (13)$$

Формула (13) представляет собой коэффициент изменения угловых скоростей поворотов ведомого и ведущего штоков в общем виде.

Рассматривая частный случай, когда направляющая расположена горизонтально ($\gamma = 0^\circ$), можно записать

$$\frac{b_1 \cdot A}{l_1 \cdot C} = 1,$$

и тогда $K_\omega = \frac{V_2 \cdot (l_1 + V_1 \cdot t)}{V_1 \cdot (b_1 - V_2 \cdot t)} \cdot \sqrt{\frac{(l_1 + V_1 \cdot t)^2 - C^2 \cdot l_1^2}{(b_1 - V_2 \cdot t)^2 - A^2 \cdot b_1^2}}.$

Из (6) и (7) имеем

$$\begin{aligned} \frac{l_2 \sin \psi}{\sin(\beta - \gamma)} &= \frac{b_2 \sin \phi}{\sin(\alpha + \gamma)} \Rightarrow \frac{l_2 \sin \psi}{C} = \frac{b_2 \sin \phi}{A} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{\sin \psi}{\sin \phi} = \frac{C \cdot b_2}{A \cdot l_2} \Rightarrow \frac{\sin \psi}{\sin \phi} = \frac{C \cdot (b_1 - s_2)}{A \cdot (l_1 + s_1)}, \end{aligned}$$

откуда $s_2 = b_1 - \frac{Al_1}{C} \cdot \left(\frac{\sin \psi}{\sin \phi} \right) - \frac{A}{C} \cdot \left(\frac{\sin \psi}{\sin \phi} \right) \cdot s_1$

или

$$V_2 = b_1 - \frac{Al_1}{C} \cdot \left(\frac{\sin \psi}{\sin \phi} \right) - \frac{A}{C} \cdot \left(\frac{\sin \psi}{\sin \phi} \right) \cdot V_1, \quad (14)$$

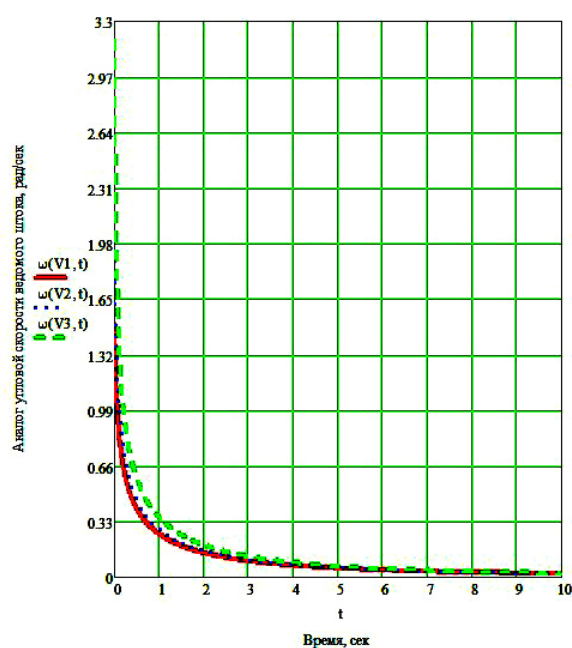


Рис. 5. Зависимость аналога угловой скорости ведомого штока ω_ϕ от времени и скорости его выдвижения $V_1 = (0,08; 0,1; 0,17)$ м/с при прямолинейной направляющей ($\gamma = 0^\circ$), $\alpha = \beta = \text{const}$, $l_1 = \text{const}$, $b_1 = \text{const}$ (формула 12)
Fig. 5. Dependence of the angular velocity analog of the driven rod ω_ϕ on time and the speed of its extension $V_1 = (0,08; 0,1; 0,17)$ m/s for a straight-line guide ($\gamma = 0^\circ$), $\alpha = \beta = \text{const}$, $l_1 = \text{const}$, $b_1 = \text{const}$ (equation 12)

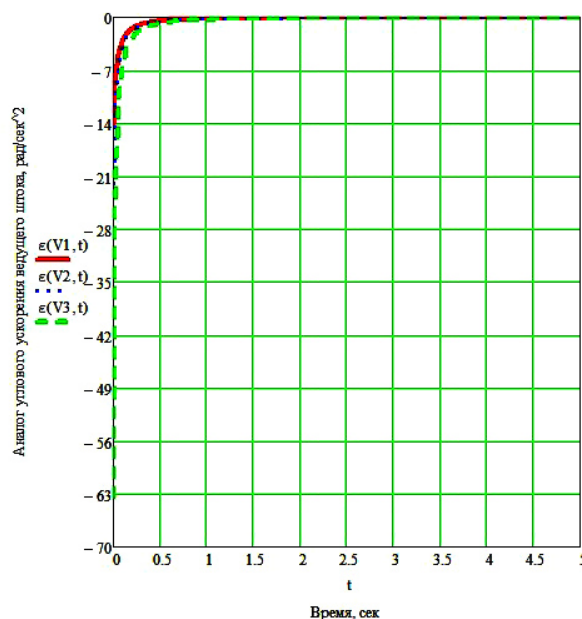


Рис. 6. Зависимость аналога углового ускорения ведущего штока ε_ψ от времени и скорости его выдвижения $V_1 = (0,08; 0,1; 0,17)$ м/с при прямолинейной направляющей ($\gamma = 0^\circ$), $\alpha = \beta = \text{const}$, $l_1 = \text{const}$, $b_1 = \text{const}$ (формула 15)

Fig. 6. Dependence of the angular acceleration analogue of the drive rod ε_ψ on the time and speed of its extension $V_1 = (0,08; 0,1; 0,17)$ m/s for a straight-line guide ($\gamma = 0^\circ$), $\alpha = \beta = \text{const}$, $l_1 = \text{const}$, $b_1 = \text{const}$ (equation 15)

где (14) — зависимость скорости перемещения ведомого штока b_2 от скорости перемещения ведущего штока l_1 , причём по (8) и (11): $\psi = f(V_1)$ и $\phi = f(V_1)$, и тогда $K_\omega = f(V_1)$.

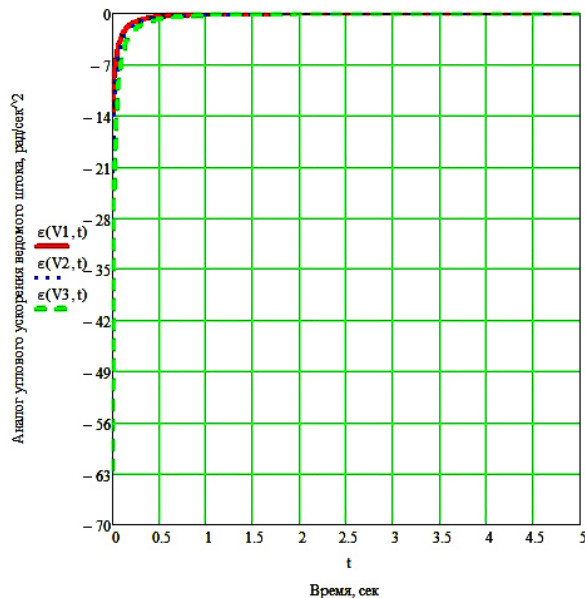


Рис. 7. Зависимость аналога углового ускорения ведомого штока ε_ϕ от времени и скорости его выдвижения $V_1 = (0,08; 0,1; 0,17)$ м/с при прямолинейной направляющей ($\gamma = 0^\circ$), $\alpha = \beta = \text{const}$, $l_1 = \text{const}$, $b_1 = \text{const}$ (формула 16)
Fig. 7. Dependence of the angular acceleration analog of the driven rod ε_ϕ on the time and speed of its extension $V_1 = (0,08; 0,1; 0,17)$ m/s for a straight-line guide ($\gamma = 0^\circ$), $\alpha = \beta = \text{const}$, $l_1 = \text{const}$, $b_1 = \text{const}$ (equation 16)

Из рис. 2 видно, что $\frac{S_{\Delta O B_1 B}}{S_{\Delta A B_1 B}} = \frac{1}{K_\omega} \geq 1$ — отношение площадей треугольников, полученных при движении конца ведущего штока ДПА, ограниченных линиями начальных и конечных длин ведущего и ведомого штоков и прямой направляющей — обратно пропорционально коэффициенту изменения угловой скорости K_ω . Данное отношение площадей треугольников постоянно, а значит, коэффициент изменения угловой скорости K_ω постоянен при движении точки В на всём протяжении прямолинейной направляющей и зависит только от начальных параметров механизма — линейных размеров l_1 , b_1 и углов α , γ .

Применительно к механизму на рис. 2 видно, что $K_\omega = 1$, то есть из геометрических соотношений площади треугольников равны $S_{\Delta O B_1 B} = S_{\Delta A B_1 B}$ и изменения угловых скоростей поворота ведущего и ведомого штоков одинаковы.

Итак, за обобщённую координату движений ведущего и ведомого штоков манипулятора можно принять перемещение ведущего штока s_1 .

Соотношение (13) позволяет определить аналог угловой скорости (ускорения) ведомого штока ω_ϕ (ε_ϕ) заранее, имея значение аналога угловой скорости (ускорения) приводного штока ω_ψ и геометрические параметры механизма.

Найдём аналог ускорения поворота ведущего штока:

$$\ddot{\psi} = \varepsilon_\psi = \frac{C \cdot l_1}{l_2(t) \sqrt{l_2^2(t) - C^2 \cdot l_1^2}} \times \left[\left(\frac{dl_2}{dt} \right)^2 \cdot \frac{2l_2^2(t) - C^2 \cdot l_1^2}{l_2^3(t)} - \frac{d^2 l_2}{dt^2} \right]. \quad (15)$$

Аналогично, используя (12), находим аналог ускорения поворота ведомого штока:

$$\ddot{\phi} = \varepsilon_\phi = \frac{A \cdot b_1}{b_2(t) \sqrt{b_2^2(t) - A^2 \cdot b_1^2}} \times \left[\left(\frac{db_2}{dt} \right)^2 \cdot \frac{2b_2^2(t) - A^2 \cdot b_1^2}{b_2^3(t)} - \frac{d^2 b_2}{dt^2} \right]. \quad (16)$$

Используя пакет программы Mathcad 15, построим графики зависимостей (9), (12) — рис. 4–5, (15) и (16) — рис. 6–7 при $V_1 = (0,08; 0,1; 0,17)$ м/с для частного случая горизонтального расположения прямолинейной направляющей ($\gamma = 0^\circ$).

Результаты исследования

1. Предложено понятие безразмерного коэффициента изменения угловой скорости для данного вида рычажных манипуляторов K_ω (13). Данный коэффициент позволяет определить аналог угловой скорости (ускорения) ведомого штока ω_ϕ (ε_ϕ) заранее, имея значение аналога угловой скорости приводного штока ω_ψ и геометрические параметры механизма, то есть графически определить кинематические параметры (аналоги угловой скорости и ускорения) ведомого штока по известным, заданным кинематическим параметрам ведущего штока. Рассмотрено два положения ведущего и ведомого штоков для более наглядного понимания процесса кинематики механизма и определения изменения длин штоков от углов их поворотов.

2. Найдены аналитические зависимости углов поворота ведущего штока (8) от обобщённой координаты $s_1 = V_1 \cdot t$, и по известному коэффициенту угловой скорости K_ω (13) найдены кинематические характеристики исследуемого механизма — аналоги угловых скоростей (9), (12) и ускорений поворотов ведущего и ведомого штоков механизма (15), (16).

3. Анализ коэффициента изменения угловой скорости поворотов ведущего и ведомого штоков для частного случая горизонтального расположения прямолинейной направляющей ($\gamma = 0^\circ$) показывает, что угловая скорость ведущего штока ω_ψ больше, чем угловая скорость ведомого штока ω_ϕ . За обобщённую координату движений штоков механизма принято одно парциальное движение, а именно движение ведущего штока, что значительно облегчает проектирование и обслуживание механизма.

Заключение

Представлены аналитические зависимости аналогов угловых скоростей и угловых ускорений поворота ведущего и ведомого штоков исследуемого схемного решения механизма от перемещения приводного штока как обобщённой координаты. В программе Mathcad 15 представлены графики этих зависимостей для частного случая горизонтального расположения прямолинейной направляющей ($\gamma = 0^\circ$).

Научная новизна исследования заключается в разработке методики определения кинематических характеристик рассматриваемых видов рычажных механизмов на основе предложенного коэффициента изменения угловых скоростей K_ω (13) (в кинематической схеме механизма — это отношение площадей треугольников, полученных линиями ограничивающих начальные и конечные положения ведущего и ведомого штоков), геометрических параметров и заданной линейной скорости ведущего штока. Данная методика позволяет графически определить кинематические параметры (аналоги угловой скорости и ускорения) ведомого штока

по известным, заданным кинематическим параметрам ведущего штока, а также помогает значительно снизить время расчета его кинематических параметров в технологическом процессе при проектировании и эксплуатации механизма.

Кроме того, бесспорным фактом является то, что парциальным движением в данном виде механизмов является одно движение штока ведущего двигателя поступательного движения. Это значительно снижает энергозатраты по проектированию и обслуживанию механизма: снижается масса, снижаются инерционные нагрузки (инерциальные моменты поворотов штоков), упрощается технологический процесс сборки и др., что даёт возможность разрабатывать схемные решения новых механизмов, используемых в различных областях машиностроения.

В будущих исследованиях по разработанной методике планируется рассмотреть изменения кинематических параметров механизма в диапазоне от $\gamma > 0^\circ$ до $\gamma = 90^\circ$.

Список источников / References

1. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин. 4-е изд., перераб. и доп. Москва: Наука, 1988. 640 с.
Artobolevskiy I. I. Teoriya mekhanizmov i mashin [Theory of mechanisms and machines]. 4th ed., revised and supplemented. Moscow, 1988. 640 p. (In Russ.).
2. Минин В. В., Дмитриев В. А., Азаров В. А. Эффективность бортовых кранманипуляторных установок модульного типа // Автомобилестроение: проектирование, конструирование, расчет и технологии ремонта и производства: материалы VII Всерос. науч.-практ. конф. Ижевск: Изд-во ИЖГТУ имени М. Т. Калашникова, 2023. С. 358–363. ISBN 978-5-7526-1007-3. EDN: MBLCGD.
3. Minin V. V., Dmitriev V. A., Azarov V. A. Effektivnost' bortovykh kranmanipulyatornykh ustanovok modul'nogo tipa [Efficiency of modular onboard crane-manipulator units]. *Avtomobilestroyeniye: Proyektirovaniye, Konstruirovaniye, Raschet i Tekhnologii Remonta i Proizvodstva*. Izhevsk, 2023. P. 358–363. ISBN 978-5-7526-1007-3. EDN: MBLCGD. (In Russ.).
4. Lofgren B., Wikander J. Kinematic control of redundant knuckle booms. *International Journal of Forest Engineering*. 2009. Vol. 20 (1). P. 22–30. DOI: 10.1080/14942119.2009.10702572.
5. Пат. 2757969 C1 Российская Федерация, МПК А 61 В 34/37, В 25 J 13/06. Устройство управления манипуляторами роботохирургического комплекса / Рыжов С. В., Шайдуллин Ф. Х., Антонов Д. А. № 2020142473; заявл. 22.12.2020; опубл. 25.10.2021. Бюл. № 30. EDN: XEDQVN.
6. Patent No. 2757969 C1 Russian Federation, IPC A 61 B 34/37, B 25 J 13/06. Ustroystvo upravleniya manipulyatorami robotokhirurgicheskogo kompleksa [Robotic surgical complex manipulator control device] / Ryzhov S. V., Shaydullin F. Kh., Antonov D. A. No. 2020142473 EDN: XEDQVN. (In Russ.).
7. Замятин В. К. Технология и оснащение сборочного производства машиноприборостроения: справ. Москва: Машиностроение, 1995. 607 с. ISBN 5-217-02596-4.
8. Zamyatin V. K. Tekhnologiya i osnashcheniye sborochnogo proizvodstva mashinopriborostroyeniya: sprav. [Technology and equipment of assembly production of mechanical engineering: handbook]. Moscow, 1995. 607 p. ISBN 5-217-02596-4. (In Russ.).
9. Шамутдинов А. Х., Лесняк И. Ю. Теоретическое исследование кинематических пар «тор с тором» // Омский научный вестник. 2024. № 4 (192). С. 35–43. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-192-35-43. EDN: ARSNMN.
10. Shamutdinov A. Kh., Lesnyak I. Yu. Teoreticheskoye issledovaniye kinematcheskikh par «tor s torom» [Theoretical study of kinematic pairs "torus with torus" based on geometric kinematics]. *Omskiy nauchnyy vestnik. Omsk Scientific Bulletin*. 2024. No. 4 (192). P. 35–43. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-192-35-43. EDN: ARSNMN. (In Russ.).
11. Корендясев А. И., Саламандра Б. Л., Тывес Л. И. [и др.]. Манипуляционные системы роботов / под общ. ред. А. И. Корендясева. Москва: Машиностроение, 1989. 472 с. ISBN 5-217-00461-4.
12. Korendyasev A. I., Salamandra B. L., Tyves L. I. [et al.]. Manipulyatsionnyye sistemy robotov [Robotic manipulation systems] / ed. by A. I. Korendyasev. Moscow, 1989. 472 p. ISBN 5-217-00461-4. (In Russ.).
13. Глазунов В. А., Колискор А. Ш., Крайнев А. Ф. Пространственные механизмы параллельной структуры. Москва: Наука, 1991. 95 с. ISBN 5-02-006759-8.
14. Glazunov V. A., Koliskor A. Sh., Kraynev A. F. Prostranstvennyye mekhanizmy parallel'noy struktury [Spatial mechanisms of the parallel structure]. Moscow, 1991. 95 p. ISBN 5-02-006759-8. (In Russ.).
15. Каменский А. Джеймс Уатт. Его жизнь и научно-практическая деятельность: биографический очерк. Москва: Директ-Медиа, 2014. 100 с. ISBN 978-5-4475-1028-2.
16. Kamenskiy A. Dzheymys Uatt. Ego zhizn' i nauchno-prakticheskaya deyatel'nost': biograficheskiy ocherk [James Watt. His life and scientific and practical activity: a biographical sketch]. Moscow, 2014. 100 p. ISBN 978-5-4475-1028-2. (In Russ.).
17. Бурьян С. Н. «Парадоксальный» механизм П. Л. Чебышёва // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2024. Т. 24, вып. 4. С. 536–551 DOI: 10.18500/1816-9791-2024-24-4-536-551. EDN: NZJSQK.
18. Burian S. N. "Paradoksal'nyy" mekhanizm P. L. Chebysheva [The "paradoxical" mechanism of P. L. Chebyshev]. *Izvestiya Saratovskogo universiteta. Novaya seriya. Seriya: Matematika. Mekhanika. Informatika. Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics*. 2024. Vol. 24, Issue 4. P. 536–551 DOI: 10.18500/1816-9791-2024-24-4-536-551. EDN: NZJSQK. (In Russ.).
19. Пат. 2229641 C2 Российская Федерация, МПК F 16 H 21/00. Рычажный механизм с подвижным приводом / Дворников Л. Т., Вандышев А. В. № 2002116927/11; заявл. 24.06.2002; опубл. 27.05.2004, Бюл. № 15.
20. Patent No. 2229641 C2 Russian Federation, IPC F 16 H 21/00. Rychazhnyy mekhanizm s podvizhnym privodom [Lever mechanism with movable drive] / Dvornikov L. T., Vandyshv A. V. No. 2002116927/11. (In Russ.).
21. Пат. 2440525 C1 Российская Федерация, МПК F 16 H 21/00. Рычажный механизм с двойным приводом / Дворников Л. Т., Желтухин Д. В. № 2010134242/11; заявл. 16.08.2010; опубл. 20.01.2012, Бюл. № 2.
22. Patent No. 2440525 C1 Russian Federation, IPC F 16 H 21/00. Rychazhnyy mekhanizm s dvoynym privodom [Lever mechanism with dual drive] / Dvornikov L. T., Zheltukhin D. V. No. 2010134242/11. (In Russ.).
23. Несмиянов И. А., Карева Н. В. Геометрический синтез механизма поворота стрелы манипулятора // Современные научные исследования и инновации. 2014. № 12. Ч. 1. URL: <http://web.snauka.ru/issues/2014/12/39830> (дата обращения: 03.04.2025).
24. Nesmiyanov I. A., Kareva N. V. Geometricheskii sintez mekhanizma povorota strely manipulyatora [Geometric synthesis mechanism pivoting range of the manipulator]. *Sovremennyye nauchnyye issledovaniya i innovatsii. Modern Scientific Researches and Innovations*. 2014. No. 12. Part 1. URL: <http://web.snauka.ru/issues/2014/12/39830> (accessed: 03.04.2025). (In Russ.).
25. Несмиянов И. А., Воробьёва Н. С., Турыгин П. В. Кинематические особенности погрузчика с последовательным соединением гидроцилиндров в механизме поворота стрелы // Современная техника и технологии. 2012. № 6. URL: <http://technology.snauka.ru/2012/06/1157> (дата обращения: 03.04.2025).

Nesmiyanov I. A., Vorob'yeva N. S., Turygin P. V. Kinematicheskiye osobennosti pogruzchika s posledovatel'nyim soyedineniyem gidrotsilindrov v mekhanizme povorota strely [Kinematic features of a loader with a series connection of hydraulic cylinders in the boom rotation mechanism]. *Sovremennyye nauchnyye issledovaniya i innovatsii. Modern Scientific Researches and Innovations*. 2012. No. 6. URL: <http://technology.snauka.ru/2012/06/1157> (accessed: 03.04.2025). (In Russ.).

15. Хадашов М. Л., Несмианов Л. И., Карева Н. В. Кинематический анализ механизма поворота стрелы погрузочного манипулятора // Современные научные исследования и инновации. 2020. № 7. EDN: MRPENW. URL: <https://web.snauka.ru/issues/2020/07/92864> (дата обращения: 03.04.2025).

Khadashov M. L., Nesmiyanov L. I., Kareva N. V. Kinematicheskiy analiz mekhanizma povorota strely pogruzochnogo manipulyatora [Kinematic analysis of the boom rotation mechanism of the loading manipulator]. *Sovremennyye nauchnyye issledovaniya i innovatsii. Modern Scientific Researches and Innovations*. 2020. No. 7. EDN: MRPENW. URL: <https://web.snauka.ru/issues/2020/07/92864> (accessed: 03.04.2025). (In Russ.).

ШАМУТДИНОВ Айдар Харисович, кандидат технических наук, доцент (Россия), профессор Российской академии естествознания, доцент кафедры «Техническая механика» Омского автобронетанкового инженерного института, г. Омск.

SPIN-код: 4939-6254

AuthorID (РИНЦ): 688427

ORCID: 0000-0001-5896-7247

ResearcherID: HLH-7822-2023

Адрес для переписки: 1972id@list.ru

ЛЕСНЯК Иван Юрьевич, кандидат технических наук, доцент (Россия), заведующий кафедрой «Машиноведение» Омского государственного технического университета, г. Омск.

SPIN-код: 6114-0646

ORCID: 0000-0002-9481-5985

ResearcherID: E-6397-2014

Адрес для переписки: lesnyak.ivan@gmail.com

Прозрачность финансовой деятельности: авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах и методах. Конфликт интересов отсутствует.

Статья поступила в редакцию 25.04.2025; одобрена после рецензирования 18.09.2025; принята к публикации 07.10.2025.

SHAMUTDINOV Aydar Kharisovich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of the Russian Academy of Natural Sciences, Associate Professor of the Technical Mechanics Department, Omsk Tank-Automotive Engineering Institute, Omsk.

SPIN-code: 4939-6254

AuthorID (RSCI): 688427

ORCID: 0000-0001-5896-7247

ResearcherID: HLH-7822-2023

Correspondence address: 1972id@list.ru

LESNYAK Ivan Yuryevich, Candidate of Technical Sciences, Head of the Machine Engineering Technology Department, Omsk State Technical University, Omsk.

SPIN-code: 6114-0646

ORCID: 0000-0002-9481-5985

ResearcherID: E-6397-2014

Correspondence address: lesnyak.ivan@gmail.com

Financial transparency: the authors have no financial interest in the presented materials or methods. There is no conflict of interest.

The article was submitted 25.04.2025; approved after reviewing 18.09.2025; accepted for publication 07.10.2025.