



УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТАЛОСТНЫХ ТРЕЩИН

В представленной работе сделан подробный анализ современных подходов в создании упругопластических моделей роста поверхностных трещин, учитывающих влияние вида двухосного нагружения на развитие напряжений и деформаций в вершине трещин и, соответственно, на скорость роста трещин. Обосновывается использование пластического коэффициента интенсивности напряжений в качестве характеристики сопротивления циклическому деформированию и разрушению для условий двухосного нагружения. Предлагаются континуальные модели пластичности для моделирования упругопластического поведения металла численными методами и, в частности, методом конечных элементов.

Ключевые слова: усталостное разрушение, механика разрушения, коэффициент интенсивности напряжений, метод конечных элементов, J-интеграл, критерий текучести, упрочнение.

Введение. Циклическая нагруженность элементов конструкций является одной из наиболее распространенных причин усталостных разрушений.

В связи с этим прогнозирование остаточного ресурса металлических конструкций, имеющих несквозные усталостные трещины, позволяет значительно снизить возможный экономический ущерб, кроме того, существенно сократить трудозатраты на восстановление и ремонт.

Подобные исследования проводятся учеными всего мира с целью прогнозирования остаточного ресурса деталей механизмов и элементов конструкций, имеющих поверхностную трещину. Существует много подходов к решению данной проблемы, предлагаются различные методики, некоторые из них рассмотрены в настоящей работе.

Теория. На основе современных научных достижений был сформулирован принцип безопасной контролируемой повреждаемости, который позволил оценивать несущую способность ответственных конструкций, имеющих дефект в виде трещины. Принято считать, что процесс усталостного разрушения проходит две стадии: первая — зарождение трещины, вторая — стабильный рост трещины. Эти стадии по характеру их протекания кардинально отличаются друг от друга. Первая стадия характеризуется тем, что трещина растет очень медленно или ее рост вообще приостанавливается до тех пор, пока размер трещины не достигнет некой критической величины, после чего начнется процесс разрушения.

Наиболее подходящим инструментом исследования роста трещин на первой стадии на сегодняшний день является исследование с позиций механики разрушения, которая включает в себя две основные стороны исследований. Во-первых, это вычисление напряжений, возникающих в конструкции, в зоне трещины и, во-вторых, — проведение эксперимен-

тов с целью определения трещиностойкости материала, из которого она изготовлена.

Решающим моментом в развитии механики разрушения оказалось решение задачи определения поля напряжений в вершине трещины с помощью единственного параметра — коэффициента интенсивности напряжений (КИН) K_I , который определяется как функция номинальных напряжений тела с трещиной и размеров трещины.

Результаты теоретических исследований. Актуальным направлением научных исследований является разработка упругопластических моделей роста поверхностных трещин, учитывающих влияние вида двухосного нагружения на развитие напряжений и деформаций в вершине трещин и, соответственно, на скорость роста трещин.

В работе [1] разработана простая, но достаточно точная методика для определения КИН по фронту краевой полуэллиптической поперечной трещины в растянутой полосе. Данной методикой особенно удобно пользоваться при моделировании роста трещины в случае циклического нагружения. Изложенную методику вычисления КИН можно обобщить и на другие тела с несквозными трещинами, в первую очередь на нагруженные внутренним давлением тонкостенные трубы с продольными краевыми трещинами. Решение такой задачи с помощью метода конечных элементов (МКЭ) затруднительно, так как на каждом шаге требуется генерирование новой конечно-элементной сетки. На рис. 1 сравниваются результаты расчета по предлагаемой методике с численными значениями, полученными в процессе решения задачи методом конечных элементов в программной среде ANSYS, которые позволяют говорить о возможности использования разработанной методики.

В статье [2] рассматриваются теоретические основы применения закона Пэриса к двумерным

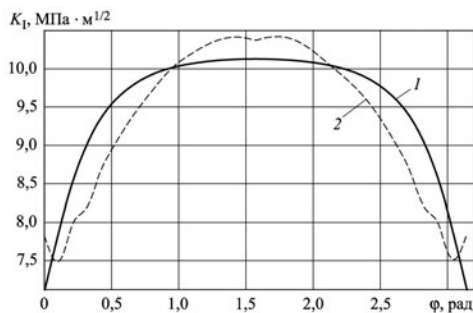


Рис. 1. Распределение КИН по фронту трещины:
1 — метод сечений; 2 — МКЭ

поверхностным трещинам. Вследствие неоднородности значений коэффициента интенсивности напряжений вдоль фронта трещины возникают трудности в расчетах, позволяющих прогнозировать скорость роста трещин. В связи с этим авторами предложен относительно простой, но мощный метод представления двумерного роста трещины в сложных геометриях и системах напряжений: *среднеквадратичный коэффициент интенсивности напряжений (RMS SIF)*.

Группой ученых из Японии и Таиланда [3] для анализа трещин в изотропном линейно-упругом полупространстве установлена численная методика, основанная на методе слабо-сингулярных граничных интегральных уравнений.

Американские ученые М. У. Не из калифорнийского университета и J. W. Hutchinson из Гарварда [4] в своих исследованиях успешно используют 3D моделирование роста полуэллиптической трещины. Трехмерный анализ для расчета скорости высвобождения энергии деформации и распределения коэффициентов интенсивности напряжений вдоль фронта поверхностной трещины проводился с помощью конечно-элементного моделирования. При этом с целью повышения точности расчетов, конечно-элементная сетка подвергалась модификации.

Работа корейского автора [5] также посвящена трехмерному моделированию. В работе описывается автоматическая трехмерная программа генерации конечно-элементной сетки, созданная для повышения точности расчетов напряженно-деформированного состояния в вершине полуэллиптической поверхностной трещины в трубе.

Аналогичные задачи были изучены и малазийскими учеными в работе [6]. В своем исследовании они предложили эффективную схему построения сетки и моделирования полуэллиптической трещины, которая была впервые разработана с использованием простой стратегии развертки.

Наиболее распространенным инструментом 3D моделирования роста трещины считается программный комплекс ANSYS, который позволяет выполнять расчеты НДС в вершине трещины, принимая в качестве условия разрушения один из параметров: коэффициент интенсивности напряжений, *J*-интеграл или раскрытие трещины.

Авторами работы [7] была разработана программа-макрос *crack_sf.mac* с использованием языка APDL. Суть данного подхода состоит в преобразовании при помощи формулы Гаусса — Остроградского двумерного контурного *J*-интеграла в интеграл по площади, ограниченной контуром, и трёхмерного поверхностного *J*-интеграла в интеграл по объему, ограниченному поверхностью.

Моделированию развития угловых четвертьэллиптических усталостных трещин от начального дефекта посвящены работы [8, 9]. Результаты, полученные при конечно-элементном моделировании роста усталостных трещин с учетом накопления повреждений, сравнивались с обобщенной кривой, полученной при экспериментальном нагружении образца по одной оси. При моделировании развития трещины использовался деформационный критерий разрушения. Для повышения точности результатов исследования был принят во внимание фактор раскрытия трещины.

Авторами работы [10] представлен обзор разработок, направленных на решение проблемы аварий сосудов под давлением. В статье говорится о том, что обычно при анализе аварий сосудов применяется линейная механика разрушения (ЛМР), несмотря на то, что диапазон применяемых материалов для изготовления подобных сосудов довольно большой. Иногда невозможно установить четкие границы между хрупким и пластичным материалом. Один и тот же материал при определенных обстоятельствах может вести себя как хрупкий, а при других условиях — как пластичный. Поскольку пластическая деформация в вершине поверхностной трещины оказывает большое влияние на скорость ее роста, целесообразно при подобных расчетах использовать инструменты упругопластической механики разрушения. При исследовании поверхностных трещин в элементах конструкций под действием двухосного циклического нагружения возникают проблемы, связанные с трудностями анализа упругопластического состояния вдоль фронта трещин.

Авторами работы [11] обосновывается использование пластического коэффициента интенсивности напряжений в качестве характеристики сопротивления циклическому деформированию и разрушению для условий двухосного нагружения.

Концепция пластического коэффициента интенсивности напряжений, положенная в основу современного подхода к решению задач вычислительной и экспериментальной механики разрушения, рассмотрены в работе [12].

В работе показано, что область вершины трещины находится в сложном напряженном состоянии, что значительно затрудняет расчеты с учетом двухосности нагружения, стеснения материала, вызванного пластической деформацией и вязко-хрупкими особенностями материала конструкции.

Использование пластического коэффициента интенсивности напряжений, характеризующего параметр сопротивления разрушению материалов, позволяет достаточно точно учитывать кинетические характеристики в вершине трещины.

Работы, посвященные исследованию трещиностойкости, содержат различные методики и подходы к оценке остаточного ресурса элементов конструкций, имеющих несквозные усталостные трещины.

Малоцикловый критерий разрушения Коффина был положен в основу исследований роста полуэллиптической трещины китайскими учеными [13].

В расчетах была использована оценка накопления повреждений. Исследование распространения трещин базировалось на методе конечных элементов, с помощью которого производилось моделирование накопления повреждений. При этом учитывался фактор двумерности формы полуэллиптических трещин, поэтому расчеты проводились

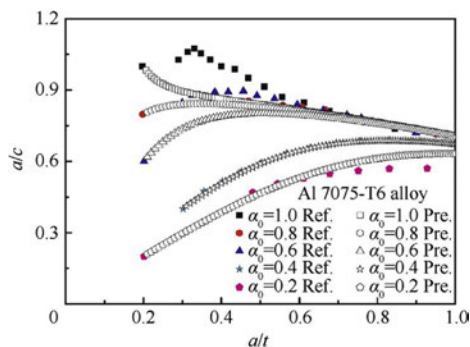


Рис. 2. Сравнение изменения формы фронта эллиптической трещины

по двум осям, вдоль которых прилагались основные нагрузки. По результатам исследований получено много экспериментальных данных, в том числе по изменению формы фронта трещины в зависимости от ее размеров a и c , а также толщины образца t (рис. 2). Используя данную методику, удалось проводить исследование трещины, даже при неустановившемся ее фронте. Кроме того, даже при наличии значительной пластической деформации учет деформационного критерия позволяет изучать распространение трещины.

И, наконец, при использовании этой методики стало возможным учитывать накопление повреждений в вершине трещины с учетом изменяющихся размеров и формы зоны пластической деформации.

Результаты практических исследований. Авторами данной статьи проводилось исследование напряженно-деформированного состояния в вершине несквозной усталостной трещины методом моделирования в программном комплексе ANSYS. Для примера рассмотрен анализ напряжений в вершине трещины в упругопластической постановке. Моделирование выполнено в программе ANSYS Workbench.

В препроцессор программы были введены механические свойства стали 20, при этом была использована билинейная изотропная модель упрочнения стали (рис. 3). В разделе свойств материала задан предел текучести стали σ_T и касательный модуль E_T , определенные по диаграмме растяжения.

В начальной стадии нагружения металлы находятся в упругой области, деформации при этом пропорциональны прикладываемой нагрузке. Затем, при достижении предела текучести σ_T , возникают необратимые пластические деформации. Для исследования поведения металлов в этой области необходимо применять моделирование их пластических

свойств [14]. После снятия нагрузки упругая часть деформаций восстанавливается, а в металле остаются лишь пластические деформации.

При моделировании упругопластических свойств металла используются численные методы. Наиболее распространен метод конечных элементов, который предлагает различные континуальные модели пластичности. При выборе нужной модели деформирования учитываются результаты экспериментальных испытаний, которые необходимы для определения физических констант материала.

В процессе моделирования упругопластических свойств материала необходимо разложить полную деформацию на две части: упругую и пластическую. Затем смоделировать поведение материала для каждой модели в отдельности [15].

При этом следует учитывать, что переход к пластической модели характеризуется следующими основными параметрами:

- условие появления пластических деформаций при сложном напряженном состоянии;
- зависимость развития пластических деформаций в исследуемом материале от изменения внешней нагрузки;
- связь между критерием пластичности и законом упрочнения материала.

Критерий текучести металла можно выразить некоторой зависимостью от тензора напряжений и механических характеристик:

$$f(\sigma, \xi) = 0, \quad (1)$$

где ξ — величина, зависящая от способа нагружения испытываемого образца и физических характеристик строения металла.

Зависимость (1) может быть применена для описания различных моделей пластичности. По форме она описывает поверхность в трехмерных координатах напряжений. Если исследуемое напряженное состояние принадлежит точке внутри поверхности текучести $f(\sigma, \xi) < 0$, значит, реализовано упругое состояние материала. Если точка, характеризующая напряженное состояние, находится на поверхности текучести, то в этом случае возникают пластические деформации.

Форма поверхности текучести должна изменяться так, чтобы точки, описывающие трехмерное напряженное состояние, находились внутри неё или на её поверхности.

Изменение пластических деформаций можно описать следующей зависимостью:

$$d\varepsilon^{pl} = d\lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma}, \quad (2)$$

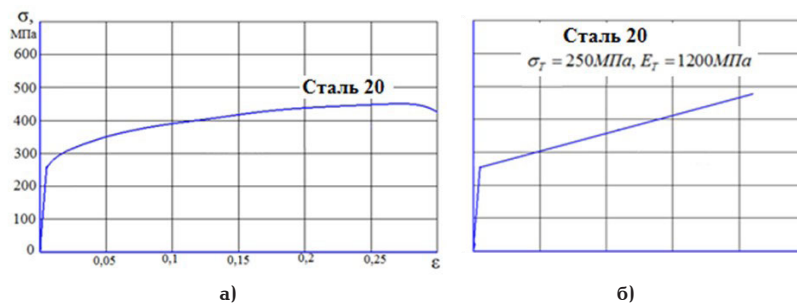


Рис. 3. Диаграммы деформирования металлов:
а) результаты испытаний образца на растяжение;
б) билинейная изотропная упругопластическая модель

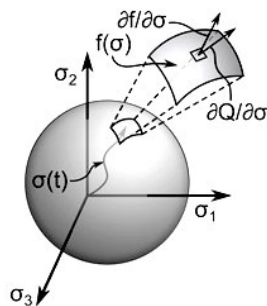


Рис. 4. Правило течения пластических деформаций

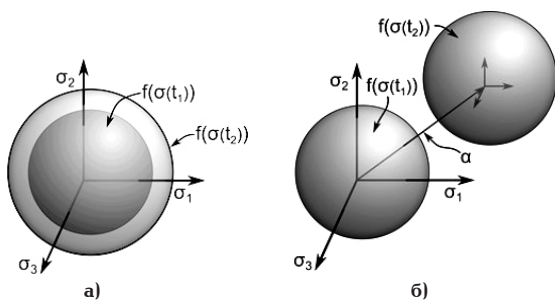


Рис. 5. Упрочнение поверхности текучести:
а) изотропное;
б) кинематическое

где d_λ — изменение пластической деформации от приращения напряжений;

Q — вектор изменения поверхности текучести.

В соответствии с уравнением (2), рост пластической деформации реализуется нормально существующей поверхности текучести (рис. 4).

После стадии упругих деформаций металла наступает стадия упрочнения металла, характеризующаяся повышением предела текучести. На практике для конструкционных материалов чаще применяются изотропное и кинематическое упрочнение. Уравнение (3) описывает изотропное упрочнение металла

$$F(\sigma) - \sigma_y(\xi) = 0, \quad (3)$$

где $F(\sigma)$ — функция напряжений.

Для изотропной модели упрочнения изменение нагрузок от состояния $\sigma(t_1)$ к состоянию $\sigma(t_2)$ приводит к повышению предела текучести и равномерному изменению поверхности текучести (рис. 5а).

Уравнение (4) описывает кинематическое упрочнение поверхности текучести

$$f(\sigma - \alpha, \xi) = 0, \quad (4)$$

где α — тензор обратных напряжений.

Тензор обратных напряжений определяет центр поверхности текучести, а изменение нагрузки от состояния $\sigma(t_1)$ к состоянию $\sigma(t_2)$ приводит к изменению обратных напряжений и смещению поверхности текучести (рис. 5б).

Программный комплекс ANSYS реализует три изотропных модели упрочнения: билинейную, полилинейную и нелинейную. В этих моделях используется критерий текучести Мизеса, который можно записать в следующем виде:

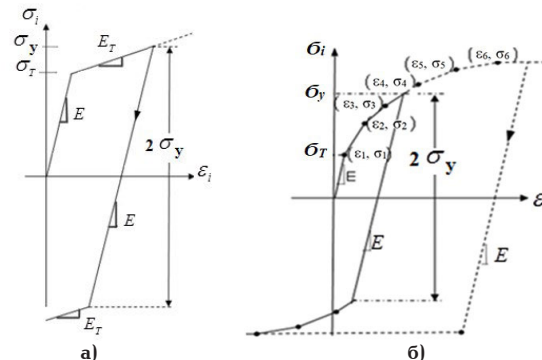


Рис. 6. Диаграмма $\sigma_i - \varepsilon_i$:
а) для билинейного изотропного упрочнения;
б) для полилинейного изотропного упрочнения

$$f(\sigma, \sigma_y) = \sigma_e - \sigma_T = 0, \quad (5)$$

где σ_e — эквивалентные напряжения Мизеса;

$$\sigma_T = \sqrt{3J_2} = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}{2}}, \quad (6)$$

где σ_T — предел текучести, полученный при одноосных испытаниях;

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ — напряжения на координатных площадках;

J_2 — второй инвариант девиатора напряжений.

В программе ANSYS пользователем задается диаграмма $\sigma_i - \varepsilon_i$ билинейного изотропного упрочнения (рис. 6а). Первый прямолинейный участок диаграммы задается модулем упругости применяемого металла E , который заканчивается при достижении эквивалентными напряжениями предела текучести $\sigma_e = \sigma_T$.

На втором прямолинейном участке развивается упругая и пластическая деформация и наклон прямой, определяемый характеристиками упрочнения металла, задается касательным модулем E_T .

Изотропное упрочнение можно также задать полилинейной диаграммой, на которой второй участок имеет кусочно-линейную форму, заданную табличным способом (рис. 6б).

На рис. 7 показаны результаты вычисления размеров и формы зоны пластической деформации в вершине трещины. Следует отметить, что в вершине трещины величины напряжений, определенные в упругопластической постановке задачи, кардинально отличаются от напряжений и деформаций для упругой задачи. Важным итогом такого анализа является определение размеров и формы зоны охрупчивания 1 в вершине трещины.

При исследовании зоны вершины трещины установлено, что при разгрузке твердого тела в упругопластической постановке напряжения (зона А) меняют знак и становятся сжимающими (зона Б) (рис. 8). Наличие такого эффекта позволило установить зависимость скорости роста трещины от разности растягивающих и сжимающих напряжений в вершине трещины в процессе нагружения и последующей разгрузки исследуемого тела [16].

$$\frac{da}{dN} = C_1 (K_{\sigma_0})^n, \quad (7)$$

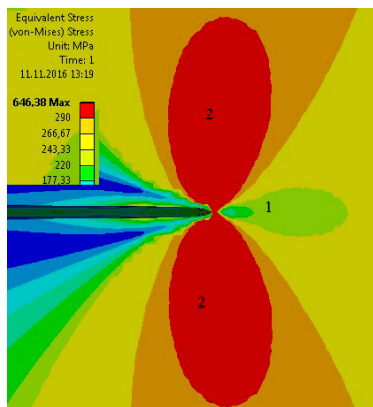


Рис. 7. Зоны деформаций в вершине трещины, сталь 20:

1 — зона охрупчивания материала;
2 — зона больших пластических деформаций

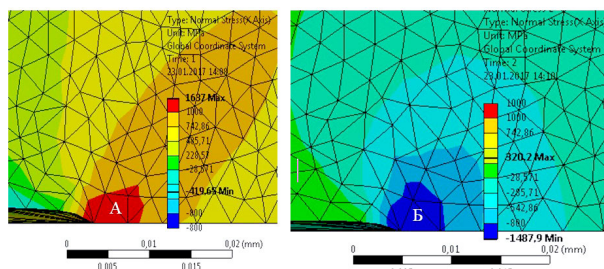


Рис. 8. Сталь 20. Поле нормальных напряжений σ_x в вершине трещины:
а) нагрузка $\sigma = 180$ МПа;
б) разгрузка $\sigma = 0$

где C_1 и n_1 — механические характеристики материала (константы).

В предложенной формуле (7) коэффициент изменения средних напряжений за цикл нагружения $\Delta K_{\sigma 0}$ зависит от разности средних напряжений за цикл нагружения $\Delta \sigma_0$ на расстоянии r впереди фронта трещины.

$$\Delta K_{\sigma 0} = \Delta \sigma_0 \sqrt{2\pi r}.$$

Наряду с широко применяемым для исследования напряженно-деформированного состояния в вершине трещины программным обеспечением ANSYS современными учеными используются и другие языки программирования. Так, в статье [17] авторы предлагают автоматизированные программы с использованием приложения Abaqus / CAE, в которое встроена программа Python и интерпретатор API для линейно-упругого анализа трехмерных полуэллиптических трещин.

Заключение. В статье сделан анализ публикаций на тему исследования напряженно-деформированного состояния в вершине трещины с позиций механики разрушения. Рассмотрены варианты моделирования упругопластических свойств исследуемого материала в программе ANSYS Workbench. Предложен пример вычисления напряжений в вершине трещины для случая развития пластических деформаций при нагружении исследуемого тела и при его разгрузке. Установлено, что анализ пластических деформаций в вершине трещины позволяет определять её скорость роста в условиях реального напряженно-деформированного состоя-

Таблица 1

Обозначение основных физических параметров

Символ	Физический параметр	Единица измерения
σ	Нормальное напряжение	Н/м ² (Па)
ε	Деформация	б/р
E	Модуль упругости	Н/м ² (Па)
ζ	Величина, зависящая от способа нагружения испытываемого образца и физических характеристик металла	Параметр задается инструментом ANSYS

ния в телах с трещинами. Такой подход позволяет решать задачи по оценке остаточного ресурса металлических конструкций, работающих в условиях циклических нагрузок.

Библиографический список

1. Покровский А. М., Дубовицкий Е. И. Применение метода сечений для определения коэффициента интенсивности напряжений по фронту полуэллиптической поперечной краевой трещины в растянутой полосе // Инженерный журнал: наука и инновации. 2019. № 3 (87). С. 1–14. DOI: 10.18698/2308-6033-2019-3-1861.
2. Chahardehi A., Brennan F. P., Han S. K. Surface Crack Shape Evolution Modelling using an RMS SIF approach // International Journal of Fatigue. 2010. Vol. 32, Issue 2. P. 297–301.
3. Pham T. N., Rungamornrat J., Pansuk W. [et al.]. Analysis of Cracks in Isotropic Linear Elastic Half-space Under Various Boundary Conditions by Weakly Singular SGBEM. 2015. URL: http://www.i-asem.org/publication_conf/ase15/1.ISEM15/2t/T3B.8.SM106_1772F1.pdf (дата обращения: 01.06.2020).
4. He M. Y., Hutchinson J. W. Surface crack subject to mixed mode loading // Engineering Fracture Mechanics. 2000. Vol. 65, № 1. P. 1–14. DOI: 10.1016/S0013-7944(99)00129-0.
5. Lee H. The 3D surface crack-front constraints in bimaterial joints // Nuclear Engineering and Design. 2003. № 226 (2). P. 107–118. DOI: 10.1016/S0029-5493(03)00188-2.
6. Ariatedja J. B., Mamat O. A Semi-elliptical Crack Modeling and Fracture Constraint on Failure Diagram // Journal of Applied Sciences. 2011. Vol. 11. P. 2006–2011. DOI: 10.3923/jas.2011.2006.2011.
7. Скворцов Ю. В., Глушков С. В. Моделирование несквозных поверхностных трещин в тонкостенных конструкциях // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. 2011. № 3 (27). С. 187–191. EDN: OWYQXP.
8. Гучинский Р. В., Петин С. В. Прогнозирование развития четвертьэллиптической трещины усталости с помощью конечно-элементного моделирования накопления повреждений // Журнал Сибирского федерального университета. Серия: Техника и технологии. 2015. Т. 8, № 7. С. 890–900. DOI: 10.17516/1999-494X-2015-8-7-890-900.
9. Гучинский Р. В., Петин С. В. Численное моделирование распространения полуэллиптической трещины усталости на основании оценки накопления повреждений // Вычислительная механика сплошных сред. 2015. Т. 8, № 4. С. 376–385. DOI: 10.7242/1999-6691/2015.8.4.32.
10. Mutava J., Muvengi O., Njoroge K. [et al.]. Solutions to Pressure Vessel Failures: A Review // International Journal of Science, Engineering and Technology Research (IJSETR). 2017. Vol. 6, Issue 2. P. 201–207.
11. Shlyannikov V., Zakharov A., Lyagova A. Surface and through thickness crack growth in cruciform specimens subjected

to biaxial loading // Procedia Structural Integrity. 2016. Vol. 2. P. 3248–3255. DOI: 10.1016/j.prostr.2016.06.405.

12. Захаров А. П., Шлянников В. Н., Иштыряков И. С. Пластический коэффициент интенсивности напряжений в задачах механики разрушения // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2019. № 2. С. 100–115. DOI: 10.15593/perm.mech/2019.2.08.

13. Shi K., Cai L., Chen L. [et al.] A theoretical model of semi-elliptic surface crack growth // Chinese Journal of Aeronautics. 2014. Vol. 27, no. 3. P. 730–734. DOI:10.1016/j.cja.2014.04.012.

14. Колмогоров В. Л., Богатов А. А., Мигачев Б. А. [и др.]. Пластичность и разрушение / под науч. ред. В. Л. Колмогорова. Москва: Металлургия, 1977. 336 с.

15. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. 2-е изд., перераб. и доп. Москва: Машиностроение, 1975. 399 с.

16. Вансович К. А. Упругопластическая модель роста усталостных поверхностных трещин в толстостенных конструкциях при двухосном нагружении // Инженерный журнал: наука и инновации. 2017. № 3. С. 1–16.

17. Sobotka J. C., McClung R. C. Automatic 3D Crack Placement using the Python API in Abaqus CAE. URL: https://www.3ds.com/fileadmin/PRODUCTS-SERVICES/SIMULIA/Resources-center/PDF/2018-SAoE-Automatic_3D_Crack_Placement_using_the_Python_API_in_Abaqus_CAE.pdf (дата обращения: 01.06.2020).

ВАНСОВИЧ Константин Александрович, кандидат технических наук, доцент (Россия), доцент кафедры «Нефтегазовое дело, стандартизация и метрология» Омского государственного технического университета (ОмГТУ), г. Омск.

SPIN-код: 5083-9579

AuthorID (РИНЦ): 685945

Адрес для переписки: vansovichka@mail.ru

ЯДРОВ Виктор Иванович, кандидат технических наук, доцент Военного учебного центра ОмГТУ, г. Омск.

SPIN-код: 5500-7943

AuthorID (РИНЦ): 891137

Адрес для переписки: ja-vi@mail.ru

Для цитирования

Вансович К. А., Ядров В. И. Упругопластическое моделирование усталостных трещин // Омский научный вестник. 2024. № 1 (189). С. 20–27. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-189-20-27.

Статья поступила в редакцию 11.09.2023 г.

© К. А. Вансович, В. И. Ядров



ELASTOPLASTIC MODELING OF FATIGUE CRACKS

The presented work provides a detailed analysis of modern approaches to creating elastoplastic models of surface crack growth that take into account the influence of the type of biaxial loading on the development of stresses and strains at the crack tip and, accordingly, on the crack growth rate. The use of the plastic stress intensity factor as a characteristic of resistance to cyclic deformation and fracture for biaxial loading conditions is substantiated. Continuum plasticity models are proposed to simulate the elastoplastic behavior of metal using numerical methods and, in particular, the finite element method.

Keywords: fatigue failure, fracture mechanics, stress intensity coefficient, finite element method, J-integral, yield criterion, hardening.

References

1. Pokrovskiy A. M., Dubovitskiy E. I. Primeneniye metoda secheniy dlya opredeleniya koeffitsiyenta intensivnosti napryazheniy po frontu poluellipticheskoy poperechnoy krayevoy treshchiny v rastyanutoy polose [Sectioning method application to determine stress intensity factor along the front of a semi-elliptical transverse edge crack in a stretched flat bar] // *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii. Engineering Journal: Science and Innovation*. 2019. No. 3 (87). P. 1–14. DOI: 10.18698/2308-6033-2019-3-1861. (In Russ.).
2. Chahardehi A., Brennan F. P., Han S. K. Surface Crack Shape Evolution Modelling using an RMS SIF approach // *International Journal of Fatigue*. 2010. Vol. 32, Issue 2. P. 297–301. (In Engl.).
3. Pham T. N., Rungamornrat J., Pansuk W. [et al.]. Analysis of Cracks in Isotropic Linear Elastic Half-space Under Various Boundary Conditions by Weakly Singular SGBEM. 2015. URL: http://www.i-asem.org/publication_conf/ase15/1.ISEM15/2t/T3B.8.SM106_1772F1.pdf (accessed: 01.06.2020). (In Engl.).
4. He M. Y., Hutchinson J. W. Surface crack subject to mixed mode loading // *Engineering Fracture Mechanics*. 2000. Vol. 65, no. 1. P. 1–14. DOI: 10.1016/S0013-7944(99)00129-0. (In Engl.).
5. Lee H. The 3D surface crack-front constraints in bimaterial joints // *Nuclear Engineering and Design*. 2003. No. 226 (2). P. 107–118. DOI: 10.1016/S0029-5493(03)00188-2. (In Engl.).
6. Ariatedja J. B., Mamat O. A Semi-elliptical Crack Modeling and Fracture Constraint on Failure Diagram // *Journal of Applied Sciences*. 2011. Vol. 11. P. 2006–2011. DOI:10.3923/jas.2011.2006.2011. (In Engl.).
7. Skvortsov Yu. V., Glushkov S. V. Modelirovaniye neskvoznykh poverkhnostnykh treshchin v tonkostennykh konstruksiyakh [Modeling non-through surface cracks in the thin-walled structures] // *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta. Bulletin of Samara State Aerospace University*. 2011. No. 3 (27). P. 187–191. EDN: OWYQXP. (In Russ.).
8. Guchinskiy R. V., Petinov S. V. Prognozirovaniye razvitiya chetvert'ellipticheskoy treshchiny ustalosti s pomoshch'yu konechno-elementnogo modelirovaniya nakopleniya povrezhdeniy [Surface fatigue crack growth simulation based on the finite-element aided damage accumulation procedure] // *Zhurnal Sibirskogo federal'nogo universiteta. Seriya: tekhnika i tekhnologii. Journal of Siberian Federal University. Series: Engineering and Technology*. 2015. Vol. 8, no. 7. P. 890–900. DOI: 10.17516/1999-494X-2015-8-7-890-900. (In Russ.).
9. Guchinskiy R. V., Petinov S. V. Chislennoye modelirovaniye rasprostraneniya poluellipticheskoy treshchiny ustalosti na osnovanii otsenki nakopleniya povrezhdeniy [Numerical modeling of the semi-elliptical fatigue crack growth using damage accumulation approach] // *Vychislitel'naya mekhanika sploshnykh sred. Computational Continuum Mechanics*. 2015. Vol. 8, no. 4. P. 376–385. DOI: 10.7242/1999-6691/2015.8.4.32. (In Russ.).
10. Mutava J., Muvengi O., Njoroge K. [et al.]. Solutions to Pressure Vessel Failures: A Review // *International Journal of Science, Engineering and Technology Research (IJSETR)*. 2017. Vol. 6, Issue 2. P. 201–207. (In Engl.).
11. Shlyannikov V., Zakharov A., Lyagova A. Surface and through thickness crack growth in cruciform specimens subjected to biaxial loading // *Procedia Structural Integrity*. 2016. Vol. 2. P. 3248–3255. DOI: 10.1016/j.prostr.2016.06.405. (In Engl.).
12. Zakharov A. P., Shlyannikov V. N., Ishtyryakov I. S. Plasticheskiy koeffitsiyent intensivnosti napryazheniy v zadachakh mekhaniki razrusheniya [Plastic stress intensity factor in fracture mechanics] // *Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika. PNRPU Mechanics Bulletin*. 2019. No. 2. P. 100–115. DOI: 10.15593/perm.mech/2019.2.08. (In Russ.).
13. Shi K., Cai L., Chen L. [et al.]. A theoretical model of semi-elliptic surface crack growth // *Chinese Journal of Aeronautics*. 2014. Vol. 27, no. 3. P. 730–734. DOI:10.1016/j.cja.2014.04.012. (In Engl.).
14. Kolmogorov V. L., Bogatov A. A., Migachev B. A. [et al.]. *Plastichnost' i razrusheniye [Plasticity and destruction]* / Ed. by V. L. Kolmogorova. Moscow, 1977. 336 p. (In Russ.).
15. Malinin N. N. *Prikladnaya teoriya plastichnosti i polzuchesti [Applied theory of plasticity and creep]*. 2nd ed., reprint. and additional. Moscow, 1975. 399 p. (In Russ.).
16. Vansovich K. A. Uprugoplasticheskaya model' rosta ustalostnykh poverkhnostnykh treshchin v tolstostennykh konstruksiyakh pri dvukhosnom nagruzhении [Elastic-plastic model of fatigue crack growth in the surface of thick-walled structures under biaxial loading] // *Engineering Journal: Science*

and Innovation. *Engineering Journal: Science and Innovation*. 2017. No. 3. P. 1 – 16. (In Russ.).

17. Sobotka J. C., McClung R. C. Automatic 3D Crack Placement using the Python API in Abaqus CAE. URL: https://www.3ds.com/fileadmin/PRODUCTS-SERVICES/SIMULIA/Resources-center/PDF/2018-SAoE-Automatic_3D_Crack_Placement_using_the_Python_API_in_Abaqus_CAE.pdf (accessed: 01.06.2020). (In Engl.).

VANSOVICH Konstantin Aleksandrovich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of Oil and Gas Storage, Standardization and Certification Department, Omsk State Technical University (OmSTU), Omsk.

SPIN-code: 5083-9579

AuthorID (RSCI): 685945

Correspondence address: vansovichka@mail.ru

YADROV Viktor Ivanovich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Military Training Centre, OmSTU, Omsk.

SPIN-code: 5500-7943

AuthorID (RSCI): 891137

Correspondence address: ja-vi@mail.ru

For citations

Vansovich K. A., Yadrov V. I. Elastoplastic modeling of fatigue cracks // Omsk Scientific Bulletin. 2024. No. 1 (189). P. 20 – 27. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-189-20-27.

Received September 11, 2023.

© K. A. Vansovich, V. I. Yadrov