

<sup>1</sup> Институт проблем управления  
им. В. А. Трапезникова  
Российской академии наук,  
г. Москва

<sup>2</sup> АО «НПО Лавочкина»,  
Московская область,  
г. Химки

## ФУНКЦИОНАЛЬНО-ВОКСЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ИТЕРАЦИОННОЙ КОМПОЗИЦИИ СЛОЖНЫХ КОНТУРОВ

Аналитическое представление наиболее точно передает геометрию моделируемых объектов, однако его применение сопряжено с рядом сложностей. В частности, R-функциональное моделирование предъявляет высокие требования к квалификации исследователя и может потребовать значительное время для построения моделей в силу рекурсивной вложенности вычислений. Рассмотрено применение особенностей функционально-воксельных моделей для упрощения R-функционального моделирования сложных контуров. В качестве основного инструмента итерационного моделирования сложных контуров, в том числе параметрических кривых, предложена Функция Локального Обнуления. Описан способ определения отрицательной области ФЛОБ-конструированных моделей контуров для дальнейшего построения сложнопредикатных функций посредством R-функциональных операций.

**Ключевые слова:** функционально-воксельное моделирование, ФЛОБ, ФЛОБ-конструирование, функционально-воксельная арифметика, R-функциональное моделирование, сложная предикатная функция, моделирование сложных контуров, моделирование параметрических функций.

**Введение.** Аналитические модели являются наиболее точным способом представления геометрической информации. В свою очередь, R-функциональное моделирование [1], позволяющее применять теоретико-множественные операции к областям аналитических функций, предоставляет возможности для аналитического моделирования геометрических объектов сложной формы как в двумерном, так и в трехмерном пространстве для решения задач с геометрической постановкой [2, 3].

Однако применение R-функциональных операций сопряжено с рядом трудностей. R-функциональное описание геометрически сложных объектов требует соответствующей математической подготовки применяющего его специалиста, а особенности применения R-функциональных операций требуют значительных временных ресурсов для построения сложно-предикатных функций. Таким образом, затрудняется применение R-функционального моделирования в задачах, требующих быстрого и высокоточного решения даже в случае моделирования плоских контуров.

Метод функционально-воксельного моделирования [4] является способом представления аналитических функций на компьютере, нашедший свое применение во многих областях [5–8]. При этом аналитическая функция представляется в виде области локальных функций, на которой выделены внутренняя и внешняя области функции. Аналити-

ческая функция любой сложности сводится к линейной локальной функции:

$$z = -\frac{n_1}{n_3}x - \frac{n_2}{n_3}y - \frac{n_4}{n_3}, \quad (1)$$

где  $n_1, n_2, n_3, n_4$  — локальные геометрические характеристики функции, определяемые в процессе моделирования и хранимые в памяти компьютера в виде графических образов.

Такое представление позволяет применять к функционально-воксельным моделям R-функциональные операции, создавая компьютерное представление R-функциональных моделей. Особенности применения функционально-воксельных моделей позволяют решить некоторые проблемы, возникающие при R-функциональном моделировании.

**Необходимость переаппроксимации области функции.** Одной из проблем R-функционального моделирования является необходимость переаппроксимации области функции после выполнения каждой R-функциональной операции, что требует переразбиения области моделируемой функции. Современные вычислительные мощности таковы, что данная проблема практически незаметна при моделировании несложных предикатных функций на достаточно малой рассматриваемой области. Однако для построения высокоточных геометрических

моделей необходимо увеличение графических образов, что закономерно увеличивает время, требуемое для получения решения. Более того, время, необходимое на получение решения, нелинейно возрастает с увеличением количества применяемых функций и  $R$ -функциональных операций вследствие рекурсивной вложенности  $R$ -функциональных вычислений, о которой будет сказано ниже. Таким образом, даже исключив необходимость переаппроксимации на каждом этапе вычислений, возможно сократить время работы алгоритма моделирования сложных объектов.

Применение функционально-воксельных моделей позволяет реализовать  $R$ -функциональные процедуры посредством функционально-воксельной арифметики [4, с. 39–52]. При этом операции  $R$ -функционального пересечения и объединения заменяются последовательным применением функционально-воксельного сложения, вычитания, возведения в квадрат, выделения корня, умножения на число и взятия модуля, требующих для расчета локальные геометрические характеристики в каждой точке области функции, доступные в любой момент времени в функционально-воксельной модели.

Например, в случае вычисления сложной предикатной функции, включающей в себя применение двух  $R$ -функциональных операций по отношению к трем аналитическим функциям, потребует помимо аппроксимации области каждой из исходных функций также переаппроксимацию области каждого из промежуточных результатов. В случае  $R$ -воксельного подхода аппроксимация области необходима только для исходных функций. С увеличением количества применяемых  $R$ -функциональных операций и используемых аналитических функций разрыв в количестве проводимых операций аппроксимации закономерно растет.

**Рекурсивная вложенность  $R$ -функциональных вычислений.** Другой проблемой  $R$ -функциональных вычислений является их рекурсивная вложенность, увеличивающая объем необходимых для нахождения решения вычислений.

Одной из причин рекурсивности вычислений является невозможность сохранения промежуточных результатов, что в случае многократного применения одной и той же функции требует повторного ее моделирования (включающего в себя аппроксимацию области). Например, возьмем некоторую сложную предикатную функцию:

$$w = (w_1 \vee w_2) \wedge (w_2 \vee w_3) \wedge w_3. \quad (2)$$

Для расчета каждой точки области результирующей функции  $w$  необходимо разбивать эту функцию на ее составляющие. Для расчета функции  $w$  необходим расчет  $w_3$ ,  $(w_1 \vee w_2)$  и  $(w_2 \vee w_3)$ , для расчета  $(w_1 \vee w_2)$  необходимо рассчитать  $w_1$  и  $w_2$ , а для расчета  $(w_2 \vee w_3)$  вычислить  $w_2$  и  $w_3$ . Вследствие отсутствия возможности сохранения результатов уже проведенных расчетов функции  $w_2$  и  $w_3$  будут рассчитываться дважды. Помимо этого, на каждом этапе вычислений потребуется перерасчитывать промежуточные результаты.

С увеличением количества производимых  $R$ -функциональных операций и участвующих в вычислениях функций происходит разрастание дерева вычислений сложной предикатной функции, пример которого представлен на рис. 1. Возрастет время производимых вычислений, что особенно существенно при построении геометрически слож-

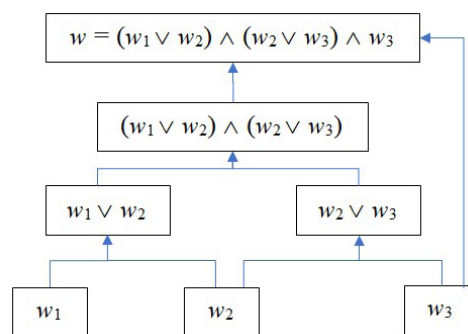


Рис. 1. Дерево  $R$ -функциональных вычислений сложной предикатной функции

$$(\dots ((f_1(x_m) \wedge f_2(x_m)) \wedge f_3(x_m)) \wedge f_4(x_m)) \dots \wedge f_n(x_m))$$

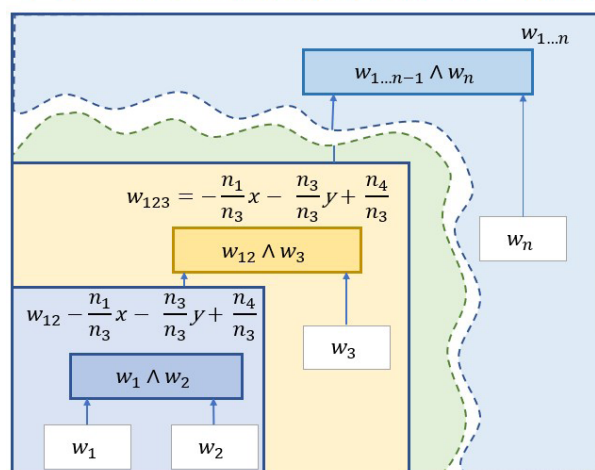


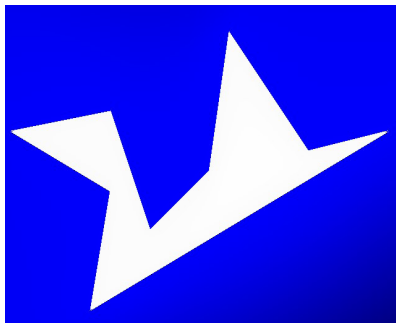
Рис. 2. Итерационная схема конструирования сложной предикатной функции

ных объектов, например, плоских контуров, включающих в себя множество составных элементов.

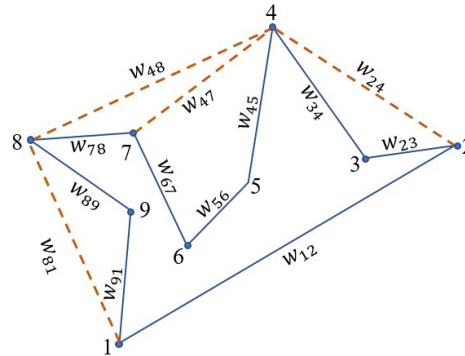
Необходимость переаппроксимации области моделируемой функции после выполнения каждого шага вычислений в совокупности с повторным расчетом моделей, повторяющихся в сложном предикатном выражении функций, увеличивает объем необходимых для нахождения решения вычислений. Применение функционально-воксельных моделей позволит обойти применение рекурсивных расчетов. Каждая аналитическая функция сохраняется в функционально-воксельной модели посредством графических образов. Также возможно сохранение каждой промежуточной области, образованной комбинацией исходных. При этом отпадает необходимость в проведении рекурсивно вложенных вычислений, заменяемых итерационной композицией искомой функции из исходных, что наглядно представлено на рис. 2.

Другой причиной рекурсивности вычислений является особенность построения моделей областей невыпуклых контуров.  $R$ -функциональное построение такого контура требует его сведения к выпуклому контуру и постепенному пошаговому удалению лишних областей. Исключать при этом возможно только выпуклые области, что также требует разбиения удаляемых невыпуклых подконтуров на выпуклые фрагменты.

Например,  $R$ -функциональное описание представленного на рис. 3а контура из восьми отрезков

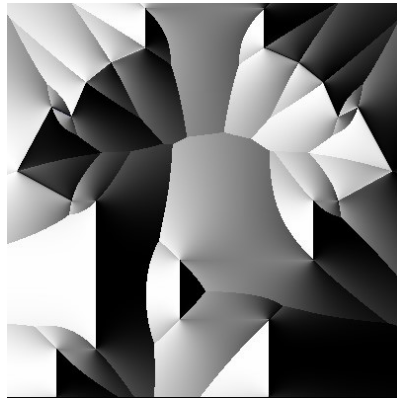


а)

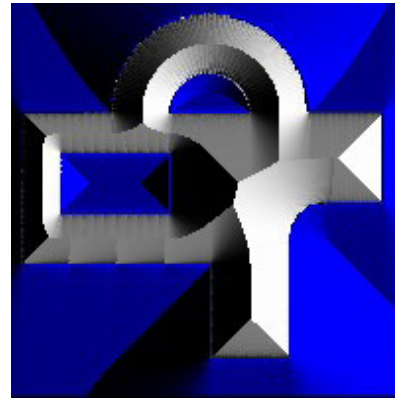


б)

Рис. 3. Изображение и схема конструирования невыпуклого контура: а) пример невыпуклого контура; б) схема R-функционального конструирования невыпуклого контура



а)



б)

Рис. 4. Примеры ФЛОБ-конструированных моделей сложных контуров: а) модель ФЛОБ-конструированного невыпуклого контура; б) модель ФЛОБ-конструированного невыпуклого контура с внутренними отрицательными областями

осуществляется по представленной на рис. 3б схеме и включает в себя девять R-функциональных операций над десятью функциями:

$$w = w_{12} \wedge ((w_{47} \vee w_{78}) \wedge (w_{45} \vee w_{56} \vee w_{67})) \wedge (w_{23} \vee w_{34}) \wedge (w_{89} \vee w_{91}). \quad (3)$$

Из выпуклого контура 1248 удаляют контуры 234, 198. Чтобы удалить контур 45678, его необходимо разбить на выпуклые, а значит, сначала удалить 874, а затем 4567.

По мере усложнения моделируемого контура дерево рекурсивных вычислений становится разветвленное и включает в себя все больше уровней вложенности. Выполнение подобных рекурсивных вычислений для каждой точки области может занимать продолжительное время.

Обойти данное ограничение позволяет функция локального обнуления (ФЛОБ) [9], являющаяся многомерным инструментом функционально-воксельного моделирования. В двумерном случае ФЛОБ представляет собой нулевой отрезок на положительной области, задаваемый аналитической функцией:

$$FLOB_2 = \sqrt{(Y - Y_1)^2 + (X - X_1)^2} + \sqrt{(Y - Y_2)^2 + (X - X_2)^2} - \sqrt{(Y - Y_2)^2 + (X_1 - X_2)^2}, \quad (4)$$

где  $(X; Y)$  — текущая точка области,  $(X_1; Y_1)$  и  $(X_2; Y_2)$  — концы моделируемого отрезка.

Это позволяет посредством R-функционального пересечения последовательности функционально-воксельных моделей таких отрезков конструировать искомый контур на положительной области функции. Построение модели ФЛОБа не зависит от его ориентации на области и порядка указания границ отрезка, в связи с чем нет необходимости в каких-либо дополнительных преобразованиях и сложных алгоритмах конструирования невыпуклых контуров. Время, необходимое на построение контура посредством ФЛОБ-конструирования, линейно зависит от количества отрезков, составляющих контур и напрямую от размеров используемого графического образа.

#### ФЛОБ-конструирование плоских контуров.

Все вышеприведенные принципы позволяют достичь повышения скорости получения результата моделирования. Например, для моделирования уже рассмотренного контура, представленного на рис. 3а, при размерах графического образа 800×800 требуется 17 минут 29 секунд при классическом R-функциональном вычислении против 1 минуты 51 секунды при ФЛОБ-конструировании с применением предложенных принципов.

Построение контуров, имеющих более сложную геометрию, также не составит труда. На рис. 4а представлен пример ФЛОБ-конструированной

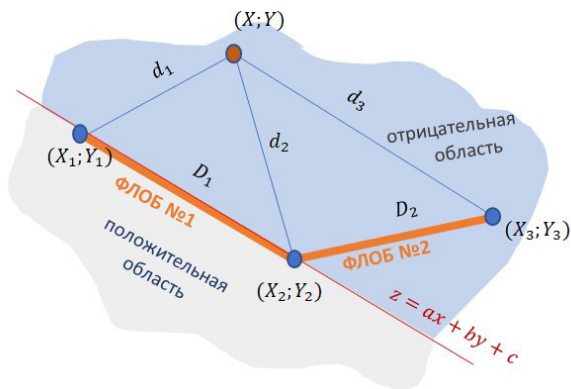


Рис. 5. Схема определения знака точки области ФЛОБ-конструированной параметрической кривой

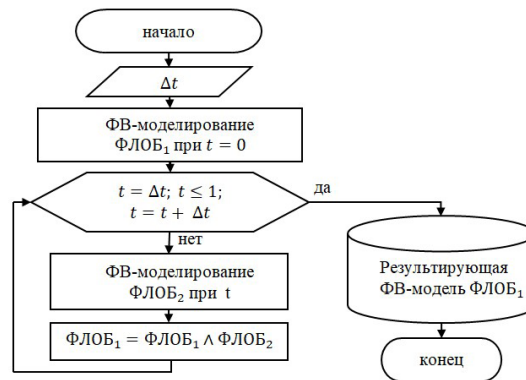


Рис. 6. Алгоритм итерационного ФЛОБ-конструирования параметрической кривой

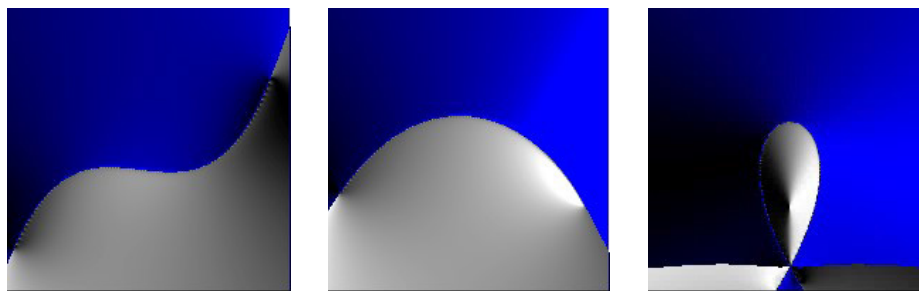


Рис. 7. Примеры моделей ФЛОБ-конструированных параметрических кривых с определенными отрицательными областями

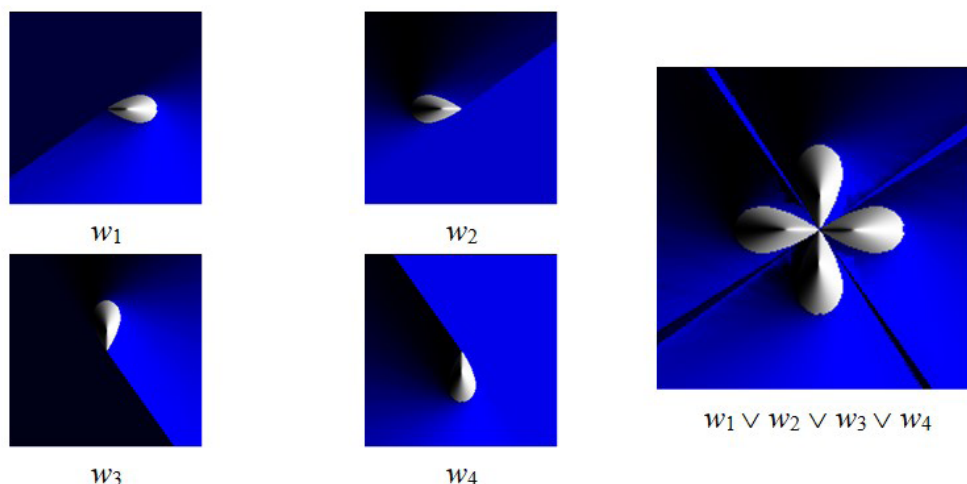


Рис. 8. Пример модели сложной предикатной функции, состоящей из ФЛОБ-конструированных моделей параметрических кривых

модели невыпуклого контура, включающего в себя как отрезки прямой, так и дуги окружности. Также на ФЛОБ-конструированных моделях возможно определение отрицательной области, что позволит посредством применения  $R$ -функциональных операций к моделям уже построенных контуров конструировать области более сложной формы. Например, контур, представленный на рис. 4б, содержащий внутренние отрицательные области.

На данный момент задача автоматизированного определения отрицательной области для ФЛОБ-конструированных контуров решена в случае, когда контуры состоят из множества одинаковых по длине отрезков. Принадлежность каждой точки модели отрицательной области определяется нахождением данной точки в положительной (внутренней) или отрицательной (внешней) области прямой, прохо-

дящей через ближайший к рассматриваемой точке ФЛОБ. На рис. 5 схематично показано, что рассматриваемая точка  $(X; Y)$  располагается ближе к ФЛОБ № 1 (ограниченного точками  $(X_1; Y_1)$  и  $(X_2; Y_2)$ ), чем к ФЛОБ № 2 (ограниченного точками  $(X_2; Y_2)$  и  $(X_3; Y_3)$ ) и находится в отрицательной области, проходящей через него прямой  $z = ax + by + c$ , то есть относится к отрицательной области результирующего контура. Близость каждого ФЛОБа к рассматриваемой точке определяется значением его алгебраической функции  $FLOB_2$  — чем ближе точка находится к ФЛОБу, тем меньше значение этой функции.

Данный принцип успешно применен для построения отрицательных областей ФЛОБ-конструированных параметрических кривых. Параметрические кривые разбиваются на последо-

вательность отрезков за счет шага дискретизации параметра  $t$ . Применение выше предложенных принципов позволяет итерационно конструировать параметрические кривые с достаточно малым для построения гладкой поверхности значением параметра по алгоритму, представленному на рис. 6. Благодаря этому появляется возможность применять функционально-воксельный метод в областях, требующих применения параметрических функций [10–13] и расширяются его возможности в построении сложных контуров для решения задач с геометрической постановкой [14, 15].

Примеры ФЛОБ-конструированных параметрических кривых с определенной отрицательной областью представлены на рис. 7. На рис. 8 приведен пример построения контура, задаваемого сложной предикатной функцией над областями ФЛОБ-конструированных параметрических кривых с определенной отрицательной областью.

**Заключение.** Приведенные выше принципы позволяют ускорить построение геометрических моделей сложных предикатных функций, что открывает возможности для применения  $R$ -функционального моделирования в задачах, требующих быстрого расчета точных геометрических моделей. Решается проблема рекурсивной вложенности алгоритма конструирования сложных контуров посредством  $R$ -функциональных операций, что позволяет создавать точные функционально-воксельные модели параметрических кривых. Определение отрицательной области ФЛОБ-конструированных функций расширяет возможности создания функционально-воксельных моделей сложных контуров для дальнейшего применения в сложно-предикатных функциях.

#### Библиографический список

1. Рвачев В. А. Теория  $R$ -функций и некоторые ее приложения. Киев: Наукова думка, 1982. 552 с.
2. Лисин Д. А., Максименко-Шейко К. В., Толлок А. В., Шейко Т. И.  $R$ -функции в компьютерном моделировании дизайна 3D-поверхности автомобиля // Прикладная информатика. 2011. № 6 (36). С. 78–85.
3. Литвинова Ю. С., Максименко-Шейко К. В., Шейко Т. И. Математическое и компьютерное моделирование строительных конструкций на основе  $R$ -функций // Проблемы машиностроения. 2014. Т. 17, № 3. С. 45–52.
4. Толлок А. В. Локальная компьютерная геометрия. Москва: Ай Пи Ар Медиа, 2022. 147 с.
5. Batuev E. R., Tolok A. V., Tolok N. B. Voxel Modeling of the Control of Prototype Manufacturing with Additive Technologies // Automation and Remote Control. 2021. Vol. 82, no. 3. P. 506–515. DOI: 10.1134/S0005117921030103.
6. Пушкарев С. А. Геометрическое моделирование локальных характеристик механического напряжения: дис. ... канд. техн. наук. Нижний Новгород, 2021. 108 с.
7. Петухов П. А., Толлок А. В. Исследование метода функционально-воксельного моделирования на основе средств потенциальных полей к задачам поиска пути // XIII Всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2019: сб. тр. конф. Москва, 2019. С. 3173–3178. DOI: 10.25728/vspru.2019.3173.
8. Локтев М. А., Додонов С. В., Петухов П. А., Толлок А. В. Интерактивная система создания и компоновки функциональ-

но-воксельных моделей для решения задачи поиска пути градиентным методом // Вестник МГТУ Станкин. 2016. № 3 (38). С. 66–69.

9. Tolok A. V., Tolok N. B. Local R-Functional Modelling (LRFM) // Proc. of the 31st Intern. conf. on Computer Graphics and Vision, Sep. 27–30, 2021. Nizhny Novgorod, 2021. Vol. 3027. URL: <http://ceur-ws.org/Vol-3027/paper64.pdf> (дата обращения: 15.12.2022).

10. Е Вин Тун, Маркин Л. В. Построение рецепторных геометрических моделей объектов сложных технических форм // Геометрия и графика. 2019. Т. 7, № 4. С. 44–56. DOI: 10.12737/2308-4898-2020-44-56.

11. Зиатдинов Р., Кенджири Т. М. Кривые высокого качества и их применение в геометрическом моделировании и эстетическом дизайне // Системы проектирования, технологической подготовки производства и управления этапами жизненного цикла промышленного продукта (CAD/CAM/PDM-2012): тр. 12-й Междунар. конф., 16–18 октября 2012 г. Москва: Аналитик, 2012. С. 145–147.

12. Короткий В. А. Кубические кривые в инженерной геометрии // Геометрия и графика. 2020. Т. 8, № 3. С. 3–24. DOI: 10.12737/2308-4898-2020-3-24.

13. Рязанов С. А., Решетников М. К. Аналитические зависимости кинематического формообразования начальных поверхностей элементов червячной передачи // Геометрия и графика. 2019. Т. 7, № 2. С. 65–75. DOI: 10.12737/article\_5d2c2dda42fda7.79858292.

14. Сычева А. А., Плаксин А. М. Функционально-воксельное моделирование траектории движения инструмента при фрезеровании карманной области // ГрафиКон 2022: тр. 32-й Междунар. конф. по компьютерной графике и машинному зрению, 19–22 сентября 2022 г. Рязань, 2022. С. 896–902.

15. Shutova K. Yu., Sycheva A. A. Using a Functional Voxel Model to Simulate Swarm Motion of a Multi-agent System in a Confined Space // Technologies for Smart Cities. 2023. P. 21–30. DOI: 10.1007/978-3-031-05516-4\_2. ISBN 978-3-031-05515-7.

**СЫЧЕВА Анастасия Антоновна**, младший научный сотрудник лаборатории № 18 Института проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, г. Москва. SPIN-код: 3256-3877

AuthorID (РИНЦ): 1103737

ORCID: 0000-0003-3230-4271

AuthorID (SCOPUS): 57220899747

ResearcherID: AAI-3664-2021

Адрес для переписки: a.a.sycheva@mail.ru

**ПЛАКСИН Александр Михайлович**, начальник бюро АО «НПО Лавочкина», г. Химки.

SPIN-код: 6761-4183

AuthorID (РИНЦ): 881905

ORCID: 0000-0001-9390-8322

AuthorID (SCOPUS): 57218766684

ResearcherID: ADG-6336-2022

Адрес для переписки: a.m.plaksin@gmail.com

#### Для цитирования

Сычева А. А., Плаксин А. М. Функционально-воксельный алгоритм итерационной композиции сложных контуров // Омский научный вестник. 2023. № 2 (186). С. 105–111. DOI: 10.25206/1813-8225-2023-186-105-111.

Статья поступила в редакцию 15.01.2023 г.

© А. А. Сычева, А. М. Плаксин

<sup>1</sup>V. A. Trapeznikov Institute  
of Control Sciences  
of Russian Academy of Sciences,  
Moscow, Russia

<sup>2</sup>Lavochkin Association,  
Moscow Region,  
Khimki, Russia

## THE FUNCTIONAL VOXEL ALGORITHM FOR ITERATIVE COMPOSITION OF COMPLEX CONTOURS

The analytical representation most accurately describes the geometry of the simulated objects. However, its application is associated with a number of difficulties. In particular, R-functional modeling imposes high requirements to the qualification of the researcher and may require considerable time for modeling due to recursive nesting of calculations. The application of features of functional-voxel models to simplify R-functional modeling of complex contours is considered. The Function of Local Zeroing is proposed as the main tool for iterative modeling of complex contours, including parametric curves. The method of determining the negative area of FLOZ-constructed contour models for further construction of predicate complex functions by means of R-functional operations is described.

**Keywords:** functional-voxel modeling, FLOZ, FLOZ-construction, functional-voxel arithmetic, R-functional modeling, complex predicate function, complex contour modeling, parametric functions modelling.

### References

1. Rvachev V. L. Teoriya R-funktsiy i nekotoryye eye prilozheniya [R-function theory and some of its applications]. Kiev, 1982. 552 p. (In Russ.).
2. Lisin D. A., Maksimenko-Sheyko K. V., Tolok A. V., Sheyko T. I. R-funktsii v komp'yuternom modelirovanii dizayna 3D-poverkhnosti avtomobilya [R-functions in computer modeling of 3D CAR surface design] // // Prikladnaya informatika. *Applied Informatics*. 2011. No. 6 (36). P. 78–85. (In Russ.).
3. Litvinova Yu. S., Maksimenko-Sheyko K. V., Sheyko T. I. Matematicheskoye i komp'yuternoye modelirovaniye stroitel'nykh konstruktsey na osnove R-funktsiy [Mathematical and computer modelling of building structures based on R-functions] // Problemy mashinostroyeniya. *Problems of Mechanical Engineering*. 2014. Vol. 17, no. 3. P. 45–52. (In Russ.).
4. Tolok A. V. Lokal'naya komp'yuternaya geometriya [Local computer geometry]. Moscow, 2022. 147 p. (In Russ.).
5. Batuev E. R., Tolok A. V., Tolok N. B. Voxel Modeling of the Control of Prototype Manufacturing with Additive Technologies // Automation and Remote Control. 2021. Vol. 82, no. 3. P. 506–515. DOI: 10.1134/S0005117921030103. (In Engl.).
6. Pushkarev S. A. Geometricheskoye modelirovaniye lokal'nykh kharakteristik mekhanicheskogo napryazheniya [Geometric modelling of local mechanical stress characteristics]. Nizhny Novgorod, 2021. 108 p. (In Russ.).
7. Petukhov P. A., Tolok A. V. Issledovaniye metoda funktsional'no-voksel'nogo modelirovaniya na osnove sredstv potentsial'nykh poley k zadacham poiska puti [Investigation of the method of functional-voxel modelling based on potential field means to pathfinding problems] // XIII Vserossiyskoye soveshchaniye po problemam upravleniya VSPU–2019. *XIII All-Russian Conference on Management Problems VSPU–2019*. Moscow, 2019. P. 3173–3178. DOI: 10.25728/vspu.2019.3173. (In Russ.).
8. Loktev M. A., Dodonov S. V., Petukhov P. A., Tolok A. V. Interaktivnaya sistema sozdaniya i komponovki funktsional'no-voksel'nykh modeley dlya resheniya zadachi poiska puti gradiyentnym metodom [The interactive system for creating and linking functional-voxel models for solving the problem of finding a path using the gradient method] // Vestnik MGTU Stankin. *Vestnik MSTU «Stankin»*. 2016. No. 3 (38). P. 66–69. (In Russ.).
9. Tolok A. V., Tolok N. B. Local R-Functional Modelling (LRFM) // Proc. of the 31st Intern. conf. on Computer Graphics and Vision, Sep. 27–30, 2021. Nizhny Novgorod, 2021. Vol. 3027. URL: <http://ceur-ws.org/Vol-3027/paper64.pdf> (accessed: 15.12.2022). (In Engl.).
10. E Vin Tun, Markin L. V. Postroyeniye retseptornykh geometricheskikh modeley ob'yektov slozhnykh tekhnicheskikh form [Construction of receptor geometric models for objects of complex technical forms] // Geometriya i grafika. *Geometry & Graphics*. 2019. Vol. 7, no. 4. P. 44–56. DOI: 10.12737/2308-4898-2020-44-56. (In Russ.).
11. Ziatdinov R., Kendzhiro T. M. Krivyye vysokogo kachestva i ikh primeneniye v geometricheskom modelirovanii i esteticheskom dizayne [High-quality Curves and their Application in Geometric Modelling and Aesthetic Design.] // Sistemy proyektirovaniya, tekhnologicheskoy podgotovki proizvodstva i upravleniya etapami zhiznennogo tsikla promyshlennogo produkta (CAD/CAM/PDM–2012). *Systems for the Design, Production Preparation and Lifecycle Management of Industrial Products (CAD/CAM/PDM–2012)*. Moscow, 2012. P. 145–147. (In Russ.).
12. Korotkiy V. A. Kubicheskiye krivyye v inzhenernoy geometrii [Cubic curves in engineering geometry] // Geometriya i grafika. *Geometry & Graphics*. 2020. Vol. 8, no. 3. P. 3–24. DOI: 10.12737/2308-4898-2020-3-24. (In Russ.).

13. Ryazanov S. A., Reshetnikov M. K. Analiticheskiye zavisimosti kinematicheskogo formoobrazovaniya nachal'nykh poverkhnostey elementov chervyachnoy peredachi [Analytical dependences of the kinematic forming primary surfaces of the worm gear] // Geometriya i grafika. *Geometry & Graphics*. 2019. Vol. 7, no. 2. P. 65–75. DOI: 10.12737/article\_5d2c2dda42fda7.79858292. (In Russ.).

14. Sycheva A. A., Plaksin A. M. Funktsional'no-voksel'noye modelirovaniye trayektorii dvizheniya instrumenta pri frezerovanii karmannoy oblasti [Functional-voxel Modeling of the Toolpath when Milling a Pocket Area] // GrafiKon 2022. *GrafiKon 2022*. Ryazan, 2022. P. 896–902. (In Russ.).

15. Shutova K. Yu., Sycheva A. A. Using a Functional Voxel Model to Simulate Swarm Motion of a Multi-agent System in a Confined Space // Technologies for Smart Cities. 2023. P. 21–30. DOI: 10.1007/978-3-031-05516-4\_2. ISBN 978-3-031-05515-7. (In Engl.).

---

**SYCHEVA Anastasia Antonovna**, Researcher of Laboratory 18, V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow. SPIN-code: 3256-3877

AuthorID (RSCI): 1103737  
ORCID: 0000-0003-3230-4271  
AuthorID (SCOPUS): 57220899747  
ResearcherID: AAI-3664-2021  
Correspondence address: a.a.sycheva@mail.ru  
**PLAKSIN Alexander Mikhailovich**, Head of Bureau, Lavochkin Association, Moscow Region, Khimki.  
SPIN-code: 6761-4183  
AuthorID (RSCI): 881905  
ORCID: 0000-0001-9390-8322  
AuthorID (SCOPUS): 57218766684  
ResearcherID: ADG-6336-2022  
Correspondence address: a.m.plaksin@gmail.com

#### For citations

Sycheva A. A., Plaksin A. M. The functional voxel algorithm for iterative composition of complex contours // Omsk Scientific Bulletin. 2023. No. 2 (186). P. 105–111. DOI: 10.25206/1813-8225-2023-186-105-111.

Received January 15, 2023.

© A. A. Sycheva, A. M. Plaksin