

ISSN 1813-8225 (Print)
ISSN 2541-7541 (Online)

ОМСКИЙ НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК НАУЧНЫЙ

2024

№ 3 (191)

МАШИНОСТРОЕНИЕ

ЭНЕРГЕТИКА
И ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

ЭЛЕКТРОНИКА,
ФОТОНИКА,
ПРИБОРОСТРОЕНИЕ
И СВЯЗЬ



ОМСКИЙ НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК

Издается с октября 1997 г.
Выходит 4 раза в год

№ 3 (191) 2024

УЧРЕДИТЕЛИ:

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Омский государственный технический университет»

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Омский государственный университет путей сообщения»

Свидетельство о регистрации
ПИ № ТУ55-00559 от 06.10.2017 г.
выдано Управлением Роскомнадзора
по Омской области

Сайт журнала:
<https://journals.omgту.ru>

Страница журнала на сайте учредителя:
[http://www.omgту.ru/
general_information/media_omgtu/
journal_of_omsk_research_journal/](http://www.omgту.ru/general_information/media_omgtu/journal_of_omsk_research_journal/)

Подписной индекс
в каталоге Роспечать 83597

Ответственный секретарь
М. Ф. Федорчук

Редактор
Т. П. Семина

Компьютерная верстка
О. Н. Чирун

Макет обложки
В. С. Гуринов

© Редакция журнала
«Омский научный вестник», ОмГТУ

Подписано в печать 20.09.2024 г.
Дата выхода в свет 30.09.2024 г.

Формат 60x84 1/8.
19,07 усл. печ. л.
Бумага офсетная

Отпечатано на дупликаторе
отдела научной информации ОмГТУ

Тираж 500 экз.
(1-й завод 1–100). Заказ 19
Цена свободная

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

КРОПОТИН Олег Витальевич, главный редактор, д. т. н., доцент,
Омский государственный технический университет, г. Омск

ОВЧАРЕНКО Сергей Михайлович, д. т. н., профессор,
Омский государственный университет путей сообщения, г. Омск

ГАЛИЕВ Ильхам Исламович, д. т. н., профессор,
Омский государственный университет путей сообщения, г. Омск

АВДЕЕВА Диана Константиновна, д. т. н., профессор,
Томский политехнический университет, г. Томск

БИРЮКОВ Сергей Владимирович, д. т. н., профессор,
Омский государственный технический университет, г. Омск

БУБНОВ Алексей Владимирович, д. т. н., профессор,
Омский государственный технический университет, г. Омск

ВАВИЛОВ Владимир Платонович, д. т. н., профессор,
Томский политехнический университет, г. Томск

ГОРЮНОВ Владимир Николаевич, д. т. н., профессор,
Омский государственный технический университет, г. Омск

ГРАДОБОВЕВ Александр Васильевич, д. т. н., профессор,
Томский политехнический университет, г. Томск

КАРПОВ Валерий Васильевич, д. э. н., профессор,
Омский научный центр Сибирского отделения Российской академии наук, г. Омск

КОЗЛОВ Александр Геннадьевич, д. т. н., доцент,
Омский государственный технический университет, г. Омск

КУЗНЕЦОВ Андрей Альбертович, д. т. н., профессор,
Омский государственный университет путей сообщения, г. Омск

ЛИ Вэймин, доктор, профессор,
Ляонинский научно-технологический институт (АНТИ), Бэньси, Китай

МАЙСТРЕНКО Василий Андреевич, д. т. н., профессор,
Омский государственный технический университет, г. Омск

МЭН Чжаоцзюнь, доктор, профессор,
Ляонинский научно-технологический институт (АНТИ), Бэньси, Китай

НАУМЕНКО Александр Петрович, д. т. н., профессор,
Омский государственный технический университет, г. Омск

НОВИКОВ Алексей Алексеевич, д. т. н.,
Омский государственный технический университет, г. Омск

НОВОЖИЛОВ Александр Николаевич, д. т. н., профессор,
Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова,
г. Павлодар, Республика Казахстан

ОСИПОВ Дмитрий Сергеевич, д. т. н.,
Югорский государственный университет, г. Ханты-Мансийск

ПАНЧУК Константин Леонидович, д. т. н., профессор,
Омский государственный технический университет, г. Омск

ПОЛЕЩЕНКО Константин Николаевич, д. т. н., профессор,
Сибирский государственный автомобильно-дорожный университет, г. Омск

ПОЛИЩУК Владимир Иосифович, д. т. н., профессор,
Алтайский государственный технический университет им. И. И. Ползунова, г. Барнаул

ПОПОВ Андрей Юрьевич, д. т. н., профессор,
Омский государственный технический университет, г. Омск

ПОПОВ Евгений Владимирович, д. т. н., профессор,
Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет,
г. Нижний Новгород

РАУБА Александр Александрович, д. т. н., профессор,
Омский государственный университет путей сообщения, г. Омск

РОТКОВ Сергей Игоревич, д. т. н., профессор,
Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет,
г. Нижний Новгород

СУШКОВ Валерий Валентинович, д. т. н., профессор,
Нижегородский государственный университет, г. Нижегородск

СЫЗРАНЦЕВ Владимир Николаевич, д. т. н., профессор,
Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень

ТАТЕВОСЯН Андрей Александрович, д. т. н., доцент,
Омский государственный технический университет, г. Омск

ТОЛОК Алексей Вячеславович, д. т. н., профессор,
Московский государственный технологический университет «СТАНКИН», г. Москва

ФЕДОРОВ Алексей Аркадьевич, к. т. н.,
Омский государственный технический университет, г. Омск

ХАРЛАМОВ Виктор Васильевич, д. т. н., профессор,
Омский государственный университет путей сообщения, г. Омск

ХАЦЕВСКИЙ Константин Владимирович, д. т. н., доцент,
Омский государственный технический университет, г. Омск

ХУАН Чжидун, доктор, профессор,
Ляонинский научно-технологический институт (АНТИ), Бэньси, Китай

ЧЕРНЯВСКИЙ Дмитрий Иванович, д. т. н., доцент,
Омский государственный технический университет, г. Омск

ШАЛАЙ Виктор Владимирович, д. т. н., профессор,
Омский государственный технический университет, г. Омск

ЩЕРБА Виктор Евгеньевич, д. т. н., профессор,
Омский государственный технический университет, г. Омск

ЮРКОВ Виктор Юрьевич, д. т. н., профессор,
Омский государственный педагогический университет, г. Омск

ЯКОВЛЕВА Елена Владимировна, д. э. н., доцент,
Омский государственный технический университет, г. Омск



OMSK SCIENTIFIC BULLETIN

Published Since October 1997.
Published 4 times a year

№ 3 (191) 2024

FOUNDER

Federal State
Autonomous Educational Institution
of Higher Education
«Omsk State Technical University»

Federal State Budgetary
Educational Institution
of Higher Education «Omsk State
Transport University»

Identification number
of registered Mass Media
ПМ № ТУ55-00559 from 06.10.2017
issued by the Federal Service for
Supervision of Communications,
Information Technology,
and Mass Media, Omsk region

Journal Website:
<https://journals.omgtsu.ru>

Journal Page on Founder's Website:
[http://www.omgtsu.ru/
general_information/media_omgtu/
journal_of_omsk_research_journal/](http://www.omgtsu.ru/general_information/media_omgtu/journal_of_omsk_research_journal/)

Subscription Index
in Federal Agency on Press and Mass
Communications Catalog 83597

Executive Secretary
M. F. Fedorchuk

Editor
T. P. Semina

Computer Page-Proofs
O. N. Chirun

Cover Layout
V. S. Gurinov

© Editorial Board of
«Omsk Scientific Bulletin»,
OmSTU

Signed in Print 20.09.2024
Date of Publication 30.09.2024

Format 60x84 1/8.
Conventional
Printed Sheets 19,07
Offset Paper

Printed on a Duplicator
at Scientific Publishing Office,
Omsk State Technical University

Circulation 500 Copies.
(The 1st Printing Factory 1–100).
Order 19
Open Price

EDITORIAL STAFF

- KROPOTIN Oleg Vitalyevich** (Chief Editor), D. Sc. (Technical), Associate Professor, Omsk State Technical University, Omsk, Russia
- OVCHARENKO Sergey Mikhaylovich**, D. Sc. (Technical), Professor, Omsk State Transport University, Omsk, Russia
- GALIEV Ilkham Islamovich**, D. Sc. (Technical), Professor, Omsk State Transport University, Omsk, Russia
- AVDEEVA Diana Konstantinovna**, D. Sc. (Technical), Professor, Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russia
- BIRYUKOV Sergey Vladimirovich**, D. Sc. (Technical), Professor, Omsk State Technical University, Omsk, Russia
- BUBNOV Aleksey Vladimirovich**, D. Sc. (Technical), Professor, Omsk State Technical University, Omsk, Russia
- VAVILOV Vladimir Platonovich**, D. Sc. (Technical), Professor, Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russia
- GORYUNOV Vladimir Nikolaevich**, D. Sc. (Technical), Professor, Omsk State Technical University, Omsk, Russia
- GRADOBOEV Alexander Vasilievich**, D. Sc. (Technical), Professor, Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russia
- KARPOV Valeriy Vasilyevich**, D. Sc. (Economic), Professor, Omsk Scientific Center of the Siberian Branch of the RAS, Omsk, Russia
- KOZLOV Aleksandr Gennadyevich**, D. Sc. (Technical), Associate Professor, Omsk State Technical University, Omsk, Russia
- KUZNETSOV Andrey Albertovich**, D. Sc. (Technical), Professor, Omsk State Transport University, Omsk, Russia
- LI Weimin**, Doctor, Professor, Liaoning Institute of Science and Technology (LIST), Benxi, China
- MAYSTRENKO Vasily Andreevich**, D. Sc. (Technical), Professor, Omsk State Technical University, Omsk, Russia
- MENG Zhaojun**, Doctor, Professor, Liaoning Institute of Science and Technology (LIST), Benxi, China
- NAUMENKO Alexander Petrovich**, D. Sc. (Technical), Professor, Omsk State Technical University, Omsk, Russia
- NOVIKOV Alexey Alexeevich**, D. Sc. (Technical), Omsk State Technical University, Omsk, Russia
- NOVOZHILOV Aleksandr Nikolayevich**, D. Sc. (Technical), Professor, S.Toraighyrov Pavlodar State University, Pavlodar, Republic of Kazakhstan
- OSIPOV Dmitry Sergeevich**, D. Sc. (Technical), Yugra State University, Khanty-Mansiysk, Russia
- PANCHUK Konstantin Leonidovich**, D. Sc. (Technical), Professor, Omsk State Technical University, Omsk, Russia
- POLESHCHENKO Konstantin Nikolayevich**, D. Sc. (Technical), Professor, Siberian State Automobile and Highway University, Omsk, Russia
- POLISHCHUK Vladimir Isifovich**, D. Sc. (Technical), Professor, Polzunov Altai State Technical University, Barnaul, Russia
- POPOV Andrey Yuryevich**, D. Sc. (Technical), Professor, Omsk State Technical University, Omsk, Russia
- POPOV Evgeniy Vladimirovich**, D. Sc. (Technical), Professor, Nizhny Novgorod State University of Architecture and Civil Engineering, Nizhny Novgorod, Russia
- RAUBA Alexander Aleksandrovich**, D. Sc. (Technical), Professor, Omsk State Transport University, Omsk, Russia
- ROTKOV Sergey Igorevich**, D. Sc. (Technical), Professor, Nizhny Novgorod State University of Architecture and Civil Engineering, Nizhny Novgorod, Russia
- SUSHKOV Valery Valentinovich**, D. Sc. (Technical), Professor, Nizhnevartovsk State University, Nizhnevartovsk, Russia
- SYZRANTSEV Vladimir Nikolaevich**, D. Sc. (Technical), Professor, Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia
- TATEVOSYAN Andrey Alexandrovich**, D. Sc. (Technical), Associate Professor, Omsk State Technical University, Omsk, Russia
- TOLOK Aleksey Vyacheslavovich**, D. Sc. (Technical), Professor, Moscow State University of Technology «STANKIN», Moscow, Russia
- FEDOROV Alexey Arkadievich**, Cand. Sc. (Technical), Omsk State Technical University, Omsk, Russia
- KHARLAMOV Victor Vasilievich**, D. Sc. (Technical), Professor, Omsk State Transport University, Omsk, Russia
- KHATSEVSKIY Konstantin Vladimirovich**, D. Sc. (Technical), Associate Professor, Omsk State Technical University, Omsk, Russia
- HUANG Zhidong**, Doctor, Professor, Liaoning Institute of Science and Technology (LIST), Benxi, China
- CHERNYAVSKY Dmitry Ivanovich**, D. Sc. (Technical), Associate Professor, Omsk State Technical University, Omsk, Russia
- SHALAY Viktor Vladimirovich**, D. Sc. (Technical), Professor, Omsk State Technical University, Omsk, Russia
- SCHERBA Victor Evgenievich**, D. Sc. (Technical), Professor, Omsk State Technical University, Omsk, Russia
- YURKOV Viktor Yuryevich**, D. Sc. (Technical), Professor, Omsk State Pedagogical University, Omsk, Russia
- YAKOVLEVA Elena Vladimirovna**, D. Sc. (Economic), Associate Professor, Omsk State Technical University, Omsk, Russia

СОДЕРЖАНИЕ

МАШИНОСТРОЕНИЕ

Б. А. Калашников, В. В. Бохан, К. В. Пеньков. Экспериментальное определение нелинейной функции демпфирования механических систем	5
Ф. Н. Притыкин. Преодоление тупиковых ситуаций синтеза движений антропоморфных роботов на основе использования перемещений оси схватоносителя по линейчатой поверхности, ограничивающей телесный угол сервиса	14
Д. И. Чернявский, Д. Д. Чернявский. Динамический анализ напряженного состояния штока поршня одноступенчатого длинноходового поршневого компрессора	22
В. А. Ильиных, В. Ю. Линеицев, О. С. Белкина, Е. В. Непомнящих. Оценка напряженно-деформированного состояния профильных соединений узлов машин	31
Ю. П. Макушев, Т. А. Полякова. Гармонический анализ крутящего момента двигателя ЯМЗ-5340	39
В. Г. Муфтеев, Ф. Т. Зиганшина, В. И. Гумеров, Р. И. Набиев, Г. М. Ефимова. Качественная модификация геометрически ориентированных методов построения пространственных кривых в C3D FairCurveModeler	48
П. А. Хазов, О. И. Ведяйкина. Компьютерное моделирование аэродинамического обтекания и оценка пешеходной аэродинамической комфортности комплекса зданий	56
А. С. Коротин, Е. В. Попов. Оценка точности открытых цифровых моделей рельефа местности	64
Т. А. Шевелева, А. А. Ляшков. Моделирование границ рабочего пространства планарного трёхзвенного манипулятора	73

ЭНЕРГЕТИКА И ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

В. П. Кузьменко. Трехуровневый алгоритм управления напряжением в распределенных электрических сетях с солнечными фотоэлектрическими системами	82
В. В. Федянин, В. К. Федоров, И. Е. Пестрикова. Генератор хаотических колебаний	93
Е. В. Петрова, С. С. Гиршин, В. А. Криволапов, К. В. Хацевский, В. Н. Горюнов, В. М. Троценко. Анализ потерь в защищенных и неизолированных проводах в стационарных режимах с учетом погодных условий	99
Д. А. Поляков, М. А. Холмов, К. И. Никитин. Исследование влияния магнитного поля на характеристики частичных разрядов	110
В. М. Троценко, С. С. Гиршин, Е. В. Петрова, В. Н. Горюнов, Д. Г. Сафонов. Моделирование и расчет распределения температуры по длине провода в задачах исследования пропускной способности линий электропередачи вблизи контактных соединений	117

ЭЛЕКТРОНИКА, ФОТОНИКА, ПРИБОРОСТРОЕНИЕ И СВЯЗЬ

С. В. Бирюков. Сравнительное исследование двойного и сдвоенного электроиндукционных сферических датчиков напряженности электрического поля	125
А. Г. Козлов, Е. А. Фадина. Импеданс проточной измерительной электрохимической ячейки с системой планарных встречно-штыревых микроэлектродов	133
В. Е. Митрохин, В. Е. Осипов. Обзор факторов, воздействующих на оптоволоконные линии связи при грозовых разрядах, и моделирование лабораторных установок, предназначенных для изучения влияния магнитного поля на параметры оптоволокна	142
К. И. Фомиченко, Г. В. Волчанин, А. А. Кузнецов, А. Ю. Кузьменко. Экспериментальные исследования количественного состава продуктов коррозии на поверхности железобетонных конструкций	150
И. А. Шныптев, Р. С. Курманов, Ю. М. Сосновский, А. А. Кузнецов. Разработка метода определения угла наклона опор контактной сети железнодорожного транспорта	157

CONTENTS

MECHANICAL ENGINEERING

B. A. Kalashnikov, V. V. Bokhan, K. V. Penkov. Determining the nonlinear damping function using experiments	5
F. N. Pritykin. Overcoming dead-end situations of synthesis of motions of anthropomorphic robots on the basis of the use of motions of the clutch axis along the linear surface limiting the body angle of service	14
D. I. Chernyavsky, D. D. Chernyavsky. The dynamic analysis of stress state of the piston rod of single-stage long-stroke piston compressor	22
V. A. Ilinykh, V. Yu. Lineytsev, O. S. Belkina, E. V. Nepomnyashchikh. Assessment of the stress-strain state of profile joints of machine components	31
Yu. P. Makushev, T. A. Polyakova. Harmonic analysis of the torque of the YAMZ-5340 engine	39
V. G. Mufteev, F. T. Ziganshina, V. I. Gumerov, R. I. Nabiev, G. M. Efimova. Qualitative modification of geometrically oriented methods for constructing spatial curves in C3D FairCurveModeler	48
P. A. Khazov, O. I. Vediaikina. Computer modeling of aerodynamic flow and assessment of pedestrian aerodynamic comfort of a building complex	56
A. S. Korotin, E. V. Popov. Assessment of the accuracy of open digital terrain models	64
T. A. Sheveleva, A. A. Lyashkov. Modeling the boundaries of the working space of a planar three-link manipulator	73

ENERGY AND ELECTRICAL ENGINEERING

V. P. Kuzmenko. Three-level voltage control algorithm in distributed electrical networks with solar photovoltaic systems	82
V. V. Fedyanin, V. K. Fedorov, I. E. Pestrikova. Chaotic oscillation generator	93
E. V. Petrova, S. S. Girshin, V. A. Krivolapov, K. V. Khatsevskiy, V. N. Goryunov, V. M. Trotsenko. The analysis of losses in protected and non-insulated wires in stationary modes, taking into account weather conditions	99
D. A. Polyakov, M. A. Kholmov, K. I. Nikitin. Study of the magnetic field effect on partial discharges characteristics	110
V. M. Trotsenko, S. S. Girshin, E. V. Petrova, V. N. Goryunov, D. G. Safonov. Modeling and calculation of temperature distribution along the length of a wire studying problems the capacity of power transmission lines near contact connections	117

ELECTRONICS, PHOTONICS, INSTRUMENT ENGINEERING AND CONNECTION

S. V. Biryukov. Comparative study of double and dual electroinduction spherical electric field strength sensors	125
A. G. Kozlov, E. A. Fadina. Impedance of a flow-through measuring electrochemical cell with a system of planar interdigitated microelectrodes	133
V. E. Mitrokhin, V. E. Osipov. An overview of the factors affecting fiber-optic communication lines during lightning discharges and modeling of laboratory installations designed to study the effect of a magnetic field on fiber parameters	142
K. I. Fomichenko, G. V. Volchanin, A. A. Kuznetsov, A. Yu. Kuzmenko. Experimental studies of the quantitative composition of corrosion products on the surface of reinforced concrete structures	150
I. A. Shnyptev, R. S. Kurmanov, Yu. M. Sosnovsky, A. A. Kuznetsov. Development method of determining angle of the railway contact network support inclination	157

УДК 534-18+621.0
DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-5-13
EDN: GRFNGU

Б. А. КАЛАШНИКОВ¹
В. В. БОХАН^{1,2}
К. В. ПЕНЬКОВ¹

¹ Омский государственный
технический университет,
г. Омск

² АО «Федеральный научно-
производственный центр «Прогресс»,
г. Омск

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ФУНКЦИИ ДЕМПФИРОВАНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Коэффициенты нелинейной функции демпфирования механической системы с одной поступательной степенью свободы определяются по экспериментально полученной осциллограмме свободных колебаний. Функция моделируется тремя видами трения: сухим, линейно-вязким и нелинейно-вязким. Определяются численные значения коэффициентов демпфирования. Получена характеристика диссипативной силы в функции перемещения, по которой находится количество рассеянной за период энергии. Методом энергетического баланса приближённо находится эквивалентный коэффициент относительного затухания, с использованием которого выполняется численное интегрирование уравнения движения. Наложением расчётной осциллограммы на экспериментальную показывается удовлетворительное совпадение огибающей и фазы колебательного процесса. Уточнение параметров функции демпфирования может быть найдено аппроксимацией экспериментальных амплитуд. Найденное значение коэффициента относительного затухания может быть использовано для решения нелинейных задач динамики слабодемпфированных систем.

Ключевые слова: нелинейная функция демпфирования, сухое трение, линейно-вязкое трение, нелинейно-вязкое трение, диссипация энергии, огибающая, коэффициент относительного затухания, метод энергетического баланса.

1. Введение. Механизмы демпфирования играют важную роль во многих приложениях, включая мониторинг состояния конструкций [1], динамику робототехнических [2, 3], энергетических [4, 5], механических [6], биологических [7–10], микро- и нанoeлектромеханических [11, 12] систем. Правильный выбор модели демпфирования и оценка параметров её нелинейной функции скорости являются важной проблемой в области динамики ме-

ханических систем (МС). Основные трудности возникают из-за большого разнообразия механизмов рассеивания энергии, их сложности и взаимодействия, а также приближённого характера моделей диссипации энергии [13]. Такой подход с ограниченным интересом к фактическим источникам и механизмам демпфирования обосновывается тем фактом, что количество энергии, рассеиваемой в обычных МС, весьма незначительно. Поэтому

диссипативные силы, зависящие от этой энергии, являются малыми по сравнению с инерционными и восстанавливающими силами. Физически более обоснованные методы теории вязко- и термоупругости модели внутреннего трения являются и более сложными, и поэтому используются редко.

При расчёте частотных характеристик МС основной проблемой является определение характеристик сил неупругого сопротивления. Непосредственное измерение их сопряжено с большими трудностями, однако достаточно просто можно получать экспериментальные осциллограммы свободных затухающих колебаний МС. Уменьшение амплитуд на них определяется конкретной, в общем случае, нелинейной функцией демпфирования. Поэтому, получив убывающую последовательность их, можно определить параметры этой функции. Известно, что демпфирование, возникающее при движении МС, обусловлено тремя видами трения: внутренним, конструкционным и внешним, вызванным движением в вязких средах, жидкостях или газах.

Для важного частного случая слабодемпфированных МС с одной степенью свободы, линейных по восстанавливающей силе, нелинейную функцию демпфирования, зависящую только от обобщённой скорости, с помощью малого параметра ε представляют в виде степенной функции $f_d(\dot{x}) = \varepsilon \beta |\dot{x}|^{n-1} \dot{x}$ либо в виде степенного ряда [14, с. 354; 15 – 16]

$$f_d(\dot{x}) = \varepsilon \sum_{n=0}^m \beta_n |\dot{x}|^{n-1} \dot{x}, \quad (1)$$

причём в практически важных случаях $m \leq 2$. Это означает, что нелинейная функция демпфирования, формируемая всеми имеющимися в МС источниками сил неупругого сопротивления, моделируется суммой сухого ($n = 0$), линейно-вязкого ($n = 1$) и квадратичного ($n = 2$) трения.

В работе [13] при экспериментальном и численном рассмотрении колебаний МС в виде плоского физического маятника в воздухе рассматриваются три составляющие силы неупругого сопротивления:

- линейно-вязкая (пропорциональная угловой скорости);
- нелинейно-вязкая (квадратично зависящая от этой скорости);
- пропорциональная ускорению.

Отмечается, что последняя компонента вводится для удовлетворительного приближения к реальному движению маятника в воздухе. Со ссылкой на [17] утверждается, что введение составляющей, пропорциональной ускорению в выражении для силы сопротивления, не следует считать необычным. В случае колебательного движения элементарных тел (сферы, бесконечного цилиндра и т. д.) в вязкой жидкости аналитические решения при малых числах Рейнольдса показывают, что сопротивление имеет две части: пропорциональную скорости (диссипативную) и пропорциональную ускорению (инерционную). В эксперименте начальный угол отклонения маятника был «большим»: $\frac{\pi}{3} \leq \varphi_0 \leq \pi$. Коэффициенты демпфирования для четырёх длин маятника находились тремя методами: конечно-разностным, бисекции и градиентным. Вычислялись средние и среднеквадратичные ошибки результатов численного интегрирования уравнений движения по сравнению с экспериментальными осциллограммами. Уравнения интегрировались последовательно с линейным трением, с суммой линейного и ква-

дратичного и с суммой линейного, квадратичного и трения, пропорционального ускорению. Отмечено, что во втором случае коэффициент демпфирования получился отрицательным, что физически нереализуемо, и поэтому авторы ограничились только квадратичным трением, утверждая, что в этом случае предсказание действительного движения лучше, чем в случае только линейного трения.

Показано, что введение в демпфирующий коэффициент члена, пропорционального ускорению, не является пренебрежимо малым и что вклад этого члена зависит от начального угла отклонения маятника.

На заключительной стадии выполняется «общая оптимизация», под которой понимается, что расстояние между численными и экспериментальными осциллограммами минимизируется одновременно для всех значений начальных отклонений и длин маятника. Приведены значения трёх коэффициентов демпфирования для четырёх различных длин маятника.

Констатируется, что описание силы неупругого сопротивления, зависящей как от скорости, так и от ускорения, оказывается наиболее подходящим. Утверждается, что трение в опоре маятника несущественно по сравнению с сопротивлением воздуха. Способность шнура к скручиванию и неплоские колебания могут иметь большее значение. Все три коэффициента предполагались постоянными, не зависящими от числа Рейнольдса.

В статье [18] экспериментально и теоретически рассматриваются колебания линейного по восстанавливающей силе физического маятника — шара. Указывается, что использование закона линейно-вязкого трения Стокса $f = 6\pi\eta r\dot{x}$ в этом случае приводит к большим ошибкам и что необходимо учитывать квадратичное и внутреннее трение.

В дополнение к формуле Стокса при гармоническом движении сила вязкого трения включает в себя «глубину проникновения δ », которая зависит от угловой частоты колебаний ω и плотности жидкости ρ . Путём сравнения теории и эксперимента предложено уточнённое выражение для формулы Стокса при гармоническом движении, в которую входит «глубина проникновения». Показано, что в обычных случаях глубина δ меньше радиуса шара примерно на порядок. Другими словами, вязкое гармоническое трение может быть намного больше, чем вязкое трение стационарного потока. При этом показано, что диссипативная сила пропорциональна площади шара, а не её радиусу. Отмечено, что если в МС включены скользящие или катящиеся элементы, то должно использоваться нелинейное трение Кулона. Констатируется также, что квадратичное трение наиболее важно в начале затухающих колебаний, линейное в средней части и сухое в их конце. Приведена осциллограмма свободных затухающих колебаний физического маятника в воде, на которую нанесена полученная численно огибающая.

В уравнении движения с линейной восстанавливающей силой учитываются четыре вида трения: сухое, гистерезисное, амплитудно-зависимое (жидкостное) и линейно-вязкое, причём первые три зависят от знака скорости. Гистерезисное и амплитудно-зависимое называются «модифицированным кулоновским» затуханием.

В статье [19] предлагается метод измерения сил и коэффициентов трения на основе регистрации затухающих амплитуд, не требующий измерения

самих амплитуд. Эксперименты проводятся на физическом маятнике с опорой качения. Утверждается, что при числе полных колебаний, превышающих 103, метод, предложенный в [14, 15], неудобен, а уменьшение числа измеряемых амплитуд, приводит к увеличению погрешности в определении коэффициентов демпфирования $\beta_0, \beta_1, \beta_2$. Сила трения (диссипативная функция) аппроксимируется выражением $f_d(\dot{x}) = (\beta_0 + \beta_1|\dot{x}| + \beta_2\dot{x}^2) \text{sign}(\dot{x})$. Уравнение движения решается асимптотическим методом, при помощи которого находят выражения для второй гармоники тройной частоты и поправка для частоты свободных колебаний, влиянием которых на решение в дальнейшем пренебрегают. При этом утверждается, что полученное выражение для огибающей первой гармоники остаётся прежним. Из аппроксимации этим выражением экспериментальной огибающей находятся коэффициенты демпфирования $\beta_0, \beta_1, \beta_2$.

Арсенал исследователей по надёжной оценке параметров демпфирования постоянно пополняется по мере открытия новых и более сложных методов анализа данных. К их числу относится анализ топологических данных (пиков-впадин осциллограмм), двумерное изображение которых называется диаграммой инерционности и которое используется для оценки параметров степенного затухания из функции свободного отклика. В статье [20] приведены результаты оценки коэффициентов сухого линейно-вязкого и квадратичного трения с минимизацией влияния аддитивного шума на экспериментальные осциллограммы свободных затухающих колебаний физического маятника. Утверждается, что по сравнению с большинством алгоритмов идентификации параметров затухания этот метод является вычислительно быстрым и требует только временного ряда в качестве входных данных. Показано, что он устойчив к широкому диапазону параметров затухания, к высоким уровням шума и низким частотам дискретизации. При оценке вязкого затухания метод позволяет достаточно точно определять коэффициент относительного затухания вплоть до критического $\zeta = 1$, в то время как большинство методов ограничено значением $\zeta \leq 0,3$. Метод может быть распространён на МС с конечным числом степеней свободы.

2. Экспериментальная часть.

2.1. Экспериментальный стенд. Установка представляет собой тележку массой $m = 4,5$ кг, которая может перемещаться только в горизонтальном направлении в пределах $\pm 0,2$ м (рис. 1).

Жёсткость боковой пружины, найденная экспериментально по формуле $c_2 = m\omega_c^2|_e$ составляет $c_2 \cong 1132 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$.

Демпфирующие элементы $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ условно представляют непотенциальные силы, возникающие при колебаниях массы m за счёт внутреннего трения в материале пружин, конструкционного трения и сопротивления воздуха (рис. 2).

Характеристика суммарной диссипативной силы (нелинейной функции демпфирования), создаваемой этими факторами, записывается в виде

$$f_d(\dot{x}) = \beta_0 \frac{\dot{x}}{|\dot{x}|} + \beta_1 \dot{x} + \beta_2 |\dot{x}| \dot{x}. \quad (2)$$

Измерение обобщённой координаты (ОК) x производится датчиком потенциометрического типа

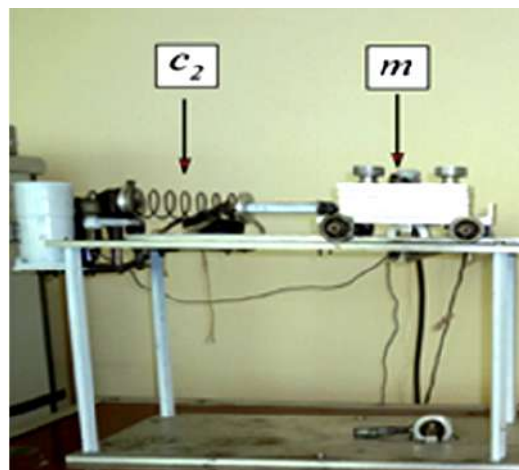


Рис. 1. Стенд для экспериментального определения нелинейной функции демпфирования

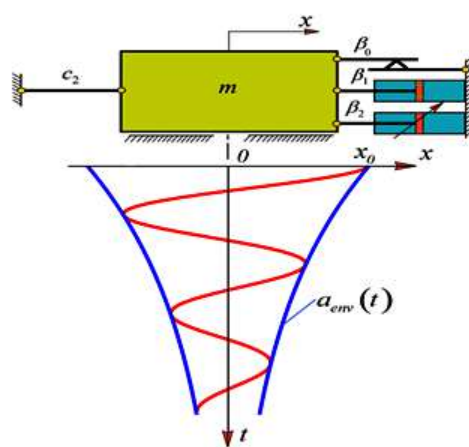


Рис. 2. Динамическая модель МС для определения нелинейной функции демпфирования по огибающей колебательного процесса $a_{env}(t)$

с последующей записью её через мостовую схему и многофункциональную плату аналогового и цифрового ввода/вывода ЛА – 70М4 на жёсткий диск компьютера с последующей обработкой в пакете *Maple*.

Установка позволяет изучать и другие задачи линейной и нелинейной динамики. Например, получать экспериментальные данные по частотам и формам главных колебаний МС с двумя степенями свободы или амплитуды и частоты точек бифуркации в осциляторе Дуффинга.

2.2. Результаты эксперимента. В ходе эксперимента выполнялась запись дискретных отсчётов свободных колебаний МС до её полной остановки с шагом дискретизации $\sim 0,02$ с.

По формулам

$$x_k = a_k + a_{k+1}; y_k = a_k - a_{k+1} \quad (3)$$

находилась сумма и разность соседних амплитуд a_k свободных затухающих колебаний (табл. 1).

Отсчёты ОК и времени фиксировались до тех пор, пока аддитивный шум не становился по уровню сопоставимым с полезным сигналом — затухающими колебаниями. На сбойных участках (если они возникали) отсчёты определялись приближённо. Далее дискретные значения ОК и времени (табл. 1)

Таблица 1

Амплитуды a_k , их сумма x_k и разность y_k по огибающей осциллограммы $a_{env}(t)$

№	a_k	x_k	y_k
1	0,0744	0,13233	0,00855
2	0,06189	0,11480	0,00898
3	0,05291	0,09897	0,00685
4	0,04606	0,8660	0,00552
5	0,04054	0,07890	0,00218
6	0,03836	0,07101	0,00571
7	0,03265	0,06160	0,00370
8	0,02895	0,05405	0,00385
9	0,02510	0,04849	0,00171
10	0,02339	0,04379	0,00299
11	0,02040	0,03866	0,00214
12	0,01826	0,03438	0,00214
13	0,01612	0,02995	0,00299
14	0,01383	0,02644	0,00122
15	0,01261	0,02274	0,00248
16	0,01013	0,01956	0,00070
17	0,00943	0,01828	0,00058
18	0,00885	0,01685	0,00085
19	0,00800	0,01471	0,00129
20	0,00671	0,01214	0,00128
21	0,00543	0,01043	0,00043
22	0,00500	0,00957	0,00043
23	0,00457	0,00758	0,00156
24	0,00301	0,00459	0,00143
25	0,00158	0,00273	0,00043
26	0,00115	0	0

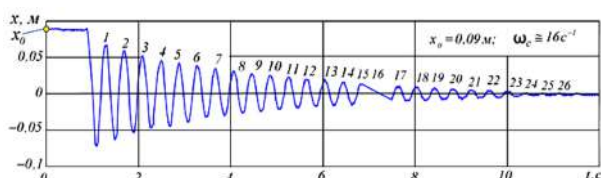


Рис. 3. Экспериментальная осциллограмма свободных затухающих колебаний МС на рис. 1 и её модели на рис. 2

перемасштабировались в пакете *Maple*, попарно конвертировались в список списков, который в виде осциллограммы выводился на печать (рис. 3).

Визуально нелинейность характеристики демпфирующей силы обнаруживается уже в том, что обе огибающих типичной осциллограммы не имеют вида экспоненты. На рис. 3 обозначено $N = 26$ амплитуд, по которым определялись коэффициенты нелинейной функции демпфирования $f_d(\dot{x})$. МС имеет симметричную линейную характеристику восстанавливающей силы, поэтому период колебаний есть постоянная величина. Число $\omega_c|_e \approx 16 \text{ c}^{-1}$ — это значение частоты свободных колебаний МС с демпфированием, найденное по их периоду, а число $x_0 \equiv a_{env}(0) = 0,09 \text{ м}$ — это начальное значение огибающей $a_{env}(t)$, равное начальному

отклонению, т.к. во всех экспериментах начальная скорость устанавливалась нулевой $\dot{x}_0 = 0$.

3. Обработка результатов эксперимента. Уравнение движения МС на рис. 2 с функцией демпфирования (2) при учёте в ней только первых трёх слагаемых записывается в виде

$$m\ddot{x} + \beta_0 \frac{\dot{x}}{|\dot{x}|} + \beta_1 \dot{x} + \beta_2 |\dot{x}| \dot{x} + c_2 x = 0. \quad (4)$$

Его можно использовать и для нахождения нелинейной функции демпфирования в МС типа Дуффинга (при дополнительной установке в стенд на рис. 1 вертикальной пружины) при условии пренебрежения в её эквивалентной жёсткости зависимостью от амплитуды колебаний.

Из малости колебаний не всегда следует линейность МС по восстанавливающей силе. Например, МС типа Дуффинга с начальной деформацией вертикальной пружины, равной нулю, принципиально не может совершать линейных колебаний, т.к. в этом случае в степенной характеристике восстанавливающей силы нет линейного члена и излагаемая ниже методика определения нелинейной функции демпфирования неприменима.

Коэффициенты неупругого сопротивления $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ в нелинейной функции демпфирования (2), входящей в уравнение (4), связаны с соответствующими приведенными коэффициентами трения $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2$, соотношениями [14, с. 357; 15, с. 155].

$$\beta_0 = \frac{1}{4} \omega_c^2 \gamma_0 m; \beta_1 = \frac{2}{\pi} \omega_c \gamma_1 m; \beta_2 = \frac{2}{\pi} \gamma_2 m. \quad (5)$$

Коэффициенты $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2$, имеющие размерность [М], [б/р], [м⁻¹], определяются из системы линейных алгебраических уравнений [14, с. 357]

$$\left. \begin{aligned} (N-1)\gamma_0 + \left(\sum_{k=1}^{N-1} x_k\right)\gamma_1 + \left(\sum_{k=1}^{N-1} x_k^2\right)\gamma_2 &= a_0 - a_{N-1}; \\ \left(\sum_{k=1}^{N-1} x_k\right)\gamma_0 + \left(\sum_{k=1}^{N-1} x_k^2\right)\gamma_1 + \left(\sum_{k=1}^{N-1} x_k^3\right)\gamma_2 &= (a_0 - a_{N-1})(a_0 + a_{N-1}); \\ \left(\sum_{k=1}^{N-1} x_k^2\right)\gamma_0 + \left(\sum_{k=1}^{N-1} x_k^3\right)\gamma_1 + \left(\sum_{k=1}^{N-1} x_k^4\right)\gamma_2 &= \sum_{k=1}^{N-1} x_k^2 y_k \end{aligned} \right\} (6)$$

где сумма x_k и разность y_k соседних амплитуд a_k определялись по (3) в табл. 1.

Для краткости система (6) переписывается в виде

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_0 \\ \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{Bmatrix}. \quad (7)$$

Коэффициент $\gamma_0 = \frac{4\beta_0}{c_2} \equiv \Delta a_k$, равный постоянной величине, есть уменьшение амплитуд по прямой огибающей за один период затухающих колебаний при условии, что МС демпфирована только сухим трением; коэффициент $\gamma_1 = \frac{\delta}{2}$, где δ — логарифмический декремент — при условии, что система демпфирована только линейно-вязким трением.

Решив систему линейных алгебраических уравнений (7), получим коэффициенты $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2$, а по ним по соотношениям (5) коэффициенты демпфирования

$$\beta_0 = 0,134 \text{ Н}; \quad \beta_1 = 1,73 \frac{\text{Н}}{\text{м/с}};$$

$$\beta_2 = 1,468 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2/\text{с}^2}. \quad (8)$$

4. Валидация коэффициентов функции демпфирования

4.1. Приведенная характеристика нелинейной функции демпфирования. Приведенная функция демпфирования

$$y(x) = \gamma_0 + \gamma_1 x + \gamma_2 x^2 \quad (9)$$

пересчитывается в нелинейную функцию демпфирования (2) при помощи соотношений [14, с. 361]

$$x(\dot{x}) = \frac{5}{2\omega_c} \dot{x},$$

$$y(\dot{x}) = \frac{4}{m\omega_c^2} (\beta_0 + \beta_1 \dot{x} + \beta_2 |\dot{x}|\dot{x}). \quad (10)$$

Зависимость разности экспериментальных амплитуд от их суммы (9) аппроксимируется методом наименьших квадратов параболой

$$y(x) \cong 0,21x^2 + 0,039x + 0,00046. \quad (11)$$

Если демпфирование в МС равно нулю, т. е. она консервативна, то разность соседних амплитуд становится равной нулю, а их сумма — $2x_0$. Кривая (9) вырождается в точку с координатами $(2x_0; 0)$. Другими словами, огибающая $a_{env}(t)$ содержит в себе всю информацию о нелинейной функции демпфирования (2).

После пересчёта диссипативной силы и скорости в разность и сумму амплитуд или, наоборот, с использованием (10) графики функций демпфирования (2) и (11) должны совпадать (рис. 4).

Следует отметить почти линейный тип характеристики диссипативной силы.

4.2. Нелинейная функция демпфирования. При расчёте этой характеристики и её составляющих с использованием коэффициентов (8) принималось, что к левому концу пружины c_2 прикладывается гармоническое кинематическое возбуждение $y(t) = a_y \cos \omega t$ с частотой, близкой к собственной $\omega \cong \omega_c \cong 16 \text{ с}^{-1}$ так, чтобы амплитуда абсолютных колебаний $a_{x'}$ равнялась начальному смещению $x_0 = 0,09 \text{ м}$, принятому в эксперименте при свободных колебаниях. В этом случае характеристики сухого, линейно-вязкого и квадратичного трения описываются выражениями $f_{d,0}(\dot{x}) = \beta_0 \text{sign}(\dot{x})$, $f_{d,1}(\dot{x}) = \beta_1 \dot{x}$, $f_{d,2}(\dot{x}) = \beta_2 \dot{x}|\dot{x}|$ и суммарная $f_d(\dot{x}) = f_{d,0}(\dot{x}) + f_{d,1}(\dot{x}) + f_{d,2}(\dot{x})$ (рис. 5).

Максимальная скорость при построении графиков находилась как $\dot{x} = \omega_c x_0 \cong 1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Характеристика 4 совпадает с кривой по (2) на рис. 4.

4.3. Эквивалентный коэффициент относительного затухания. Принимая, что в режиме вынужденного движения колебания происходят по гармоническому закону, преобразуем (1) в формулу характеристики диссипативной силы в функции перемещения для сухого ($n = 0$), линейно-вязкого ($n = 1$) и квадратичного ($n = 2$) трения:

$$f_d(x) = \pm \beta_n (\alpha \omega)^n \left[1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2 \right]^{\frac{n}{2}}. \quad (12)$$

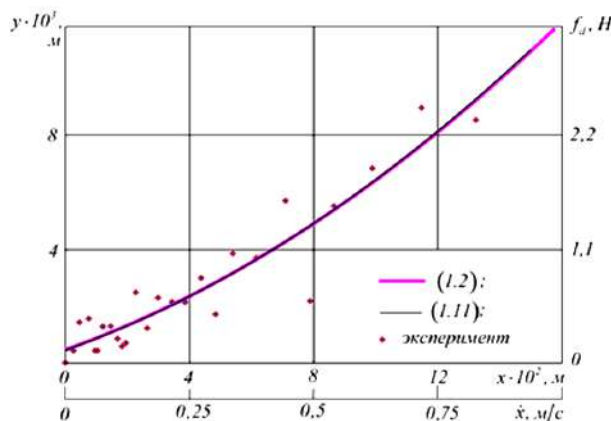


Рис. 4. Нечётно-симметричные графики приведенной аппроксимирующей (11) и нелинейной функции демпфирования (2)

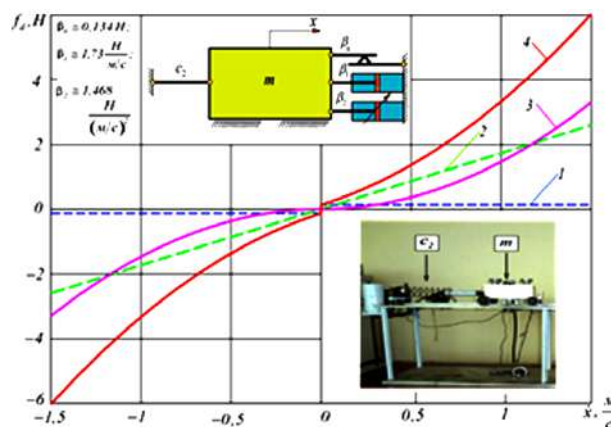


Рис. 5. Расчётная характеристика нелинейной функции демпфирования в режиме вынужденного движения и её составляющие:

- 1 — сухого трения $f_{d,0}(\dot{x})$; 2 — линейно-вязкого $f_{d,1}(\dot{x})$;
- 3 — нелинейно-вязкого (турбулентного) трения $f_{d,2}(\dot{x})$;
- 4 — суммарная характеристика $f_d(\dot{x})$

Полагая, что частота колебаний основания диссипативных элементов $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ при закреплённой массе m (рис. 1) равна частоте свободных колебаний $\omega = \omega_c = 16 \text{ с}^{-1}$, а амплитуда его колебаний равна начальному смещению в эксперименте на свободные, т. е. что $a = x_0 = 0,09 \text{ м}$, построим приближённые характеристики (12) сухого ($n = 0$), линейно-вязкого ($n = 1$) и нелинейно-вязкого ($n = 2$) составляющих и их суммы (рис. 6).

Характеристики на рис. 6 могут быть построены и в режиме вынужденного движения при незакреплённой массе m и возбуждении за пружину c_2 с частотой, приближённо равной собственной $\omega \cong \omega_c$ с тем, чтобы амплитуда колебаний была равна начальному смещению $a = x_0$ в свободном движении.

Количество энергии, рассеиваемой нелинейной силой демпфирования (2) в вынужденном движении, находится по формуле [21]

$$W = \sum_{n=0}^2 \beta_n a^{n+1} J(n) \omega^2, \quad (13)$$

где интеграл $J(n) = \int_0^{\pi/2} (\sin \psi)^{n+1} d\psi$, $\psi = \omega t$; для $n = 0$; $J_0 = 1$; $n = 1$; $J_1 = \frac{\pi}{4}$; $n = 2$; $J_2 = \frac{2}{3}$.

Количество энергии, рассеиваемой сухим, линейно-вязким и квадратичным трением, и суммарное найдётся как

$$W_0 = 4\beta_0 x_0; W_1 = \pi\beta_1 \omega_c x_0^2; W_2 = \frac{8}{3} \beta_2 x_0^3 \omega_c^2; W = W_0 + W_1 + W_2. \quad (14)$$

Подставив в (14) значения коэффициентов демпфирования (8), $x_0 = 0,09$ м, $\omega = \omega_c \cong 16$ с⁻¹, получим количество энергии $W = 1,47$ Дж, по которому найдём среднюю мощность процесса диссипации энергии $N = \frac{W}{T} = \frac{1,47 \text{ Дж}}{0,198 \text{ с}} = 7,4$ Вт. Воспользовавшись

принципом энергетического баланса, найдём величину эквивалентного коэффициента относительно затухания

$$\zeta_{eq} = \frac{W}{2\pi x_0^2 \omega_c \sqrt{c_2 m}} \cong 0,026,$$

которая может быть использована при решении других экспериментальных задач нелинейной динамики на стенде (рис. 1).

Численное интегрирование ОДУ (4) с найденными экспериментально коэффициентами сухого β_0 , линейно-вязкого β_1 и квадратичного β_2 трения (8) показывает удовлетворительное совпадение экспериментальной осциллограммы с расчётной (рис. 7).

Огибающие $a_{env}(t)$ построены при значении коэффициента затухания

$$h_{eq} = \frac{\beta_{eq}}{2m} \cong \frac{3,63 \text{ H/(м/с)}}{2 \cdot 4,5 \text{ кг}} \cong 0,4 \text{ с}^{-1},$$

где $\beta_{eq} = 2\zeta_{eq} \sqrt{c_2 m}$.

5. Обсуждение результатов

1. Количество энергии, рассеиваемой за период свободных затухающих колебаний, будет несколько меньше, чем по (13), т. к. в крайних положениях амплитуда будет меньше, чем в начале периода. В этих положениях кинетическая энергия МС равна нулю, а убыль полной энергии будет обеспечиваться уменьшением только потенциальной энергии, т. е. уменьшением амплитуды колебаний (табл. 1).

2. Принцип энергетического баланса, положенный в основу получения эквивалентного коэффициента относительного затухания, не означает полного совпадения экспериментальной и расчётной огибающих. Удовлетворительное совпадение огибающих наблюдается на начальном и конечном участках примерно на трёх периодах. Можно утверждать, что имеет место совпадение огибающих в среднем.

3. Несмотря на значительный разброс экспериментальных точек приведенная аппроксимирующая и нелинейная функция демпфирования совпадают полностью. При демпфировании МС только одним линейно-вязким трением зависимость разности амплитуд от их суммы описывается линейным выражением

$$y(x) = -\frac{c_1(e^{-2\pi c_1 x} - 1) + c_2(e^{-2\pi c_1 x} - 1)}{c_1(e^{-2\pi c_1 x} + 1) + c_2(e^{-2\pi c_1 x} + 1)} x,$$

где c_1, c_2 некоторые постоянные; $i = \sqrt{-1}$.

Это обстоятельство даёт возможность упрощения динамических моделей МС.

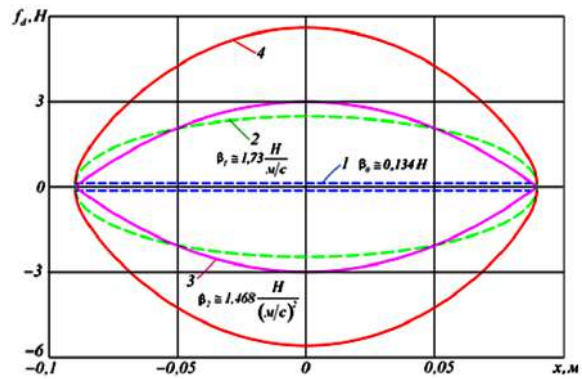


Рис. 6. Характеристики составляющих демпфирования в функции ОК x (петли гистерезиса): 1 — сухого трения $f_{d0}(x)$; 2 — линейно-вязкого $f_{d1}(x)$; 3 — нелинейно-вязкого (турбулентного) трения $f_{d2}(x)$; 4 — суммарная характеристика $f_d(x)$

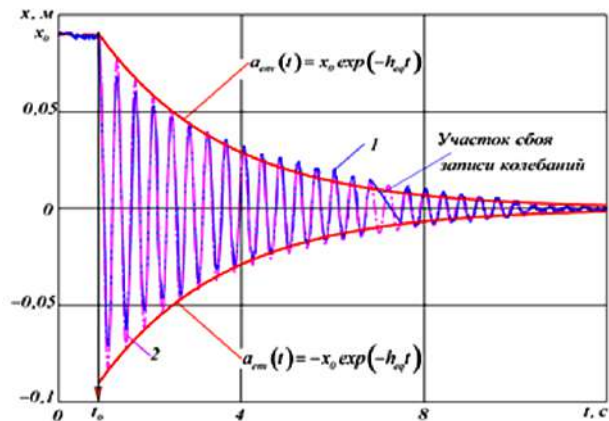


Рис. 7. Наложение экспериментальной 1 и расчётной 2 осциллограмм; $t_0 = 0,887$ с — время задержки снятия удерживающей массу m связи; $x_0 = 0,09$ м — начальное отклонение массы m

6. Выводы

1. Удовлетворительное совпадение огибающей и фазы экспериментальной осциллограммы с расчётной, полученной численным интегрированием уравнения движения, позволят рекомендовать полученное значение эквивалентного коэффициента относительного затухания для расчёта динамики механически подобных МС.

2. Для уточнения коэффициентов нелинейной функции демпфирования целесообразно по экспериментальным амплитудам получить аппроксимирующее выражение для огибающей и воспользоваться описанной выше процедурой.

3. Метод энергетического баланса применим для слабодемпфированных МС. Для сильно- и передемпфированных осцилляторов целесообразно воспользоваться топологическим методом.

4. Суммарные графики функций демпфирования незначительно отличаются от прямых, поэтому нелинейную функцию демпфирования с удовлетворительной точностью можно заменить эквивалентной прямолинейной, что упростит практические расчёты.

Библиографический список

1. Cao M. S., Sha G. G., Gao Y. F. [et al.] Structural damage identification using damping: a compendium of uses and features //

- Smart Materials and Structures. 2017. Vol. 26 (4). 043001. DOI: 10.1088/1361-665X/aa550a.
2. Erickson D., Weber M., Sharf I. Contact stiffness and damping estimation for robotic systems // The International Journal of Robotics Research. 2003. Vol. 22 (1). P. 41–58. DOI: 10.1177/0278364903022001004.
3. Mohammad A. E. K., Uchiyama N., Sano S. Reduction of electrical energy consumed by feed-drive systems using sliding-mode control with a nonlinear sliding surface // IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2014. Vol. 61 (6). P. 2875–2882. DOI: 10.1109/TIE.2013.2275975.
4. Ma J., Sun Y., Yuan X. [et al.]. Dynamics and collapse in a power system model with voltage variation: The damping effect // PLOS ONE. 2016. Vol. 11 (11). e0165943. DOI: 10.1371/journal.pone.0165943.
5. Prasertwong K., Mithulananthan N. A New Algorithm Based on Logarithm Decrement to Estimate the Damping Ratio for Power System Oscillation // 2017 14th International Conference on Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology (ECTI-CON). 2017. DOI: 10.1109/ECTICon.2017.8096288.
6. Lin R., Zhu J. Model updating of damped structures using FRF data // Mechanical Systems and Signal Processing. 2006. Vol. 20 (8). P. 2200–2218. DOI: 10.1016/j.ymsp.2006.05.008.
7. Qiao G., Rahmatalla S. Identification of damping and stiffness parameters of cervical and lumbar spines of supine humans under vertical whole-body vibration // Journal of Low Frequency Noise Vibration and Active Control. 2019. Vol. 39 (1). P. 59–71. DOI: 10.1177/1461348419837031.
8. Minetti A. E., Moorhead A. P., Pavei G. Frictional internal work of damped limbs oscillation in human locomotion // Proceedings of the Royal Society B. 2020. Vol. 287 (1931). P. 20201410. DOI: 10.1098/rspb.2020.1410.
9. Gupta T. Identification and experimental validation of damping ratios of different human body segments through anthropometric vibratory model in standing posture // Journal of Biomechanical Engineering. 2006. Vol. 129 (4). P. 566–574. DOI: 10.1115/1.2720917.
10. Moore J. R., Maguire D. A. Natural sway frequencies and damping ratios of trees: concepts, review and synthesis of previous studies // Trees. 2004. Vol. 18 (2). P. 195–203. DOI: 10.1007/s00468-003-0295-6.
11. Polunin P. M., Yang Y., Dykman M. I. [et al.]. Characterization of MEMS resonator nonlinearities using the ringdown response // Journal of Microelectromechanical Systems. 2016. Vol. 25 (2). P. 297–303. DOI: 10.1109/JMEMS.2016.2529296.
12. Mo Y., Du L., Qu B. [et al.]. Damping ratio analysis of a silicon capacitive micromechanical accelerometer // Wireless Sensor Network. 2017. Vol. 09 (05). P. 178–188. DOI: 10.4236/wsn.2017.95010.
13. Salamon R., Kaminrski H., Fritzkowski P. Estimation of parameters of various damping models in planar motion of a pendulum // Meccanica. 2020. Vol. 55. P. 1655–1677. DOI: 10.1007/s11012-020-01197-z.
14. Каудерер Г. Нелинейная механика: пер. с нем. Москва: Изд-во иностр. лит-ры. 1961. 779 с.
15. Вибрации в технике: справочник. В 6 т. / Ред. совет: В. Н. Челомей (пред., гл. ред.) [и др.]. Москва: Машиностроение, 1979–1981. Т. 2. Колебания нелинейных механических систем / Под ред. И. И. Блехмана. Москва: Машиностроение, 1979. 351 с.
16. Макаров В. А. Расчёт параметров диссипативной функции по огибающей экспериментальной виброграммы // Машиноведение. 1988. № 5. С. 98–99. ()
17. Лаандау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. В 10 т. Т. 6. Гидродинамика. 3-е изд., испр. Москва: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. 736 с.
18. Randall D. Peters. Nonlinear Damping of the 'Linear' Pendulum. 2003. DOI: 10.48550/arXiv.physics/0306081.
19. Джилавадари И. З., Русак А. А. Измерение сил трения методом аппроксимации огибающей // Трение и износ. 2000. Т. 21, № 4, с. 424–432. EDN: WXJZKB
20. Myers A. D., Khasawneh F. A. Damping parameter estimation using topological signal processing // Mechanical Systems and Signal Processing. 2022. Vol. 174. 109042. DOI: 10.1016/j.ymsp.2022.109042.
21. Пановко Я. Г. Введение в теорию механических колебаний. 3-е изд., перераб. Москва: Наука, 1991. 252 с. ISBN 5-02-014137-2.

КАЛАШНИКОВ Борис Александрович, доктор технических наук, доцент (Россия), профессор кафедры «Авиа- и ракетостроение» Омского государственного технического университета (ОмГТУ), г. Омск.

SPIN-код: 7574-1323

ORCID: 0000-0002-9946-3480

AuthorID (SCOPUS): 6701318766

ResearcherID: M-9643-2014

Адрес для переписки: bkalashnikov1@yahoo.com

БОХАН Владимир Викторович, кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры «Основы теории механики и автоматического управления» ОмГТУ, г. Омск; старший научный сотрудник АО «Федеральный научно-производственный центр «Прогресс», г. Омск.

SPIN-код: 3625-7966

AuthorID (РИНЦ): 747705

ORCID: 0000-0003-0690-381X

ResearcherID: P-3030-2017

Адрес для переписки: vladimir_bohan@mail.ru

ПЕНЬКОВ Константин Вадимович, аспирант кафедры «Основы теории механики и автоматического управления» ОмГТУ, г. Омск.

ORCID: 0009-0002-7567-5478

ResearcherID: LDG-2742-2024

Адрес для переписки: kos.penkov@gmail.com

Для цитирования

Калашников Б. А., Бохан В. В., Пеньков К. В. Экспериментальное определение нелинейной функции демпфирования механических систем // Омский научный вестник. 2024. № 3 (191). С. 5–13. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-5-13.

Статья поступила в редакцию 20.06.2024 г.

© Б. А. Калашников, В. В. Бохан, К. В. Пеньков

DETERMINING THE NONLINEAR DAMPING FUNCTION USING EXPERIMENTS

In this article, the coefficients of the nonlinear damping function of a mechanical system with one translational degree of freedom are determined from an experimentally obtained oscillogram of free vibrations. The function is modeled using three types of damping: coulomb damping, linear viscous, and nonlinear viscous damping. Numerical values of the damping coefficients are identified. The characteristic of the dissipative force as a function of displacement is obtained, and is used to find the amount of energy dissipated over a time period. An equivalent relative damping ratio is approximated using the energy balance method and then used to perform numerical integration of the equation of motion. A satisfactory match of the envelope curve and the phase of the vibrational process is demonstrated by comparing the calculated oscillogram to the experimental one. The damping function parameters can be further refined by approximating the experimental amplitudes. The obtained value of the relative damping coefficient can be used to solve nonlinear problems in the area of dynamics of weakly damped systems.

Keywords: nonlinear damping function, Coulomb damping, linear viscous damping, nonlinear viscous damping, energy dissipation, envelope curve, relative damping ratio, energy balance method.

References

1. Cao M. S., Sha G. G., Gao Y. F. [et al.] Structural damage identification using damping: a compendium of uses and features // *Smart Materials and Structures*. 2017. Vol. 26 (4). 043001. DOI: 10.1088/1361-665X/aa550a. (In Engl.).
2. Erickson D., Weber M., Sharf I. Contact stiffness and damping estimation for robotic systems // *The International Journal of Robotics Research*. 2003. Vol. 22 (1). P. 41–58. DOI: 10.1177/0278364903022001004. (In Engl.).
3. Mohammad A. E. K., Uchiyama N., Sano S. Reduction of electrical energy consumed by feed-drive systems using sliding-mode control with a nonlinear sliding surface // *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2014. Vol. 61 (6). P. 2875–2882. DOI: 10.1109/TIE.2013.2275975. (In Engl.).
4. Ma J., Sun Y., Yuan X. [et al.] Dynamics and collapse in a power system model with voltage variation: The damping effect // *PLOS ONE*. 2016. Vol. 11 (11). e0165943. DOI: 10.1371/journal.pone.0165943. (In Engl.).
5. Prasertwong K., Mithulananthan N. A New Algorithm Based on Logarithm Decrement to Estimate the Damping Ratio for Power System Oscillation // *2017 14th International Conference on Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology (ECTI-CON)*. 2017. DOI: 10.1109/ECTICon.2017.8096288. (In Engl.).
6. Lin R., Zhu J. Model updating of damped structures using FRF data // *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2006.

Vol. 20 (8). P. 2200–2218. DOI: 10.1016/j.ymssp.2006.05.008. (In Engl.).

7. Qiao G., Rahmatalla S. Identification of damping and stiffness parameters of cervical and lumbar spines of supine humans under vertical whole-body vibration // *Journal of Low Frequency Noise Vibration and Active Control*. 2019. Vol. 39 (1). P. 59–71. DOI: 10.1177/1461348419837031. (In Engl.).
8. Minetti A. E., Moorhead A. P., Pavei G. Frictional internal work of damped limbs oscillation in human locomotion // *Proceedings of the Royal Society B*. 2020. Vol. 287 (1931). P. 20201410. DOI: 10.1098/rspb.2020.1410. (In Engl.).
9. Gupta T. Identification and experimental validation of damping ratios of different human body segments through anthropometric vibratory model in standing posture // *Journal of Biomechanical Engineering*. 2006. Vol. 129 (4). P. 566–574. DOI: 10.1115/1.2720917. (In Engl.).
10. Moore J. R., Maguire D. A. Natural sway frequencies and damping ratios of trees: concepts, review and synthesis of previous studies // *Trees*. 2004. Vol. 18 (2). P. 195–203. DOI: 10.1007/s00468-003-0295-6. (In Engl.).
11. Polunin P. M., Yang Y., Dykman M. I. [et al.] Characterization of MEMS resonator nonlinearities using the ringdown response // *Journal of Microelectromechanical Systems*. 2016. Vol. 25 (2). P. 297–303. DOI: 10.1109/JMEMS.2016.2529296. (In Engl.).
12. Mo Y., Du L., Qu B. [et al.] Damping ratio analysis of a silicon capacitive micromechanical accelerometer // *Wireless*

Sensor Network. 2017. Vol. 09 (05). P. 178–188. DOI: 10.4236/wsn.2017.95010. (In Engl.).

13. Salamon R., Kaminrski H., Fritzkowski P. Estimation of parameters of various damping models in planar motion of a pendulum // *Meccanica*. 2020. Vol. 55. P. 1655–1677. DOI: 10.1007/s11012-020-01197-z. (In Engl.).

14. Kauderer G. Nelineynaya mekhanika [Nonlinear mechanics]: trans. from German. Moscow, 1961. 779 p. (In Russ.).

15. Vibratsii v tekhnike: spravochnik. V 6 t. [Vibrations in Engineering: handbook. In 6 vols. / Ed. Board: V. N. Chelomey (Chairman, Chief ed.) [et al.]]. Moscow, 1979–1981. T. 2. Kolebaniya nelineynykh mekhanicheskikh sistem [Vol. 2. Fluctuations of nonlinear mechanical systems] / Ed. by I. I. Blekhmana. Moscow, 1979. 351 p. (In Russ.).

16. Makarov V. A. Raschet parametrov dissipativnoy funktsii po ogibayushchey eksperimental'noy vibrogrammy [Calculation of the parameters of the dissipative Function from the Envelope of the experimental vibrogram] // *Mashinovedenie. Mashinovedenie*. 1988. No. 5. P. 98–99. (In Russ.).

17. Landau L. D., Lifshits E. M. Teoreticheskaya fizika. V 10 t. T. 6. Gidrodinamika [Theoretical physics. In 10 vols. Vol. 6. Hydrodynamics]. 3rd ed., revised. Moscow, 1986. 736 p. (In Russ.).

18. Randall D. Peters. Nonlinear Damping of the 'Linear' Pendulum. 2003. DOI: 10.48550/arXiv.physics/0306081. (In Engl.).

19. Dzhilavdari I. Z., Rusak A. A. Izmereniye sil treniya metodom approksimatsii ogibayushchey [Measurement of friction forces by a method approximating of envelope curve] // *Trenie i iznos. Friction and Wear*. 2000. Vol. 21, no. 4. P. 424–432. EDN: WXJZKB. (In Russ.).

20. Myers A. D., Khasawneh F. A. Damping parameter estimation using topological signal processing // *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2022. Vol. 174. 109042. DOI: 10.1016/j.ymssp.2022.109042. (In Engl.).

21. Panovko Ya. G. Vvedeniye v teoriyu mekhanicheskikh kolebaniy [Introduction to the theory of mechanical vibrations]. 3rd ed., revised. Moscow, 1991. 252 p. ISBN 5-02-014137-2. (In Russ.).

KALASHNIKOV Boris Aleksandrovich, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of Aircraft and Rocket Building Department, Omsk State Technical University (OmSTU), Omsk.

SPIN-code: 7574-1323

ORCID: 0000-0002-9946-3480

AuthorID (SCOPUS): 6701318766

ResearcherID: M-9643-2014

Correspondence address: bkalashnikov1@yahoo.com

BOKHAN Vladimir Victorovich, Candidate of Technical Sciences, Senior Lecturer of Fundamentals of Mechanics Theory and Automatic Control Department, OmSTU, Omsk; Senior Researcher, JSC «Federal Research and Production Center «Progress», Omsk.

SPIN-code: 3625-7966

AuthorID (RSCI): 747705

ORCID: 0000-0003-0690-381X

ResearcherID: P-3030-2017

Correspondence address: vladimir_bohan@mail.ru

PENKOV Konstantin Vadimovich, Graduate Student of Fundamentals of Mechanics Theory and Automatic Control Department, OmSTU, Omsk.

ORCID: 0009-0002-7567-5478

ResearcherID: LDG-2742-2024

Correspondence address: kos.penkov@gmail.com

For citations

Kalashnikov B. A., Bokhan V. V., Penkov K. V. Determining the nonlinear damping function using experiments // *Omsk Scientific Bulletin*. 2024. No. 3 (191). P. 5–13. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-5-13.

Received June 20, 2024.

© B. A. Kalashnikov, V. V. Bokhan, K. V. Penkov

ПРЕОДОЛЕНИЕ ТУПИКОВЫХ СИТУАЦИЙ СИНТЕЗА ДВИЖЕНИЙ АНТРОПОМОРФНЫХ РОБОТОВ НА ОСНОВЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ОСИ СХВАТОНОСИТЕЛЯ ПО ЛИНЕЙЧАТОЙ ПОВЕРХНОСТИ, ОГРАНИЧИВАЮЩЕЙ ТЕЛЕСНЫЙ УГОЛ СЕРВИСА

Предложен алгоритм синтеза движений руки антропоморфных роботов по вектору скоростей при установке объектов манипулирования, заданных в виде прямоугольных призм в контейнер. Алгоритм позволяет осуществлять выход из возникающих тупиковых ситуаций при компьютерном моделировании движений. Суть метода состоит в использовании перемещений руки, при которых ось схватоносителя перемещается и образует с некоторым приближением линейчатую поверхность, задающую телесный угол сервиса. С этой целью предложено использовать базу данных конфигураций, задающих определенные положения центра выходного звена и осей схватоносителя, совпадающих с образующими указанных линейчатых поверхностей. Представлены результаты расчетов промежуточных конфигураций при компьютерном моделировании движения антропоморфных роботов в организованной среде с использованием разработанного алгоритма.

Ключевые слова: механизмы манипуляторов, мгновенные состояния механизмов, вектор обобщенных скоростей, линейчатые поверхности, компьютерное моделирование движений антропоморфных роботов, тупиковые ситуации, запретные зоны, синтез движений манипуляторов.

Введение. В настоящее время актуальна разработка интеллектуальных систем управления механизмами рук антропоморфных роботов, способных заменить человека при выполнении работ, связанных с оценкой рабочей сцены и принятия в соответствии с этим тех или иных решений [1–4]. При компьютерном моделировании движений роботов применяют метод, основанный на использовании матриц частных передаточных отношений [5–7]. С помощью данных матриц устанавливается взаимосвязь скоростей выходного звена (ВЗ) и обобщенных скоростей. При использовании указанного метода часто могут возникать тупиковые ситуации. Поэтому существует необходимость в модернизации указанного метода синтеза движений по вектору скоростей, позволяющего преодолевать тупиковые ситуации при компьютерном моделировании движений антропоморфных роботов.

Постановка задачи исследования. Рассмотрим алгоритм компьютерного моделирования движения антропоморфных роботов на примере, где необходимо размещать объекты манипулирования, имеющие форму прямоугольных параллелепипедов,

в контейнер заданных размеров. На рис. 1 представлены объекты манипулирования 3 различных размеров, которые перемещаются по конвейеру 4. Данные объекты необходимо размещать в контейнере 5 с использованием руки антропоморфного робота 2. На рис. 1 приведено условное изображение руки антропоморфного робота с обозначением осей и поворотов во вращательных кинематических парах, задающих значения обобщенных координат $q_2 \div q_8$.

Рука антропоморфного робота также может смещаться поступательно вдоль направляющей 1 за счет изменения обобщенной координаты q_1 . Кинематическая схема этого механизма изображена на рис. 2б. При автоматизированном управлении движением механизма руки антропоморфного робота в сложно организованном пространстве необходимо обеспечивать достижимость захватом заданных объектов манипулирования на конвейере и установку их в контейнер. Заметим, что боковые стенки контейнера и установленные в контейнере объекты манипулирования (прямоугольные призмы) выступают в качестве запретных зон при ком-

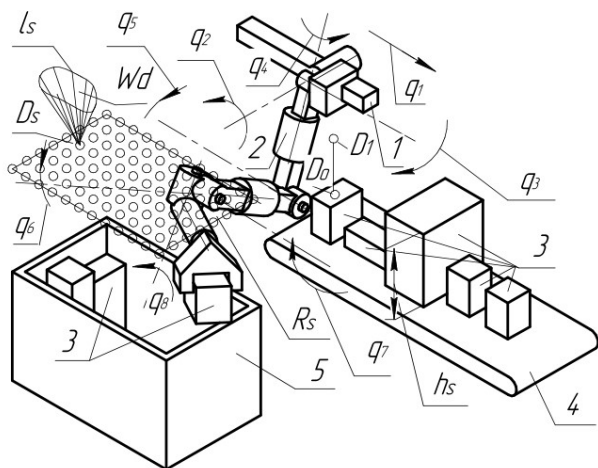


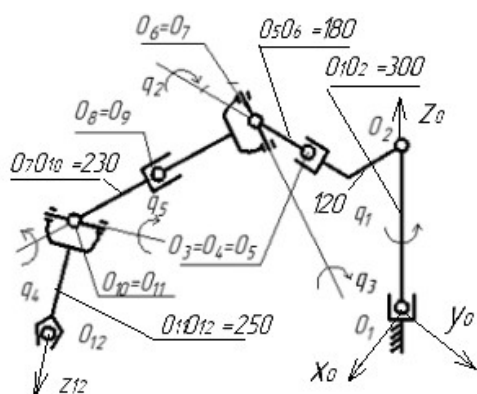
Рис. 1. Положение объектов манипулирования, контейнера, конвейера и руки антропоморфного робота

пьютерном управлении движением механизма руки (рис. 1). Решение указанной задачи при возникновении тупиковых ситуаций при автоматизированном синтезе движений по вектору скоростей возможно с помощью осуществления движения механизма руки, при котором ось схватоносителя описывает линейчатую поверхность Wd , которая приближенно ограничивает телесный угол сервиса. Тупиковая

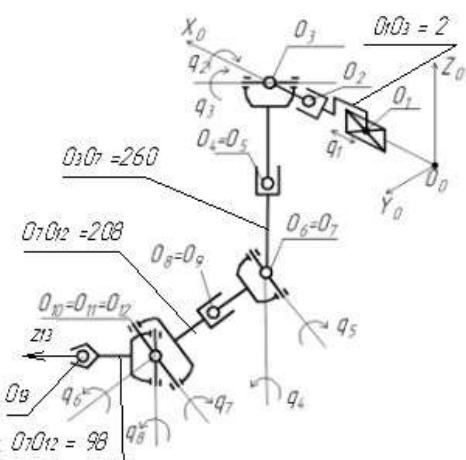
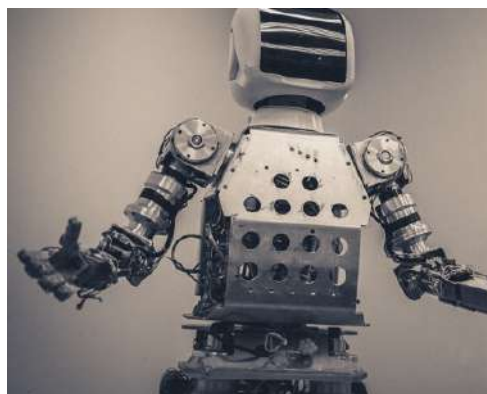
ситуация возникает, когда алгоритм синтеза движений не способен вычислить следующую промежуточную конфигурацию при смещении центра ВЗ в следующую точку заданной траектории. После возникновения тупиковой ситуации компьютерное моделирование движения осуществляется вновь от ближайшей точки D_s . При этом движении ось схватоносителя (оси $O_{12}z_{12}$ или $O_{13}z_{13}$, рис. 2а, б, перемещается по образующим линейчатой поверхности Wd . Точка D_s находится в горизонтальной плоскости R_s , которая удалена от контейнера на расстояние h_s . Расстояние h_s равно наибольшей возможной высоте объектов манипулирования.

На рис. 1 представлена плоскость R_s , в которой находится совокупность целевых точек D_s , в которые первоначально перемещается центр ВЗ, заданный точкой D_1 . Совокупность точек D_s образует равномерную сеть точек в плоскости R_s . На рисунке точка D_0 задает точку, в которую смещается центр ВЗ при захвате объекта манипулирования. После захвата объекта манипулирования центр ВЗ из точки D_0 перемещается в точку D_1 .

Плоскость R_s и совокупность точек D_s используются для создания базы данных множества S конечных конфигураций K_s (заданных значениями обобщенных координат q_i) руки антропоморфного робота, полученных при перемещении центра ВЗ из точки D_1 в соответствующие точки D_s . При смещении центра ВЗ из точки D_1 в точку D_s (с использованием перемещения по критерию минимизации



а)



б)

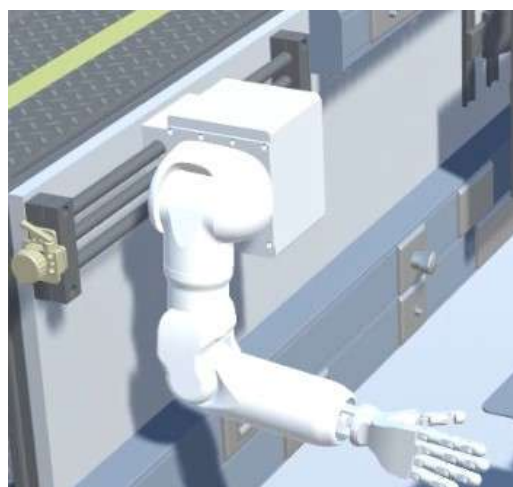


Рис. 2. Кинематические схемы и общий вид антропоморфных роботов:
а) механизм руки и туловища робота AR-600E (M3-12-10-8-3-12-2-12-3-12-2-12), $nm = 12$, $n = 5$;
б) механизм руки робота (M4-1-2-12-3-12-1-12-3-12-1-2-12), $nm = 13$, $n = 8$

объема движения [5–7]) однозначно определяются конечные значения обобщенных координат q_i , задающих множество S конфигураций K_s , количество которых равно числу точек $D_s \in R_s$. База данных также содержит информацию о положениях множеств S_{DS} конфигураций K_{su} , задающих положения механизма руки, при которых ось схватоносителя находится на линейчатой поверхности W_d для каждой отдельной конфигурации K_s множества S . Кривая l_s на рис. 1 ограничивает изображение линейчатой поверхности W_d . Положение центра ВЗ, заданного точкой D_1 , обеспечивается строго заданной конфигурацией K_1 . При создании базы данных множества S_{DW} (состоящих из двенадцати конфигураций K_{su}) для каждой отдельной точки D_s используется метод, основанный на исследовании реализаций мгновенных состояний механизма руки антропоморфного робота [8]. Движение оси схватоносителя, задающего угол сервиса (с вершиной в точке D_s), необходимо для изменения исходного положения звеньев руки по отношению к граням боковых стенок контейнера и граням установленных объектов манипулирования с целью обеспечения выхода из тупиковых ситуаций.

При определении конфигураций K_{su} руки, при которых ось схватоносителя совпадает с образующими поверхности W_d и задает телесный угол сервиса, центр ВЗ остается в заданной точке D_s с некоторым допущением. Это допущение задается принадлежностью центра ВЗ заданной сфере при реализации мгновенных состояний [8]. При этом радиус сферы равен заданной величине точности позиционирования центра ВЗ δ . С целью сокращения времени вычислений промежуточных конфигураций (при возникновении тупиковых ситуаций) разработан алгоритм, при котором исключается итерационный поиск значения вектора обобщенных скоростей (вектора приращений обобщенных координат за одну итерацию).

Построение движений механизмов манипуляторов. Рассмотрим кинематические схемы антропоморфных роботов, представленных на рис. 2а, б. На рис. 2а задана кинематическая схема шестизвенового механизма руки и туловища антропоморфного робота AR-600E [9]. В соответствии с методикой обозначения структурных моделей открытых кинематических цепей, принятой в работе [10], данный механизм имеет обозначение МЗ-12-10-8-3-12-2-12-3-12-2-12. Соответственно, на рис. 2б представлен девятизвеновый механизм руки антропоморфного робота (М4-1-2-12-3-12-1-12-3-12-1-2-12).

На указанном рис. 2а, б узловые точки, задающие начала систем координат, связанных со звеньями механизма, обозначены точками O_1, O_2, \dots, O_{nm} , где параметр nm определяет число систем координат, используемых при задании модели кинематической цепи [10]. Расстояния между узловыми точками на рис. 2а, б заданы длинами отрезков $O_1O_2 = 300$, и т.п. в миллиметрах. Известно, что совокупность мгновенных состояний, удовлетворяющих заданной точности позиционирования δ , определяет область $\Omega^Q \subset \Gamma^Q$ в многомерном пространстве обобщенных скоростей Q . Где Γ^Q обозначена p -плоскость заданная линейной системой уравнений задающей зависимость скоростей простейших движений ВЗ от обобщенных скоростей \dot{q}_i (верхний индекс обозначений Q означает исследование и задание геометрических объектов Ω^Q и Γ^Q в многомерном пространстве Q , а знак \subset определяет принадлежность). Указанная линейная система уравнений имеет следующий вид [5–7]:

$$JQ = V. \quad (1)$$

Или в развернутом виде:

$$\begin{aligned} J_{11}\dot{q}_1 + J_{12}\dot{q}_2 + \dots + J_{1n}\dot{q}_n &= v_x, \\ &\dots, \\ J_{r1}\dot{q}_1 + J_{r2}\dot{q}_2 + \dots + J_{rn}\dot{q}_n &= \omega_z, \end{aligned} \quad (2)$$

где J — матрица частных передаточных отношений размерности $r \times n$, задающая мгновенные передаточные отношения J_{11}, \dots, J_{rn} [7]. Параметр r задает размерность вектора V простейших движений ВЗ и для общего случая эта размерность равна шести $V(V_x, V_y, V_z, \omega_x, \omega_y, \omega_z)$ [6].

В зависимости от решаемой двигательной задачи параметр r может также принимать значения, равные трем или пяти [6]. $Q(\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n)$ — вектор обобщенных скоростей, размерности n . Параметр n задает число обобщенных координат механизма q_1, q_2, \dots, q_n . Область Ω^Q определяется множеством точек N^Q , задающих допустимые мгновенные состояния механизма, при которых $\delta_d < \delta$, где δ определяет заданную точность позиционирования (при проведении вычислительных экспериментов значение этого параметра принято $\delta = 5$ мм). δ_d — погрешность линеаризации при использовании системы уравнений (2) при расчете конфигураций. Исследованию размеров и формы областей Ω^Q для различных механизмов манипуляторов посвящены работы [11–13]. Координаты указанных точек N^Q вычисляются по известной зависимости [10]:

$$Q_N = Q_M + \sum_{i=1}^p k_i m Q_i, \quad (3)$$

где Q_M — вектор, задающий точку $M^Q \subset \Gamma^Q$, соответствующую критерию минимизации объема движения [6]. Точка M^Q задает центр репера, связанного с p -плоскостью Γ^Q ; k_i — это координаты точки N^Q в p -плоскости Γ^Q ; m — длина единичного отрезка репера p -плоскости Γ^Q ; Q_i — единичные направляющие векторы осей репера; p — размерность p -плоскости Γ^Q .

Для механизма манипулятора, представленного на рис. 2а, $n = 5$, а размерность вектора V принята $r = 3$, что соответствует обеспечению движения центра ВЗ по заданной траектории с произвольной ориентацией ВЗ. Так как $p = n - r = 2$, область Ω^Q будет определяться двумя параметрами k_1 и k_2 . Механизм руки антропоморфного робота, представленный на рис. 2б, имеет число обобщенных координат $n = 8$. Размерность вектора V при моделировании движений этого механизма манипулятора принята равной $r = 5$ (движение ВЗ обеспечивается с заданной ориентацией оси схватоносителя $O_{13}z_{13}$, см. рис. 2б). Следовательно, для этого случая, область Ω^Q будет определяться $p = n - r = 3$ параметрами k_1, k_2 и k_3 . Изображения областей Ω^Q для механизмов, кинематические схемы которых заданы на рис. 2а, б соответственно, представлены на рис. 3а, б.

Положения механизмов, для которых определялись области Ω^Q , заданы соответственно векторами L_i ($25^\circ, 60^\circ, 10^\circ, 60^\circ, 10^\circ$) и L_i (0 см, $91^\circ, 0^\circ, 181^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ$). Компоненты векторов L_i задают значения обобщенных координат q_i . При вычислении положения точек N^Q для двух механизмов значения компонент вектора V были приняты соответственно $V(V_x = 0, V_y = 0, V_z = -5$ мм/с) и $V(V_x = 0,$

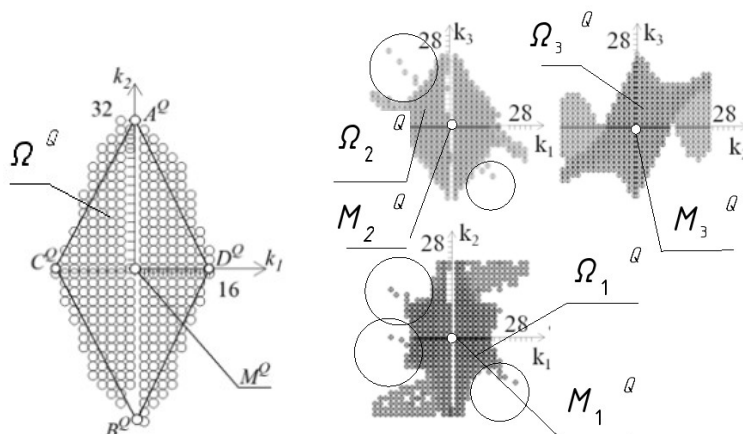


Рис. 3. Изображения областей $\Omega^o \subset \Gamma^o$:
 а) для антропоморфного робота AR-600E при $n = 5$
 и $p = 2$ для конфигураций L_i ($25^\circ, 60^\circ, 10^\circ, 60^\circ, 10^\circ$);
 б) для антропоморфного робота при $n = 8$ и $p = 3$ для конфигураций L_i
 ($0^\circ, 91^\circ, 0^\circ, 181^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ$)

$V_y = 0, V_z = -5$ мм/с, $\omega_x = 0, \omega_y = 0$). Эти значения позволяют осуществлять перемещение центра ВЗ по направлению оси O_0z_0 (рис. 2а, б). На рис. 3б область Ω^o обозначена проекциями Ω_1^o, Ω_2^o и Ω_3^o .

При итерационном поиске конфигураций, не пересекающих запретные зоны, могут быть определены такие положения механизма руки, которые определяются точками N^o , которые на рис. 2б изображены внутри окружностей. Данные точки целесообразно исключить при синтезе малых движений. При использовании значений вектора Q (определяющего положения этих точек) возникают значительные скачки изменений обобщенных координат, что может способствовать возникновению тупиковых ситуаций.

В настоящей работе предложен метод решения указанной проблемы при поиске промежуточных конфигураций, когда возникают ситуации пересечения исполнительного механизма с запретными зонами. Суть метода состоит в использовании перемещений осей $O_{12}z_{12}$ и $O_{13}z_{13}$, при которых данные оси движутся по линейчатой поверхности W_d , приближенно ограничивающим телесный угол сервиса с вершинами в точках D_s . После возникновения тупиковых ситуаций начальное положение манипулятора выбирается такое, когда центр ВЗ совпадает с одной из точек D_s . Далее осуществляется синтез движений, при котором оси $O_{12}z_{12}$ и $O_{13}z_{13}$ движутся по линейчатой поверхности W_d до тех пор, пока проекции узловых точек механизма O_{11} или O_{12} (задающие соответственно звенья $O_{11}O_{12}$ и $O_{12}O_{13}$, см. рис. 2а, б) будут удалены на заданные расстояния l_g от проекций боковых стенок контейнера или объектов манипулирования g_3 и т. п. (рис. 4). Расстояния l_g определяют во взаимосвязи с положением и размерами объектов манипулирования и положения боковых стенок контейнера. Заметим, что задачи определения телесных углов сервиса ранее решались в работах [14–16].

Для обеспечения указанных движений осей $O_{12}z_{12}$ и $O_{13}z_{13}$ необходимо создание базы данных, в которой хранится информация для определенного множества конфигураций S , заданных значениями векторов L_s , при которых центр ВЗ совпадает с различными точками $D_s \in R_s$. В базе данных также содержится информация о множествах S_{DW} конфигураций L_{sw} , для которых оси $O_{12}z_{12}$ и $O_{13}z_{13}$ яв-

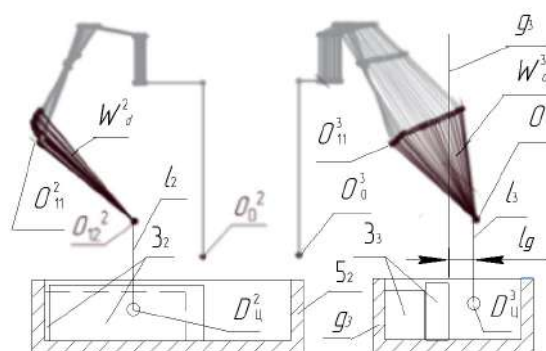


Рис. 4. Изменение положения и ориентации оси $O_{12}z_{12}$ робота М3-12-10-8-3-12-2-12-3-12-2-12 по отношению к боковым граням контейнера и граням объектов манипулирования с использованием перемещения данной оси по линейчатой поверхности W_d для начальной конфигурации L_i ($25^\circ, 20^\circ, -65^\circ, 25^\circ, -65^\circ$)

ляются образующими линейчатой поверхности W_d , ограничивающей телесный угол сервиса. На рис. 4 представлен синтез движения механизма руки антропоморфного робота AR-600E для случая, когда центр ВЗ совпадает с одной из точек D_s и ось $O_{12}z_{12}$ перемещается по линейчатой поверхности W_d . Синтез движений осуществляется до положения механизма, при котором узловая точка механизма O_{11} смещается в сторону следа профильной проецирующей плоскости g_3 до тех пор, пока не займет противоположное положение. При этом след профильной проецирующей плоскости g_3 располагается на расстоянии l_g от боковой соседней грани призмы (объекта манипулирования). На рис. 4 проекции точки O_{11} обозначены O_{11}^2 и O_{11}^3 .

После осуществления указанного перемещения оси $O_{12}z_{12}$ по линейчатой поверхности W_d и определения конечной конфигурации, удовлетворяющей указанным требованиям, вновь осуществляется синтез движений, при котором центр ВЗ смещается по вертикальной траектории движения l (l_2, l_3) до целевой точки D_u (D_u^2, D_u^3). Алгоритм синтеза движений с преодолением тупиковых ситуаций и использования линейчатых поверхностей W_d представлен на рис. 5.

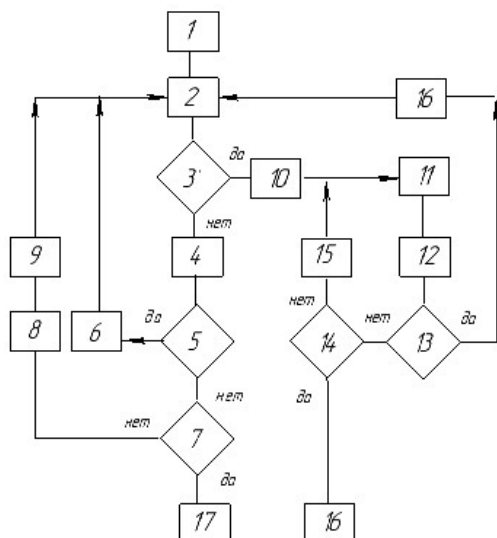


Рис. 5. Алгоритм вычисления промежуточных конфигураций с преодолением тупиковых ситуаций

На рис. 5 приняты следующие обозначения: 1 — задание информации о начальном положении механизма руки, модели кинематической цепи ($q_1 \div q_n$, nm , n_{kod} , $I_{i'}$, r , n , где n_{kod} — коды преобразований систем координат [10]), задание последовательности целевых точек движения центра ВЗ (D_1 , D_s , D_u , рис. 1, рис. 5, рис. 6), задание значений k_i^{max} (максимальных значений параметров k_i^{max} , рис. 3а, б), $m = 3$; 2 — вычисление вектора Q , обеспечивающего направление движения центра ВЗ к целевым точкам (D_1 , D_s , D_u); 3 — все значения вектора Q использованы $k_i > k_i^{max}$; 4 — реализация значений вектора Q и вычисление следующей конфигурации ($q_1 = q_1 + \Delta q_1$, ..., $q_n = q_n + \Delta q_n$, при этом принято допущение $\dot{q}_1 \approx \Delta q_1$, $\dot{q}_2 \approx \Delta q_2$, ..., $\dot{q}_n \approx \Delta q_n$), $k_s = 0$ (k_s — номер образующей линейчатой поверхности W_d в базе данных); 5 — расчетная конфигурация пересекает запретные зоны или не удовлетворяет предельным значениям обобщенных координат; 6 — изменение значений параметров k_i ($k_i = k_i + 1$); 7 — целевая точка D_u достигнута; 8 — $k_i = 0$; 9 — вычисление матрицы J и вектора V ; 10 — возврат к синтезу движения от точки D_s (определение ближайшей конфигурации L_s и горизонтальной проекции точки D_s , имеющей минимальное расстояние от горизонтальной проекции центра ВЗ (точек O_{12} или O_{13}), в которой произошла тупиковая ситуация, $k_s = 1$); 11 — определение в соответствии с базой данных для положения руки L_s конфигурации L_{sw} задающей положение осей $O_{12}z_{12}$ и $O_{13}z_{13}$, совпадающих с положением k_s -ой образующей линейчатой поверхности W_d ; 12 — определение значения вектора Q_w ($\Delta q_1 = (q_1 - q_{1sw})/n_k$, $\Delta q_2 = (q_2 - q_{2sw})/n_k$ и т. п.), при котором обеспечен синтез движения осей $O_{12}z_{12}$ и $O_{13}z_{13}$ (конфигурации L_{sw}) до совмещения с k_s -ой образующей линейчатой поверхности W_d . Где $n_k = ((\sum_{i=0}^n (q_i - q_{isw})) / n) / \Delta q^{max}$ (Δq^{max} — заданное максимальное приращение обобщенной координаты за одну итерацию при движении осей $O_{12}z_{12}$ и $O_{13}z_{13}$ по поверхности W_d). q_{isw} — значения обобщенных координат механизма, задающие конфигурацию и k_s -ую образующую поверхности W_d . Реализация значений вектора Q_w и вычисление следующей конфигурации ($q_1 = q_1 + \Delta q_1$, ..., $q_n = q_n + \Delta q_n$) значения векторов Q_w позволяют последовательно перемещать оси $O_{12}z_{12}$ и $O_{13}z_{13}$ в k_s -ое

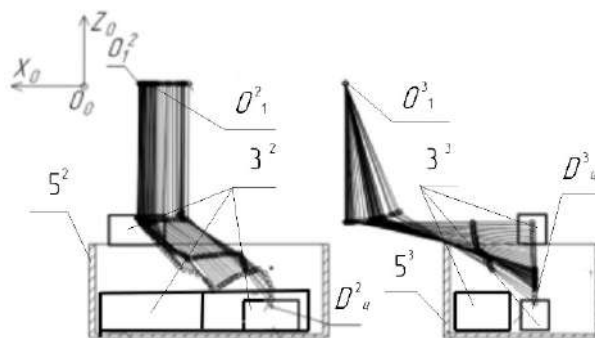


Рис. 6. Результат фрагмента компьютерного моделирования движения руки антропоморфного робота М4-1-2-12-3-12-1-12-3-12-1-2-12 на фронтальной и профильной плоскостях проекций при установке объекта манипулирования в контейнер

положение образующей линейчатой поверхности W_d , ограничивающей телесный угол сервиса (при этом используется база данных значений векторов L_{sw}); 13 — проекции точек O_{12}^2 , O_{13}^2 , O_{12}^3 и O_{13}^3 , удовлетворяющие заданным требованиям (положение относительно g_3); 14 — $k_s > k_s^{max}$ (построены все положения образующих линейчатой поверхности W_d текущей конфигурации L_s); 15 — $k_s = k_s + 1$; 16 — $k_s = 0$; 16 — целевая точка не может быть достигнута; 17 — вывод значений обобщенных координат, определяющих промежуточные конфигурации, позволяющие достигнуть целевую точку.

Результаты экспериментов. На рис. 6 на фронтальной и профильной плоскостях проекций представлен фрагмент синтеза движений руки антропоморфного робота, кинематическая схема которого представлена на рис. 2б. На рис. 6 изображения проекций объектов манипулирования обозначены 3^2 и 3^3 . Соответственно изображения проекций точек O_{11} , D_{11} и контейнера 5 обозначены O_{11}^2 , O_{11}^3 , D_{11}^2 , D_{11}^3 , 5^2 и 5^3 . При решении тестовой задачи были приняты следующие размеры геометрических объектов — размеры контейнера (соответственно длина, ширина и высота в миллиметрах) $500 \times 325 \times 200$, размеры объектов манипулирования $210 \times 110 \times 85$ — 4 шт. и $110 \times 50 \times 50$ — 4 шт. Компьютерное моделирование движения руки позволило определить, что при значениях $I_{kx} = 0$, $I_{ky} = -140$, $I_{kz} = -200$ и $I_{mx} = -50$, $I_{my} = -380$ и $I_{mz} = 330$ рука антропоморфного робота может обеспечить установку заданных объектов манипулирования внутри контейнера.

Выполнить анализ результатов компьютерного моделирования.

Основные результаты и выводы. Результаты компьютерного моделирования движения антропоморфных роботов с использованием разработанного алгоритма показали возможность преодолевать тупиковые ситуации. Создание и использование базы данных конфигураций, задающих образующие линейчатых поверхностей, образующих телесные углы сервиса, позволяет сократить время вычислений тестовых заданий, связанных с установкой объектов манипулирования в контейнер. Проведенные исследования могут быть использованы при разработке информационно-управляющих комплексов подвижных объектов, в частности при разработке интеллектуальных систем управления, автономно функционирующих роботов в организованных средах.

Библиографический список

1. Афонин В. Л. Интеллектуальные робототехнические системы. Москва: Интернет-университет информационных технологий, 2005. 208 с. ISBN 5-9556-0024-8.
2. Макаров И. М., Лохин В. М., Манько С. В. [и др.]. Интеллектуальные робототехнические системы: тенденции развития и проблемы разработки. Ч. 1 // Мехатроника, автоматизация, управление. 2004. № 9. С. 24–26.
3. Щербатов И. А. Интеллектуальное управление робототехническими системами в условиях неопределённости // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. 2010. № 1. С. 73–77. EDN: KYTLCD.
4. Ющенко А. С. Интеллектуальное планирование в деятельности роботов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2005. № 3. С. 5–18. EDN: YKBZOZ.
5. Whitney D. E. The Mathematics of Coordinated Control of Prosthetic Arms and Manipulators // Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control. 2010. № 94 (4). P. 303–309.
6. Кобринский А. А. Манипуляционные системы роботов. Москва: Наука, 1985. 343 с.
7. Корендяев А. И., Саламандра Б. Л., Тывес Л. И. Манипуляционные системы роботов. Москва: Машиностроение, 1989. 472 с. ISBN 5-217-00461-4.
8. Притыкин Ф. Н., Небритов В. И. Определение сферической кривой, задающей угол сервиса руки андроида робота методом синтеза малых движений // Омский научный вестник. Сер. Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение. 2018. Т. 2, № 3. С. 71–75. DOI: 10.25206/2588-0373-2018-2-3-71-76. EDN: YMCQKL.
9. Жданов Д. С., Костелей Я. В., Хохлова Л. А. [и др.]. Опыт решения обратной задачи кинематики для манипуляторов антропоморфного механизма AR-600 // Интеллектуальные системы 4-й промышленной революции: сб. материалов III Междунар. форума. Томск, 26–27 ноября 2019 г. Томск: ООО СТТ, 2020. С. 81–84. EDN: ASSESJ.
10. Притыкин Ф. Н. Виртуальное моделирование движений роботов, имеющих различную структуру кинематических цепей: моногр. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2014. 172 с. ISBN 978-5-8149-1693-8.
11. Притыкин Ф. Н., Небритов В. И. Исследование размеров и формы области в многомерном пространстве обобщённых скоростей, задающей допустимые мгновенные состояния механизма андроида робота // Омский научный вестник. 2016. № 5 (149). С. 29–34. EDN: WXHOXP.
12. Ескенин Р. Н. Геометрическое моделирование и оптимизация процессов управления адаптивным промышлен-

ным роботом: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Омск: Изд-во СибАДИ, 2010. 20 с.

13. Гордеев О. И. Исследование формы и положения областей в многомерном пространстве заданных допустимых значений вектора обобщённых скоростей плоского семизвённого манипулятора // Информационные технологии в науке и производстве: материалы Всерос. молодеж. науч.-техн. конф. Омск, 09–10 февраля 2015 г. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2015. С. 216–222. EDN: TQFXIX.

14. Лебедев П. А. Аналитический метод определения коэффициента сервиса манипулятора // Проблемы машиностроения и надёжности машин. 1991. № 5. С. 93–98.

15. Небритов В. И. Определение максимальных значений параметров, задающих угол сервиса и множество конфигураций андроида робота реализацией мгновенных состояний // Информационные технологии в науке и производстве: материалы III Всерос. молодеж. науч.-техн. конф. Омск, 9–10 февраля 2015 г. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2016. С. 215–220.

16. Притыкин Ф. Н., Небритов В. И. Конструирование линейчатых поверхностей, ограничивающих область допустимых положений звеньев механизмов манипуляторов при реализации мгновенных состояний // Программные системы и вычислительные методы. 2021. № 2. С. 74–90. DOI: 10.7256/2454-0714.2021.2.35574. EDN: ZNYZKL.

ПРИТЫКИН Федор Николаевич, доктор технических наук, профессор (Россия), профессор кафедры «Инженерная геометрия и САПР» Омского государственного технического университета, г. Омск.
SPIN-код: 7628-8023
ORCID: 0000-0001-8081-6840
AuthorID (SCOPUS): 6507269253
Адрес для переписки: pritykin@mail.ru

Для цитирования

Притыкин Ф. Н. Преодоление тупиковых ситуаций синтеза движений антропоморфных роботов на основе использования перемещений оси схватоносителя по линейчатой поверхности, ограничивающей телесный угол сервиса // Омский научный вестник. 2024. № 3 (191). С. 14–21. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-14-21.

Статья поступила в редакцию 25.01.2024 г.

© Ф. Н. Притыкин

OVERCOMING DEAD-END SITUATIONS OF SYNTHESIS OF MOTIONS OF ANTHROPOMORPHIC ROBOTS ON THE BASIS OF THE USE OF MOTIONS OF THE CLUTCH AXIS ALONG THE LINEAR SURFACE LIMITING THE BODY ANGLE OF SERVICE

An algorithm for synthesizing hand motions of anthropomorphic robots by velocity vector during the installation of objects of manipulation given, in the form of rectangular prisms in a container, is proposed. The algorithm makes it possible to solve deadlock situations in computer simulation of motions. The essence of the method consists in the use of hand motions, at which the axis of the clash carrier moves and forms with some approximation a ruled surface, which specifies the body angle of service. For this purpose, it is proposed to use a database of configurations that specify certain positions of the output link centre and of the accumulation carrier axes which coincide with the above-mentioned line surfaces. The results of calculations of intermediate configurations in computer modeling of motions of anthropomorphic robots in an organized environment using the developed algorithm are presented.

Keywords: mechanisms of manipulators, instantaneous states of mechanisms, vector of generalized speeds, linear surfaces, computer simulation of motions of anthropomorphic robots, deadlocks, forbidden zones, synthesis of motions of manipulators.

References

1. Afonin V. L. *Intellektual'nyye robototekhnicheskiye sistemy* [Intelligent robotic systems]. Moscow, 2005. 208 p. ISBN 5-9556-0024-8. (In Russ.).
2. Makarov I. M., Lokhin V. M., Manko S. V. [et al.]. *Intellektual'nyye robototekhnicheskiye sistemy: tendentsii razvitiya i problemy razrabotki. Ch. 1* [Intelligent robotic systems: development trends and design challenges. Part 1] // *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravleniye. Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*. 2004. No. 9. P. 24–26. (In Russ.).
3. Shcherbatov I. A. *Intellektual'noye upravleniye robototekhnicheskimi sistemami v usloviyakh neopredelennosti* [Intellectual management of robotics systems in the conditions of uncertainty] // *Vestnik Astrakhanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Upravleniye, vychislitel'naya tekhnika i informatika. Vestnik of Astrakhan State Technical University. Series: Management, Computer Science and Informatics*. 2010. No. 1. P. 73–77. EDN: KYTLCD. (In Russ.).
4. Yushchenko A. S. *Intellektual'noye planirovaniye v deyatelnosti robotov* [Intelligent planning in robot activities] // *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravleniye. Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*. 2005. No. 3. P. 5–18. EDN: YKBZOZ. (In Russ.).
5. Whitney D. E. *The Mathematics of Coordinated Control of Prosthetic Arms and Manipulators* // *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*. 2010. No. 94 (4). P. 303–309. (In Engl.).
6. Kobrinskiy A. A. *Manipulyatsionnyye sistemy robotov* [Robot manipulation systems]. Moscow, 1985. 343 p. (In Russ.).
7. Korendyasev A. I., Salamandra B. L., Tyves L. I. *Manipulyatsionnyye sistemy robotov* [Manipulation systems of robots]. Moscow, 1989. 472 p. ISBN 5-217-00461-4. (In Russ.).
8. Pritykin F. N., Nebritov V. I. *Opredeleniye sfericheskoy krivoy, zadayushchey ugol servisa ruki androidnogo robota metodom sinteza malykh dvizheniy* [Determination of spherical curve defining the angle of service of android robot arm by method of small motions synthesis] // *Omskiy nauchnyy vestnik. Ser. Aviatcionno-raketnoye i energeticheskoye mashinostroyeniye. Omsk Scientific Bulletin. Series Aviation-Rocket and Power Engineering*. 2018. Vol. 2, no. 3. P. 71–75. DOI: 10.25206/2588-0373-2018-2-3-71-76. EDN: YMCQKL. (In Russ.).
9. Zhdanov D. S., Kosteley Ya. V., Khokhlova L. A. [et al.]. *Opyt resheniya obratnoy zadachi kinematiki dlya manipulyatorov antropomorfnoy mekhanizma AR-600* [Experience in solving the inverse problem of kinematics for manipulators of anthropomorphic mechanism AR-600] // *Intellektual'nyye sistemy 4-y promyshlennoy revolyutsii. Intelligent Systems of the 4th Industrial Revolution*. Tomsk, 2020. P. 81–84. EDN: ASSESJ. (In Russ.).
10. Pritykin F. N. *Virtual'noye modelirovaniye dvizheniy robotov, imeyushchikh razlichnyuyu strukturu kinematicheskikh tsepey* [Virtual modeling of robot movements with different kinematic chain structure]. Omsk, 2014. 172 p. ISBN 978-5-8149-1693-8. (In Russ.).

11. Pritykin F. N., Nebritov V. I. Issledovaniye razmerov i formy oblasti v mnogomernom prostranstve obobshchennykh skorostey, zadayushchey dopustimyye mgnovennyye sostoyaniya mekhanizma androidnogo robota [The study of size and shape of area in multidimensional space of generalized velocities defining permissible instantaneous state of android robot mechanism] // Omskiy nauchnyy vestnik. *Omsk Scientific Bulletin*. 2016. No. 5 (149). P. 29–34. EDN: WXHOXP. (In Russ.).
12. Eskenin R. N. Geometricheskoye modelirovaniye i optimizatsiya protsessov upravleniya adaptivnym promyshlennym robotom [Geometric modeling and optimization of control processes of adaptive industrial robot]. Omsk, 2010. 20 p. (In Russ.).
13. Gordeyev O. I. Issledovaniye formy i polozheniya oblastey v mnogomernom prostranstve zadannykh dopustimyykh znacheniy vektora obobshchennykh skorostey ploskogo semizvennogo manipulyatora [Study of the shape and position of regions in the multidimensional space of given admissible values of the vector of generalized velocities of a flat seven-link manipulator] // Informatsionnyye tekhnologii v nauke i proizvodstve. *Information Technologies in Science and Production*. Omsk, 2015. P. 216–222. EDN: TQFXIX. (In Russ.).
14. Lebedev P. A. Analiticheskiy metod opredeleniya koeffitsiyenta servisa manipulyatora [Analytical method for determining the manipulator service factor] // Problemy mashinostroyeniya i nadezhnosti mashin. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. 1991. No. 5. P. 93–98. (In Russ.).
15. Nebritov V. I. Opredeleniye maksimal'nykh znacheniy parametrov zadayushchikh ugol servisa i mnozhestvo konfiguratsiy androidnogo robota realizatsiyey mgnovennykh sostoyaniy [Determination of maximum values of parameters setting the service angle and set of android robot configurations by instantaneous state realization] // Informatsionnyye tekhnologii v nauke i proizvodstve. *Information Technologies in Science and Production*. Omsk, 2016. P. 215–220. (In Russ.).
16. Pritykin F. N., Nebritov V. I. Konstruirovaniye lineychatykh poverkhnostey ogranichivayushchikh oblast' dopustimyykh polozheniy zven'yev mekhanizmov manipulyatorov pri realizatsii mgnovennykh sostoyaniy [Graphic optimization model of the process of welding products by a robot based on radishchev blueprint] // Programmnyye sistemy i vychislitel'nyye metody. *Software Systems and Computational Methods*. 2021. No. 2. P. 74–90. DOI: 10.7256/2454-0714.2021.2.35574. EDN: ZNYZKL. (In Russ.).

PRITYKIN Fedor Nikolayevich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of Engineering Geometry and CAD Department, Omsk State Technical University, Omsk.

SPIN-code: 7628-8023

ORCID: 0000-0001-8081-6840

AuthorID (SCOPUS): 6507269253

Correspondence address: pritykin@mail.ru

For citations

Pritykin F. N. Overcoming dead-end situations of synthesis of motions of anthropomorphic robots on the basis of the use of motions of the clutch axis along the linear surface limiting the body angle of service // Omsk Scientific Bulletin. 2024. No. 3 (191). P. 14–21. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-14-21.

Received January 25, 2024.

© F. N. Pritykin

ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ШТОКА ПОРШНЯ ОДНОСТУПЕНЧАТОГО ДЛИННОХОДОВОГО ПОРШНЕВОГО КОМПРЕССОРА

В работе проводится анализ напряженного состояния системы шток поршня — поршень одноступенчатого длинноходового поршневого компрессора. Данные компрессоры применяются для изменения давления сжатого газа от нормального атмосферного давления (760 мм рт. ст. = 0,101 МПа) до давления нагнетания (2–10 МПа). Определены критерии расчета штока поршня с точки зрения его динамики с учетом частоты собственных колебаний штока поршня. Сделаны выводы и приведены практические рекомендации, которые можно использовать в процессе проектирования данных компрессорных ступеней.

Ключевые слова: одноступенчатый длинноходовой поршневой компрессор, потеря устойчивости сжатых стержней, резонанс, критическая сила сжатия Эйлера, политропный процесс, частота свободных колебаний штока, частота вынужденных колебаний штока.

Введение. В настоящее время в различных отраслях промышленности широко применяются газовые компрессоры различных конструкций. Одной из таких схем является конструкция поршневого компрессора, предназначенного для получения сжатого воздуха или иного газа. Как правило, данный тип компрессора имеет несколько ступеней сжатия для получения воздуха высокого давления [1].

Для мобильных транспортных средств, например судов, требуются более компактные компрессоры. Практика показала, что особенный интерес представляют поршневые длинноходовые компрессоры. Данные конструкции интересны тем, что они имеют только одну ступень сжатия. При этом обеспечивается повышение давления от нормального (760 мм рт. ст. = 0,101 МПа) до конечного (2–10 МПа). Как показано в работе [2], к длинноходовым относят одноступенчатые поршневые компрессоры с относительной длиной цилиндра $\psi = L/D_c > 10$. Для соблюдения теплового режима данные компрессоры делают тихоходными $T > 2с$. Пример такого компрессора приведен на рис. 1. Обозначения физических величин, принятые в данной статье, приведены в табл. 1. Различным вопросам, связанным с проектированием и применением на практике длинноходовых тихоходных поршневых компрессоров, посвящены работы [3–7].

Кроме вопросов, связанных с термодинамикой и теплопередачей при получении сжатых газов, необходимо решать важные задачи по расчету конструкции данных компрессоров на прочность,

жесткость, колебания и т.д. Данные задачи рассматриваются в фундаментальных работах [8–11].

Рассматриваемый компрессор состоит из нескольких узлов и деталей. Обратим внимание на прочностной расчет поршня компрессора и его штока, изготовленных совместно как единая деталь. В работе [12] рассматривалась методика расчета данной детали с точки зрения статической прочности и устойчивости. Однако несомненный интерес представляют динамические расчеты с учетом частоты собственных колебаний штока поршня.

Постановка задачи. Как было указано выше, в настоящее время длинноходовые поршневые компрессоры для мобильных средств изготавливают тихоходными для соблюдения теплового режима. Это означает, что данные компрессоры формируют малый расход газа высокого давления. При создании новых перспективных быстроходных моделей таких компрессоров и, соответственно, эффективном решении задач охлаждения узлов и деталей данных машин, возникает задача расчета динамической прочности их наиболее нагруженных узлов и, в частности, системы шток поршня — поршень. Решению данного вопроса посвящена данная публикация.

На рис. 2 представлен испытательный стенд длинноходового тихоходного поршневого компрессора [5]. Принципиальная схема рабочего цилиндра компрессора приведена на рис. 3 [12].

В начальный момент времени $t = 0$ поршень компрессора занимает положение 2, при этом шток поршня на всю свою длину выходит наружу через

Обозначения в формулах

Символы	Описание	Размерность
ψ	Относительная длина поршневого цилиндра	м
S_p	Рабочий ход поршня	м
D_c	Внутренний диаметр цилиндра ступени	м
T	Время рабочего цикла компрессора	м
D_r	Диаметр штока поршня компрессора	м
L_c	Длина цилиндра компрессора	м
H_p	Длина поршня	м
l	Длина штока поршня	м
$a(t)$	Текущая длина штока поршня внутри цилиндра ступени	м
P_{max}	Максимальное давление газа в рабочей камере компрессора	Па
P_{min}	Минимальное давление газа в рабочей камере компрессора	Па
F_p	Сила давления сжатого газа	Н
k	Показатель политропы	
$V(t)$	Текущий объем рабочей камеры компрессора	м ³
V_{max}	Максимальный объем рабочей камеры компрессора. Начало первой половины периода	м ³
a_{max}	Максимальное перемещение поршня в цилиндре	м
a_{min}	Минимальное перемещение поршня в цилиндре	м
t	Текущее время	с
ω	Угловая частота перемещения поршня в цилиндре	
F_{kr}	Критическая сила, при которой шток поршня теряет свою устойчивость	Н
E	Модуль Юнга материала штока поршня	МПа
J_{min}	Минимальный момент инерции сечения штока поршня	м ⁴
ν	Коэффициент приведения длины для условий закрепления штока поршня	
R	Коэффициент детерминации. Максимальное значение — 1	
S	Площадь поперечного сечения штока поршня	м ²
u	Продольное перемещение текущего сечения штока поршня при его колебаниях	м
m	Масса поршня	кг
ρ	Плотность материала поршня и штока поршня	кг/м ³

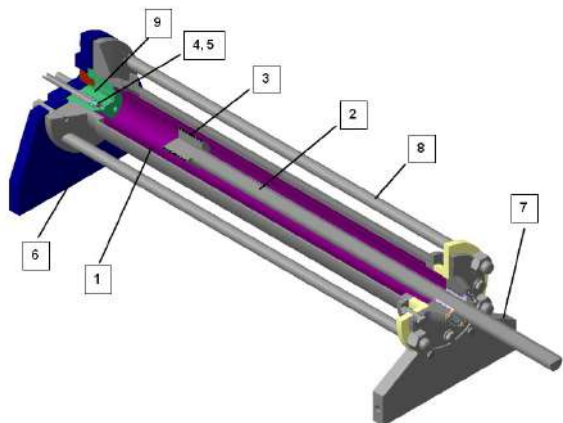


Рис. 1. Принципиальная модель тихоходной компрессорной ступени: 1 — цилиндр, 2 — поршень-шток, 3 — поршневые уплотнения, 4 — всасывающий клапан, 5 — нагнетательный клапан, 6, 7 — опоры, 8 — монтажные шпильки, 9 — клапанная плита [2]



Рис. 2. Действующая модель длинноходового компрессора: 1 — силовой гидроцилиндр, 2 — ступень поршневого компрессора, 3 — ресивер, 4 — циркуляционный насос системы охлаждения, 5 — бак охлаждающей жидкости, 6 — система контроля положения поршня, 7 — система контроля параметров сжатого газа [5]

отверстие в левой торцевой стенке цилиндра. В данный момент времени давление газа в камере цилиндра составляет P_{min} МПа. В следующий момент времени шток поршня и сам поршень начинают движение вправо, сжимая газ. В конце первой половины рабочего цикла поршень занимает положение $2a$. В результате этого давление газа в камере увеличивается до P_{max} МПа и сжатый газ через открытый клапан уходит в ресивер. Далее во вторую половину рабочего цикла поршень перемещается до крайнего левого положения, создавая разрежение в камере цилиндра для его заполнения газом с давлением P_{min} МПа.

На основе рис. 3 составим схему прочностного расчета штока поршня на прочность и устойчивость, рис. 4. В реальной конструкции корпус компрессора неподвижен, а перемещается шток поршня вместе с поршнем. В расчетной схеме поступим наоборот. Шток поршня и поршень неподвижны, а перемещается корпус компрессора. Иными словами, в начальный момент времени $t = 0$ опора штока поршня совпадает с отверстием в правой торцевой стенке цилиндра — точка C совмещается с точкой B , расположенной в месте соединения поршня и его штока. Текущая координата по оси z равна $z = a = l$.

В конце первой половины рабочего цикла подвижная опора — точка C совпадает с другим концом штока поршня — точкой A . Текущая координата по оси z будет равна $z = a = 0$. В конце второй половины рабочего периода текущая координата по оси z возвращается к положению $z = a = l$.

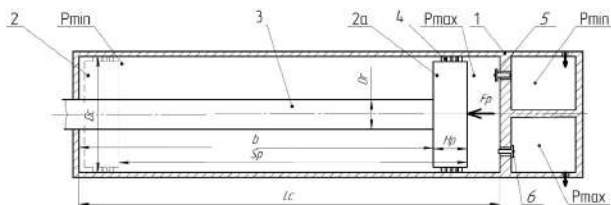


Рис. 3. Принципиальная схема расчета штока поршня на прочность и устойчивость: 1 — цилиндр компрессора, 2 — поршень (начальное положение поршня), 2а — поршень (конечное положение поршня), 3 — шток поршня, 4 — уплотнение поршня, 5 — всасывающий клапан, 6 — нагнетательный клапан [12]

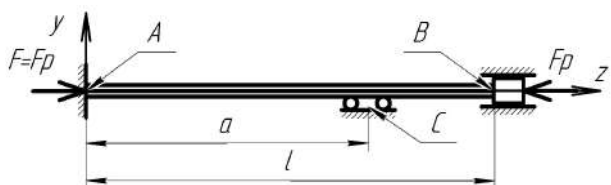


Рис. 4. Схема расчета штока поршня на прочность и устойчивость. Первая половина периода (прямой ход поршня)

Сжатый в рабочей ступени газ формирует силу F_p , действующую на поршень и его шток. С противоположной стороны штока действует сила F формируемая приводом компрессора. Примем, что в каждый момент времени t данные силы равны $F = F_p$. Иными словами, на основании первого закона Ньютона прямоугольная система координат, применяемая на рис. 4, является инерциальной и поршень совместно со штоком находятся либо в состоянии покоя, либо совершают равномерное прямолинейное движение. В рассматриваемом случае поршень и его шток находятся в состоянии покоя.

Выражение для описания рабочего политропно-го процесса сжатия газа в тихоходной ступени приведено ниже.

$$PV^k = \text{const}. \quad (1)$$

В работе [13] проведено исследование показателей политропы для рабочих процессов воздушных поршневых тихоходных длинноходовых компрессорных ступеней. Для условия $P_{\max} \leq 5$ МПа — $-k \approx 1,05$, при $P_{\max} = 5-10$ МПа — $-k \approx 1,1$.

В ходе своей работы поршень компрессора совершает возвратно-поступательные движения. В первую половину рабочего цикла движение поршня создает разрежение в рабочей зоне компрессора, за счет чего газ заполняет ее.

Во вторую половину периода рабочего цикла поршень сжимает газ, создавая его избыточное давление, рис. 4. Для данного этапа на основании выражения (1) запишем.

$$P(t) = \frac{P_{\min} V_{\max}^k}{V(t)^k}, \quad (2)$$

$$V_{\max}^k = \left[(L_c - H_p - b_{\min}) \frac{\pi D_c^2}{4} \right]^n, \quad b = l - a, \quad (3)$$

$$V(t)^k = \left[(L_c - H_p - b(t)) \frac{\pi D_c^2}{4} \right]^n. \quad (4)$$

Величина перемещения штока поршня и самого поршня $b(t)$ определяется законом движения рабочего органа силового привода компрессора. Примем допущение, что поршень совершает гармонические колебания (5).

$$b(t) = \frac{b_{\max}}{2} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{b_{\max}}{2} = \frac{l - a_{\min}}{2} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{l - a_{\min}}{2}. \quad (5)$$

Тогда изменение величины давления $P(t)$ в рабочей камере компрессора в первой половине периода будет определять выражение (6).

$$P(t) = P_{\min} \left(\frac{L_c - H_p - (l - a_{\max})}{L_c - H_p - \frac{(l - a_{\min})}{2} \left[\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + 1 \right]} \right)^k. \quad (6)$$

Величина силы сжатия в первой половине периода будет определяться следующим выражением:

$$F_p(t) = P(t) \frac{\pi D_c^2}{4} = P_{\min} \left(\frac{L_c - H_p + a_{\max} - l}{L_c - H_p + \frac{a_{\min} - l}{2} \left[\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + 1 \right]} \right)^k \times \left[\frac{\pi D_c^2}{4} \right]. \quad (7)$$

С учетом выражения $\omega = 2\pi/T$ изменим выражение (7)

$$F_p(t) = P(t) \left[\frac{\pi D_c^2}{4} \right] = P_{\min} \left(\frac{L_c - H_p + a_{\max} - l}{L_c - H_p + \frac{a_{\min} - l}{2} \left[\sin\left(2\pi \frac{t}{T} - \frac{\pi}{2}\right) + 1 \right]} \right)^k \times \left[\frac{\pi D_c^2}{4} \right]. \quad (8)$$

Выражение (8) по своей сути описывает «газовую пружину», которая является аналогом обычной механической пружины, действующей в колебательной механической системе, где значения силы сжатия зависят от перемещений поршня компрессора.

В реальной конструкции поршневого компрессора на величину давления сжатого газа оказываются воздействия многие факторы. Например, величина настройки выпускных и впускных клапанов, температурный режим компрессора и т.д. Графические зависимости значений давления в рабочей камере компрессора от времени приведены в работах [5, 13].

В данной работе рассматривается задача определения критической силы, вызывающей потерю устойчивости штока поршня поршневых длинноходовых компрессорных ступеней. Так как выраже-

Значения коэффициента приведения ν в зависимости от соотношения текущей длины штока a к его полной длине l

$a(t)/l$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
ν	0,499	0,463	0,426	0,392	0,362	0,35	0,362	0,391	0,426	0,463	0,499

ние (8) дает завышенные значения силы, действующей на шток поршня, по сравнению с реальными величинами этой силы, то применим данное выражение для расчета критической силы F_{kr} . Иными словами, мы принимаем во внимание коэффициент запаса прочности.

Наиболее полным и универсальным методом исследования устойчивости механической системы является динамический метод, который анализирует свойства возмущенного движения элементов данной системы. Если при этом движении возмущенная система возвращается в равновесное состояние, то она устойчива, и наоборот.

В нашем случае на процесс формирования давления сжатого газа воздействует значительное количество нелинейных и разнородных физических и конструктивных факторов. Поэтому исходные дифференциальные уравнения оказываются слишком сложными для решения. В связи с этим воспользуемся статическим методом Эйлера, который отвечает на вопрос: при какой нагрузке возникают смежные формы равновесия штока поршня, отличающиеся от прямолинейной формы?

Теория. В работе [14] опубликованы расчетные параметры для определения критической нагрузки центрально сжатых стержней по формуле Эйлера, выражение (9).

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{(\nu l)^2} \quad (9)$$

Расчетная схема исследуемого штока поршня и условия его нагружения и закрепления приведены на рис. 4. В табл. 2 приведены значения коэффициента приведения ν в зависимости от соотношения текущей длины штока a к его полной длине l .

На основании расчетных схем, приведенных на рис. 3 и 4, запишем выражение (10).

$$a(t) = l \left(1 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{a_{\min}}{l} \right) \left[\sin \left(2\pi \frac{t}{T} - \frac{\pi}{2} \right) + 1 \right] \right) \quad (10)$$

Преобразуем дискретные данные, приведенные в табл. 2 в интерполяционную функцию зависимости значения коэффициента приведения ν от соотношения текущей длины штока a к его полной длине l , выражение (11), [15].

$$\nu = -1,184 \sin \left(\frac{a(t)}{l} + 1,07 \right) + 1,547, \quad R = 0,974. \quad (11)$$

Подставим выражения (10) и (11) в уравнение (9).

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{\left(\left(-1,184 \sin \left(\left(1 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{a_{\min}}{l} \right) \left[\sin \left(2\pi \frac{t}{T} - \frac{\pi}{2} \right) + 1 \right] \right) + 1,07 \right) + 1,547 \right) l \right)^2} \quad (12)$$

Далее необходимо провести сравнение выражений (8) и (12) для недопущения формирования критической нагрузки, действующей на шток поршня. Ниже будет приведен пример данного расчета.

Кроме расчетов штока поршневого компрессора на устойчивость также необходимо проверить исследуемую колебательную систему на резонанс. За расчетную схему колебательной системы выберем рис. 3 и 4. Примем, что поршень 2 (2а) совершает колебательное движение. Справа на поршень действует сила $F_p(t)$, изменяющаяся во времени по закону, определяемому выражением (8). Слева с поршнем взаимодействует сила упругости штока поршня 3. Примем допущение, что поперечные сечения штока поршня остаются плоскими, при этом частицы стержня перемещаются только в продольном направлении вдоль оси z .

Примем, что u является продольным перемещением текущего сечения штока при его колебаниях и u является функцией двух переменных — координаты z и текущего времени t , $u = u(z, t)$. Перемещение бесконечно близкого поперечного сечения штока будет равно $u + (\partial u / \partial z) dz$, а относительное удлинение — $\varepsilon = \partial u / \partial z$.

Для составления дифференциального уравнения движения поршня воспользуемся рис. 4. Тогда

с учетом направления оси z на рис. 4 можно записать следующее дифференциальное уравнение движения поршня 3:

$$ES \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} dz - F_p(t) = m_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (13)$$

Произведение ES является жесткостью стержня при его растяжении или сжатии. Преобразуем выражение (13):

$$\frac{ES}{m_0} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} dz - \frac{F_p(t)}{m_0} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (14)$$

Решение выражения (14) следует искать в виде суммы решений уравнения свободных колебаний штока поршня с учетом массы поршня, расположенной на правом конце штока — $F_p(t) = 0$, и частного решения вынужденных колебаний штока с учетом силы $F_p(t)$.

Уравнение свободных продольных колебаний прямолинейного стержня описывается следующим выражением [11]:

$$c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad c^2 = \frac{E}{\rho} \quad (15)$$

На основании метода Фурье решение выражения (15) можно найти в виде функции перемещения u , которое представляет произведения двух функций. Первая функция зависит только от аргумента z (перемещение), вторая — только от аргумента t (время).

$$u = Z(z)T(t). \quad (16)$$

Подставим выражение (16) в (15) и преобразуем:

$$c^2 \frac{\partial^2(Z(z))}{\partial z^2} \frac{1}{Z(z)} = \frac{\partial^2(T(t))}{\partial t^2} \frac{1}{T(t)}. \quad (17)$$

Введем следующие обозначения:

$$c^2 \frac{\partial^2(Z(z))}{\partial z^2} \frac{1}{Z(z)} = -p^2, \quad \frac{\partial^2(T(t))}{\partial t^2} \frac{1}{T(t)} = -p^2, \quad (18)$$

Тогда следуют два выражения:

$$\frac{\partial^2(T(t))}{\partial t^2} + p^2 T(t) = 0. \quad (19)$$

$$\frac{\partial^2(Z(z))}{\partial z^2} + \frac{p^2}{c^2} Z(z) = 0. \quad (20)$$

Как известно, решением уравнения (19) будет следующее выражение:

$$T(t) = A \sin(pt + a). \quad (21)$$

Из выражения (21) видно, что неизвестная величина p является частотой свободных колебаний системы поршень — шток поршня.

Решением уравнения (20) будет:

$$Z(z) = C \sin\left(\frac{p}{c} z\right) + D \cos\left(\frac{p}{c} z\right). \quad (22)$$

Выражение (22) определяет собственную форму свободных колебаний системы шток поршня — поршень. Количество собственных частот p_i неограниченно. На практике наиболее вероятной является первая собственная частота p_1 . Для определения частот собственных колебаний и величин постоянных интегрирования рассмотрим граничные условия, рис. 4. Закрепленный конец стержня в точке А. При перемещение u равно нулю, $Z(0) = 0$.

Перемещение стержня в точке В. На правом конце стержня закреплен поршень с сосредоточенной массой m_0 . При $z = l$ следует следующее уравнение.

$$m_0 p^2 Z(z) = ES \frac{\partial Z(z)}{\partial z}. \quad (23)$$

Подставим выражение (22) в (23).

$$m_0 p^2 \left[C \sin\left(\frac{p}{c} z\right) + D \cos\left(\frac{p}{c} z\right) \right] = ES \left[C \frac{p}{c} \cos\left(\frac{p}{c} z\right) - D \frac{p}{c} \sin\left(\frac{p}{c} z\right) \right]. \quad (24)$$

При условии $z=0$ получим величину постоянной интегрирования $D = 0$. С учетом полученного результата и $z = l$ преобразуем выражение (24):

$$m_0 p^2 \left[C \sin\left(\frac{pl}{c}\right) \right] = ES \left[C \frac{p}{c} \cos\left(\frac{pl}{c}\right) \right], \quad (25)$$

$$\frac{pl}{c} \operatorname{tg}\left(\frac{pl}{c}\right) = \frac{\rho S l}{m_0}. \quad (26)$$

Формы собственных колебаний для рассматриваемой схемы закрепления стержня с грузом на правом конце (система поршень — шток поршня) определяется следующим выражением:

$$u_i = \sin\left(\frac{p_i l}{c} z\right). \quad (27)$$

В нашем случае будет выражение (28):

$$u_i = \sin\left(\frac{p_i}{c} z\right). \quad (28)$$

Вычисление частот свободных колебаний системы поршень — шток поршня p проведем ниже.

Расчет вынужденных колебаний системы шток поршня — поршень проведем по следующему уравнению:

$$\frac{\partial^2(T(t))}{\partial t^2} + p^2 T(t) = \frac{F_p(t)}{m_0}. \quad (29)$$

С учетом выражения (7) и $\sin(\omega t - \pi/2) = -\cos(\omega t)$ получим следующее выражение:

Таблица 3

Физические характеристики расчетных величин для проведения расчетов системы шток поршня — поршень на устойчивость и резонанс

Параметр	Величина параметра	Параметр	Величина параметра
P_{\min}	0,1 МПа	D_c	50 мм
H_p	75 мм	l	895 мм
a_{\min}	5 мм	a_{\max}	890 мм
L_c	1000 мм	k	1,1
E	$2 \cdot 10^5$ МПа	D_r	25 мм
J_{\min}	м ⁴	Δ	1,39 мм
d_r	22,22 мм	σ	200 МПа
ρ	7850 кг/м ³	$P_{\text{кларан}}$	3,0 МПа

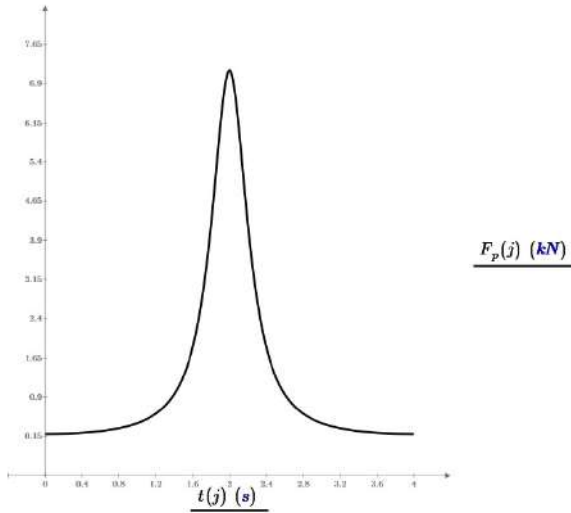


Рис. 5а. График теоретически возможной зависимости силы, действующей на шток поршня, от времени при расчете штока поршня на потерю устойчивости. $F_p(j)$ — сила, действующая на поршень, со стороны сжатого газа согласно выражению (8). Вычисляется на основе политропного процесса сжатия газа в рабочей зоне компрессора

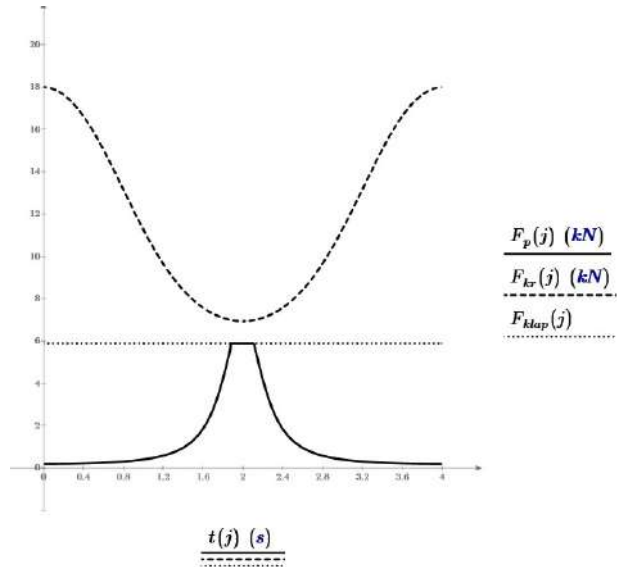


Рис. 6. Графики зависимости сил, действующих на шток поршня, от времени при расчете штока поршня, на потерю устойчивости при открытии нагнетательного клапана. Шток поршня — сплошной стержень. Давление настройки открытия нагнетательного клапана — 3 МПа. $F_p(j)$ — сила действующая на поршень, со стороны сжатого газа; $F_{kr}(j)$ — критическая сила Эйлера (при условии, что поперечное сечение штока поршня — сплошной круг); $F_{klap}(j)$ — сила, действующая на поршень, со стороны сжатого газа (при давлении открытия нагнетательного клапана)

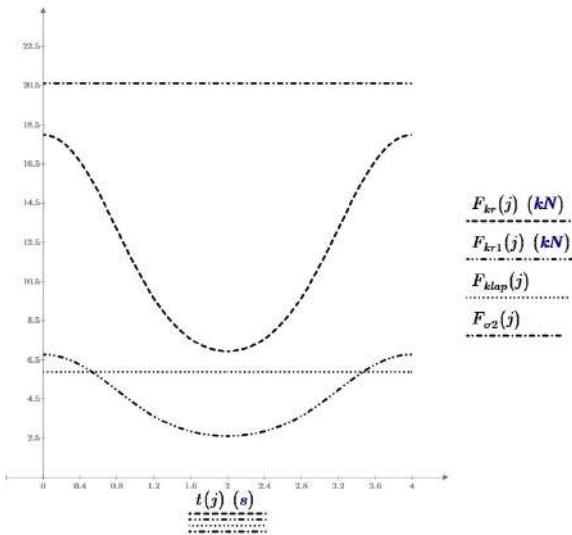


Рис. 5б. Графики зависимости сил, действующих на шток поршня, от времени при расчете штока поршня на потерю устойчивости. $F_{kr}(j)$ — критическая сила Эйлера (при условии, что поперечное сечение штока поршня — сплошной круг); $F_{kr1}(j)$ — критическая сила Эйлера (при условии, что поперечное сечение штока поршня — труба); $F_{klap}(j)$ — сила действующая на поршень, со стороны сжатого газа (при давлении открытия нагнетательного клапана); $F_{\sigma 2}(j)$ — предельная сила сжатия при расчете штока поршня на прочность (при условии, что поперечное сечение штока — труба)

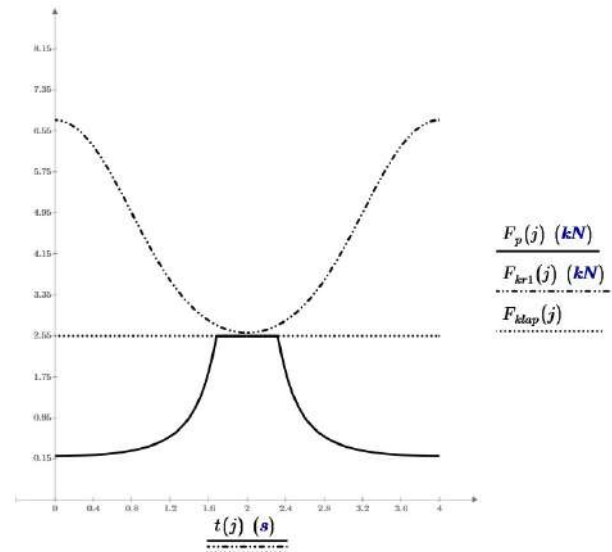


Рис. 7. Графики зависимости сил, действующих на шток поршня от времени при расчете штока поршня на потерю устойчивости при открытии нагнетательного клапана. Шток поршня — труба. Давление настройки открытия нагнетательного клапана — 1,6 МПа. $F_p(j)$ — сила действующая на поршень, со стороны сжатого газа; $F_{kr1}(j)$ — критическая сила Эйлера (при условии, что поперечное сечение штока поршня — труба); $F_{klap}(j)$ — сила действующая на поршень, со стороны сжатого газа (при давлении открытия нагнетательного клапана)

$$\frac{\partial^2(T(t))}{\partial t^2} + p^2 T(t) = \frac{P_{\min} \pi D_c^2}{4m_0} \left(\frac{L_c - H_p + a_{\max} - l}{L_c - H_p + \frac{a_{\min} - l}{2} [1 - \cos(\omega t)]} \right)^k \quad (30)$$

Решением данного дифференциального уравнения примем функцию $T(t) = B \cos(\omega t)$. Решением уравнения (30) является следующее выражение:

$$T(t) = \frac{P_{\min}}{(p^2 - \omega^2) \rho H_p} \times \left(\frac{L_c - H_p + a_{\max} - l}{L_c - H_p + \frac{a_{\min} - l}{2} [1 - \cos(\omega t)]} \right)^k \quad (31)$$

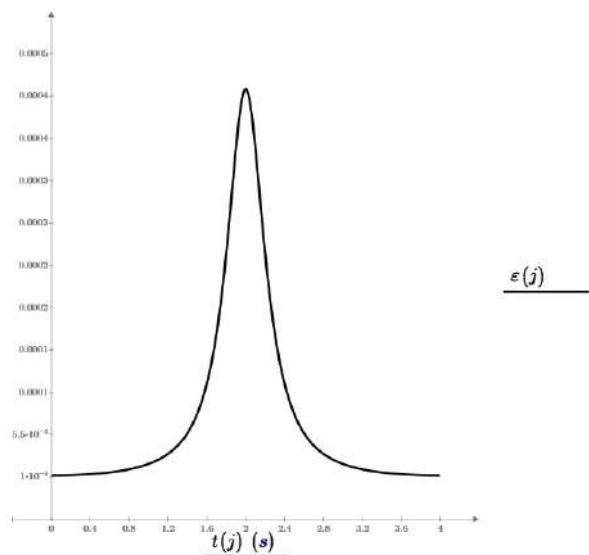


Рис. 8. График зависимости относительного укорочения штока поршня от времени в течение периода T .

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \cdot \Delta l \text{ — укорочение штока, мм; } l \text{ — первоначальная длина штока, мм}$$

Результаты теоретических и практических исследований. Проведем расчеты исследуемой конструкции штока длинноходового поршневого компрессора с помощью вышеприведенных уравнений. Численные значения использованных физических величин приведены в табл. 3. На рис. 5а и 5б приведены графики теоретической зависимости сил, действующих на шток поршня, от времени при расчете штока поршня на устойчивость. Моменты инерции и предельные силы сжатия штока поршня определялись по известным формулам сопротивления материалов. На рис. 5а приведен теоретический график зависимости силы $F_p(t)$ от времени, полученный на основе выражения (1) и (8). Он необходим для определения максимальной возможной силы, действующей со стороны сжатого газа на поршень, которая в конечном счете может вызвать потерю устойчивости штока поршня. Максимальную величину данной силы $F_p(t)$ необходимо использовать для расчетов на прочность и устойчивость. На практике максимум данной силы будет определяться величиной настройки нагнетательного клапана компрессорной ступени, рис. 6 и 7.

Для расчета собственных колебаний штока поршня применим выражение (26). Решая данное выражение численно, получим следующий результат: первая (самая низкая) угловая частота колебаний штока поршня; т.е. число колебаний, совершаемое в течение 2π секунд, составит $p = 4048$ рад/с. Секундная частота (число колебаний в секунду) составит $f_p = 644$ Гц. Период свободных колебаний будет равен $T = 0,0016$ с.

Для вынужденных колебаний штока поршня аналогичные величины примут следующие значения: период вынужденных колебаний — $T = 4$ с; секундная частота — $f_0 = 0,25$ Гц; угловая частота — $\omega = 1,571$ рад/с.

Таким образом, рабочие режимы поршневого длинноходового компрессора не могут вызвать резонанс штока поршня при его существующих размерах. На рис. 8 приведен график зависимости изменения относительной длины штока поршня от времени в течение периода T . Максимальное из-

менение длины штока поршня Δl , т.е. его укорочение будет происходить в середине периода, и его величина составит $0,378$ мм. Для целей проектирования длинноходового поршневого компрессора данное изменение длины штока целесообразно выразить в виде отношения изменения длины штока к его первоначальной длине — $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$, рис. 8.

На рис. 6 и 7 приведены графики зависимости сил, действующих на шток поршня, при расчете штока на потерю устойчивости для различных вариантов изготовления штока.

Выводы и заключение

1. Для исследуемой конструкции длинноходового поршневого компрессора необходимо в первую очередь проводить проверочные прочностные расчеты на потерю устойчивости для штока поршневого компрессора.

2. Частота свободных колебаний системы шток поршня — поршень значительно превышает частоту вынужденных колебаний при имеющихся параметрах работы исследуемого компрессора. Таким образом, можно сделать вывод: резонанс штока поршня для длинноходового поршневого компрессора не наблюдается.

3. При проведении проектировочного расчета штока поршня необходимо в качестве нагрузки, действующей на поршень компрессора со стороны сжатого газа, использовать максимальную величину силы $F_p(t)$, рассчитанную по формуле (8) — рис. 5а. Данное выражение показывает теоретически возможную величину данной силы, вычисленную на основе политропного процесса сжатия газа в рабочей зоне компрессора. Это позволит увеличить запас прочности для штока поршня, так как рабочие значения силы $F_p(t)$ на практике будут меньше, рис. 6 и 7.

Библиографический список

1. Фотин Б. С. Поршневые компрессоры / под ред. Б. С. Фотина, И. Б. Пирумова, И. К. Прилуцкого. Ленинград: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1987. 372 с.
2. Титов Д. С. Разработка и исследование длинноходовой поршневой компрессорной ступени с упругодеформируемым тонкостенным цилиндром: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2021. 20 с.
3. Юша В. Л., Бусаров С. С. Методика расчета действительной производительности одноступенчатых длинноходовых поршневых компрессоров // Омский научный вестник. Сер. Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение. 2020. Т. 4, № 4. С. 9–15. DOI: 10.25206/2588-0373-2020-4-4-9-15. EDN: OQNZMY.
4. Юша В. Л., Бусаров С. С., Недовенчаный А. В., Гошля Р. Ю. Экспериментальное исследование рабочих процессов тихоходных длинноходовых бесшмазочных поршневых компрессорных ступеней при высоких отношениях давлений нагнетания к давлению всасывания // Омский научный вестник. Сер. Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение. 2018. Т. 2, № 2. С. 13–18. DOI: 10.25206/2588-0373-2018-2-2-13-18. EDN: XQGZIT.
5. Недовенчаный А. В. Повышение энергетической и динамической эффективности поршневого малорасходного одноступенчатого компрессорного агрегата с линейным гидроприводом: дис. ... канд. техн. наук. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2020. 232 с.
6. Татевосян А. А. Методы проектирования и разработка тихоходных синхронных магнитоэлектрических машин в составе электротехнических комплексов: дис. ... докт. техн. наук. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2021. 365 с.

7. Shungen X., Hongli Z., Shulin L. [et al.]. Dynamic behavior analysis of reciprocating compressor with subsidence fault considering flexible piston rod // *Journal of Mechanical Science and Technology*. 2018. Vol. 32 (9). P. 4103–4124. DOI: 10.1007/s12206-018-0809-1.

8. Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем. Москва: Наука, 1967. 984 с.

9. Тимошенко С. П., Янг Д. Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле / пер. с англ. Л. Г. Корнейчука; под ред. Э. И. Григолюка. Москва: Машиностроение, 1985. 472 с.

10. Григолюк Э. И., Селезнева И. Т. Механика твердых деформируемых тел. В 7 т. Т. 5. Неклассические теории колебаний стержней, пластин и оболочек. Москва: Наука, 1973. 272 с.

11. Пановко Я. Г., Губанова И. И. Устойчивость и колебания упругих систем: Современные концепции, парадоксы и ошибки. 4-е изд., перераб. Москва: Наука, 1987. 352 с.

12. Чернявский Д. И., Чернявский Д. Д., Панютин А. А. Определение прочностных характеристик элементов длинноходового поршневого компрессора // *Омский научный вестник*. 2022. № 3 (183). С. 18–22. DOI: 10.25206/1813-8225-2022-183-18-22. EDN: MNXGHU.

13. Юша В. Л., Бусаров С. С. Определение показателей полнотропы схематизированных рабочих процессов воздушных поршневых тихоходных длинноходовых компрессорных ступеней // *Омский научный вестник*. Сер. Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение. 2020. Т. 4, № 1. С. 15–22. DOI: 10.25206/2588-0373-2020-4-1-15-22. EDN: OILEDY.

14. Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В. Справочник по сопротивлению материалов. 2-е изд., перераб. и доп. Киев: Наукова думка, 1988. 736 с. ISBN 5-12-000299-4.

15. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. Санкт-Петербург: Лань, 2010. 608 с. ISBN 978-5-8114-0906-8.

ЧЕРНЯВСКИЙ Дмитрий Иванович, доктор технических наук, доцент (Россия), профессор кафедры «Машиноведение» Омского государственного технического университета (ОмГТУ), г. Омск.

SPIN-код: 8610-2957

AuthorID (РИНЦ): 473365

ORCID: 0000-0002-7585-433X

AuthorID (SCOPUS): 6506002416

ResearcherID: N-2038-2015

Адрес для переписки: dichernyavskiy@omgtu.tech

ЧЕРНЯВСКИЙ Даниил Дмитриевич, студент гр. ФИТ-201 факультета информационных технологий и компьютерных систем ОмГТУ, г. Омск.

Для цитирования

Чернявский Д. И., Чернявский Д. Д. Динамический анализ напряженного состояния штока поршня одноступенчатого длинноходового поршневого компрессора // *Омский научный вестник*. 2024. № 3 (191). С. 22–30. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-22-30.

Статья поступила в редакцию 22.01.2024 г.

© Д. И. Чернявский, Д. Д. Чернявский

UDC 62-242.41

DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-22-30

EDN: YQHMHQ

D. I. CHERNYAVSKY

D. D. CHERNYAVSKY

Omsk State Technical University,
Omsk, Russia

THE DYNAMIC ANALYSIS OF STRESS STATE OF THE PISTON ROD OF SINGLE-STAGE LONG-STROKE PISTON COMPRESSOR

The analysis of loaded state of system piston rod – piston of single-stage long-stroke piston compressor is performed. These compressors are used to change the compressed gas pressure from normal atmospheric pressure (760 mmHg = =0,101 MPa) to discharge pressure (2–10 MPa). The criteria for calculating the piston rod from the point of view of its dynamics, taking into account the natural vibration frequency of the piston rod, are determined. Conclusions are drawn and practical recommendations are given that can be used in the design process of these compressor stages.

Keywords: single-stage long-stroke piston compressor, loss of stability of compressed rods, resonance, Euler critical compression force, polytropic process, frequency of free vibrations of the rod, frequency of forced vibrations of the rod.

References

1. Fotin B. S. Porshnevyye kompressory [Piston compressors] / ed. by B. S. Fotina, I. B. Pirumova, I. K. Prilutskogo. Leningrad, 1987. 372 p. (In Russ.).

2. Titov D. S. Razrabotka i issledovaniye dlinnokhodovoy porshnevoy kompressornoy stupeni s uprugoy deformiruyemym tonkostennym tsilindrom [Development and research of a long-stroke piston compressor stage with an elastically deformable thin-walled cylinder]. Omsk, 2021. 20 p. (In Russ.).

3. Yusha V. L., Busarov S. S. Metodika rascheta deystvitel'noy proizvoditel'nosti odnostupenchatykh dlinnokhodovykh porshnevnykh kompressorov [Method for calculating actual capacity of single-stage long-stroke reciprocating compressors] // Omskiy nauchnyy vestnik. Ser. Aviatcionno-raketnoye i energeticheskoye mashinostroyeniye. *Omsk Scientific Bulletin. Series Aviation-Rocket and Power Engineering*. 2020. Vol. 4, no. 4. P. 9–15. DOI: 10.25206/2588-0373-2020-4-4-9-15. EDN: OQNZMY. (In Russ.).
4. Yusha V. L., Busarov S. S., Nedovenchanyy A. V., Goshlya R. Yu. Eksperimental'noye issledovaniye rabochikh protsessov tikhokhodnykh dlinnokhodovykh bessmazochnykh porshnevnykh kompressornykh stupeney pri vysokikh otnosheniyakh davleniy nagnetaniya k davleniyu vsasyvaniya [Experimental study of working processes of low-speed long-stroke lubrication free piston compressor stages at high discharge pressure to suction pressures] // Omskiy nauchnyy vestnik. Ser. Aviatcionno-raketnoye i energeticheskoye mashinostroyeniye. *Omsk Scientific Bulletin. Series Aviation-Rocket and Power Engineering*. 2018. Vol. 2, no. 2. P. 13–18. DOI: 10.25206/2588-0373-2018-2-2-13-18. EDN: XQGZIT. (In Russ.).
5. Nedovenchanyy A. V. Povysheniye energeticheskoy i dinamicheskoy effektivnosti porshnevoogo maloraskhodnogo odnostupenchatogo kompressorного агрегата s lineynym gidroprivodom [Increasing the energy and dynamic efficiency of a piston low-flow single-stage compressor unit with a linear hydraulic drive]. Omsk, 2020. 232 p. (In Russ.).
6. Tatevosyan A. A. Metody proyektirovaniya i razrabotka tikhokhodnykh sinkhronnykh magnitoelektricheskikh mashin v sostave elektrotekhnicheskikh kompleksov [Design methods and development of low-speed synchronous magnetoelectric machines as part of electrical complexes]. Omsk, 2021. 365 p. (In Russ.).
7. Shungen X., Hongli Z., Shulin L. [et al.]. Dynamic behavior analysis of reciprocating compressor with subsidence fault considering flexible piston rod // Journal of Mechanical Science and Technology. 2018. Vol. 32 (9). P. 4103–4124. DOI: 10.1007/s12206-018-0809-1. (In Engl.).
8. Volmir A. S. Ustoychivost' deformiruyemykh sistem [Stability of deformable systems]. Moscow, 1967. 984 p. (In Russ.).
9. Timoshenko S. P., Yang D. Kh., Uiver U. Kolebaniya v inzhernom dele [Fluctuations in engineering] / trans. from Engl. L. G. Korneychuka; ed. by E. I. Grigolyuka. Moscow, 1985. 472 p. (In Russ.).
10. Grigolyuk E. I., Selezneva I. T. Mekhanika tverdykh deformiruyemykh tel. V 7 t. T. 5. Neklassicheskiye teorii kolebaniy sterzhney, plastin i obolochek [Mechanics of solid deformable bodies. In 7 vols. Vol. 5. Non-classical theories of vibrations of rods, plates and shells]. Moscow, 1973. 272 p. (In Russ.).
11. Panovko Ya. G., Gubanova I. I. Ustoychivost' i kolebaniya uprugikh sistem: Sovremennyye kontseptsii, paradoksy i oshibki [Stability and vibrations of elastic systems: Modern concepts, paradoxes and errors]. 4th ed. Moscow, 1987. 352 p. (In Russ.).
12. Chernyavskiy D. I., Chernyavskiy D. D., Panyutich A. A. Opredeleeniye prochnostnykh kharakteristik elementov dlinnokhodovogo porshnevoogo kompressora [Determination of strength characteristics of elements of long-stroke piston compressor] // Omskiy nauchnyy vestnik. *Omsk Scientific Bulletin*. 2022. No. 3 (183). P. 18–22. DOI: 10.25206/1813-8225-2022-183-18-22. EDN: MHXGHU. (In Russ.).
13. Yusha V. L., Busarov S. S. Opredeleeniye pokazateley politropy skhematizirovannykh rabochikh protsessov vozdushnykh porshnevnykh tikhokhodnykh dlinnokhodovykh kompressornykh stupeney [Determination of polytropic indicators of schematized working processes of air piston slow-moving long-stroke compressor stages] // Omskiy nauchnyy vestnik. Ser. Aviatcionno-raketnoye i energeticheskoye mashinostroyeniye. *Omsk Scientific Bulletin. Series Aviation-Rocket and Power Engineering*. 2020. Vol. 4, no. 1. P. 15–22. DOI: 10.25206/2588-0373-2020-4-1-15-22. EDN: OILEDY. (In Russ.).
14. Pisarenko G. S., Yakovlev A. P., Matveyev V. V. Spravochnik po soprotivleniyu materialov [Handbook of strength of materials]. 2nd ed. Kyiv, 1988. 736 p. ISBN 5-12-000299-4. (In Russ.).
15. Bronshteyn I. N., Semendyayev K. A. Spravochnik po matematike dlya inzhenerov i uchashchikhsya vtuzov [Handbook of mathematics for engineers and college students]. Saint Petersburg, 2010. 608 p. ISBN 978-5-8114-0906-8. (In Russ.).

CHERNYAVSKY Dmitry Ivanovich, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of Machine Engineering Technology Department, Omsk State Technical University (OmSTU), Omsk.
 SPIN-code: 8610-2957
 AuthorID (RSCI): 473365
 ORCID: 0000-0002-7585-433X
 AuthorID (SCOPUS): 6506002416
 ResearcherID: N-2038-2015
 Correspondence address: dichernyavskiy@omgtu.tech
CHERNYAVSKY Daniil Dmitrievich, Student, gr. ФИТ-201 of Information Technologies and Computer Systems Faculty, OmSTU, Omsk.

For citations

Chernyavsky D. I., Chernyavsky D. D. The dynamic analysis of stress state of the piston rod of single-stage long-stroke piston compressor // Omsk scientific bulletin. 2024. No. 3 (191). P. 22–30. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-22-30.

Received January 22, 2024.

© D. I. Chernyavsky, D. D. Chernyavsky

ОЦЕНКА НАПРЯЖЕННО- ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПРОФИЛЬНЫХ СОЕДИНЕНИЙ УЗЛОВ МАШИН

В статье представлены результаты исследований профильных соединений механизмов и машин на жесткость и прочность. Устройство выполнено на основе применения неподвижных и подвижных профильных соединений, предназначенных для передачи крутящего момента. Рассмотрены профильные соединения с гарантированным зазором, изготовленные на основе равноосного контура типа РК-3, РК-5 и криволинейного контура типа ККс-4, которые получили наиболее широкое внедрение в узлах металлорежущих станков и других машин, производимых в России, а также в Венгрии, Германии и КНДР.

Применяя известную методику, предназначенную для оценки напряженно-деформированного состояния деталей профильных соединений, выполнены расчеты по критериям работоспособности на прочность и жесткость ступиц (втулок) с разной толщиной стенок. Анализ результатов расчета прочности и жесткости проведен на примере РК-3 профиля. При растяжении ступицы от действия распорных сил учтена геометрическая форма, номинальный размер охватываемой детали, толщина стенок охватываемой детали, а также величина передаваемой соединением внешней нагрузки в статике. Определены допускаемые значения толщины стенок ступицы (втулок) соединения для обеспечения жесткости ступицы при растяжении от действия внешних нагрузок. В результате исследований установлено влияние толщины стенок ступицы для исследуемых форм деталей соединения от значений передаваемого крутящего момента. Например, изменение толщины стенки ступицы от 15 до 3 мм для нормального ряда посадочных диаметров вала вызывает растяжение втулки в радиальном направлении до 50 мкм в диапазоне передаваемых крутящих моментов от 5 до 600 Н·м.

Ключевые слова: РК-3, РК-5, ККс-4 профильные соединения, вал, ступица, напряжение, растяжение, металлорежущие станки.

Введение. Профильные соединения деталей машин, предназначенные для передачи крутящего момента, получают все большее применение в различных узлах машин и механизмов станкостроительного и кузнечно-прессового оборудования, в автомобильной промышленности и вагоностроении [1]. Внедрение профильных соединений деталей машин связано с развитием современных технологий изготовления фасонных деталей, а также с выпуском партий инновационных конструкций металлорежущих станков, производимых в России и ряде зарубежных стран, в Венгрии, Германии, Швейцарии и КНДР [1].

Современные технологии высокоскоростного фрезерования на станках с ЧПУ, представленные в работе [2], позволяют изготовить детали профиль-

ных соединений с цилиндрической и конической формой продольного сечения с равноосным и криволинейным контуром, соответствующие 6–8 квалитету точности.

Постановка задачи. Целью работы является обеспечение работоспособности тонкостенных деталей моментопередающих профильных соединений РК-3 и ККс-4 машин и механизмов на примере соединения с равноосным контуром с числом граней, равным трем.

Обзор и анализ научных работ показал, что из широкого спектра профильных соединений наибольшее применение в машинах и механизмах получили профильные соединения с равноосным контуром РК-3, РКс-3 с числом граней, равным трем, а также профильные соединения с криволинейным

контуром КК-4, ККс-4 с числом граней, равным четырем [1–5]. Разъемные профильные соединения типа РК-3, РКс-3 предназначены для передачи крутящего момента в неревверсируемых механизмах (передачах) машин. Разъемные профильные соединения типа КК-4, ККс-4 предназначены для передачи крутящего момента и осевого перемещения блока зубчатых колес под нагрузкой. Примерами производственного опыта являются наиболее применяемые разъемные профильные соединения типа ККс-4 в узле фрезерной головки, коробке переключения передач фрезерного станка, а также в узле передней бабки агрегатного станка. В то же время экспериментальные исследования, проведенные на фрезерных станках моделей 6Р81Г и 6Д82Ш, а также на горизонтально-фрезерном полуавтомате с ЧПУ модели ДФ-1000 (Дмитровский завод фрезерных станков, г. Дмитров) показали, что применение профилей типа РК-3 в коробках скоростей в качестве подвижных соединений валов и блоков зубчатых колес нежелательно. Установлено также, что при передаче реверсируемой нагрузки (крутящего момента) при выборе бокового зазора посадки при повороте профильного вала в профильном отверстии ступицы типа РК-3 возникает удар. Это вызывает изменение геометрической формы профильного отверстия в ступице и, таким образом, понижается точность центрирования деталей соединения при сборке.

Лучшие результаты при осевом перемещении блока зубчатых колес по валу получены при применении профиля типа РКс-3. Данный модифицированный профиль отличается от РК-3 тем, что его вершины специально срезаны по дуге окружности при токарной обработке. Образование площадок позволяет обеспечить более легкое перемещение блока зубчатых колес вдоль оси вала под нагрузкой. Выбор геометрических параметров при проектировании моментопередающего профильного соединения РКс-3 должен соответствовать нормальному ряду размеров профильных валов и отверстий с равноосным контуром согласно стандарту DIN 32711-79 и DIN 32712-79.

При проведении экспериментальных испытаний РКс-3 профильных соединений на кручение профессор Musyl R. установил зависимость изменения напряжений по контуру профильного отверстия и по посадочной длине ступицы. Определены участки контурной кривой, где возникают напряжения от 250 до 900 МПа. Значения напряжений, превышающие допускаемые, возникают в местах перехода равноосной кривой с разной величиной эксцентриситета. Изменение формы поперечного сечения (перегибы кривой) при чистовом точении профильного вала или растачивании профильного отверстия способствует возникновению мест концентраторов напряжений. Таким образом, передача профильным соединением типа РКс-3 значений крутящего момента в диапазоне от 500 до 700 Н·м может приводить к потере работоспособности соединения по критерию прочность. Для обеспечения прочности профильной посадочной поверхности отверстия на смятие необходимо изготавливать ступицы из легированных сталей марок 45Х или 40ХФА с закалкой и охлаждением в масле.

При расчете и конструировании особое значение имеет выбор типа посадки в профильном соединении. Типовая посадка назначается в системе отверстия и должна обеспечить отсутствие зазоров в соединении при передаче внешней нагрузки [1].

Наличие зазоров в стыках приводит к расширению или сужению ступиц в направлении действия радиальных сил. Этот процесс может длиться до тех пор, пока не будут выбраны зазоры в стыках соединения. Предпочтительные типы посадок приведены в стандартах DIN 32711-79 и DIN 32712-79 и работе [1].

Обладая эксплуатационными преимуществами в сравнении со шпоночными и шлицевыми соединениями, в частности повышенной нагрузочной способностью, которая объясняется отсутствием концентраторов напряжений деталей соединения, неподвижные разъемные профильные соединения с равноосным контуром типа РК-3 имеют ряд недостатков, которые ограничивают область их применения. Основным ограничением при использовании соединения типа РК-3 с некруглой формой поперечного сечения в качестве подвижных является заедание сопряженных деталей. Заедание возникает при перемещении блока зубчатых колес вдоль оси вала под нагрузкой. Это происходит, например, когда крутящий момент передается при одновременном осевом перемещении блока зубчатых колес. Тогда целесообразно применять соединение со срезанным равноосным контуром типа РКс-3 или профильное соединение со срезанным криволинейным контуром типа ККс-4, ККс-6. Широкое применение модифицированные профили ККс-4 и ККс-6 получили в подвижных соединениях, предназначенных для продольного перемещения рабочего стола горизонтально-фрезерного станка.

Успешное применение модифицированных профилей типа ККс-4 в качестве подвижных соединений при передаче крутящих моментов объясняется, прежде всего, большим значением приводного угла. Величину приводного угла в профильном соединении любого типа определяют между касательной, проведенной к замкнутой кривой профиля в точке первоначального контакта вала и отверстия во втулке и направлением нормали проведенной к радиус-вектору в точку контакта для выбранной грани соединения. Установлено, что значение приводного угла для криволинейного профиля типа ККс-4 находится в интервале от $21,7^\circ$ до $33,7^\circ$, в то время как для профиля с равноосным контуром типа РК-3 значение приводного угла лежит в интервале от $10,6^\circ$ до $15,4^\circ$ для всего диапазона рекомендуемых значений среднего посадочного диаметра соединения согласно DIN 32711-79 и DIN 32712-79. Это позволяет соединению типа ККс-4 передавать большие крутящие моменты.

Необходимо отметить, что применение механических коробок переключения передач в настоящее время не потеряло своей актуальности при производстве металлорежущих станков отечественного производства, в частности при производстве токарно-винторезных станков 1М63Н-5 на Рязанском заводе станкостроения, наряду с широким применением электромагнитных муфт.

Профильные соединения с количеством граней, равным трем, типа РК-3 не рекомендуют применять также, если зубчатое колесо или блок зубчатых колес имеет тонкостенную ступицу [1, 6]. В этом случае в зоне контакта возникают большие распорные силы, которые деформируют тело ступицы зубчатого колеса или зубчатого колеса (шестерни) без ступицы. Распорные силы, действующие по граням в радиальном направлении, вызывают деформацию ступицы при растяжении, что приводит к возникновению недопустимых радиальных биений зубчатого

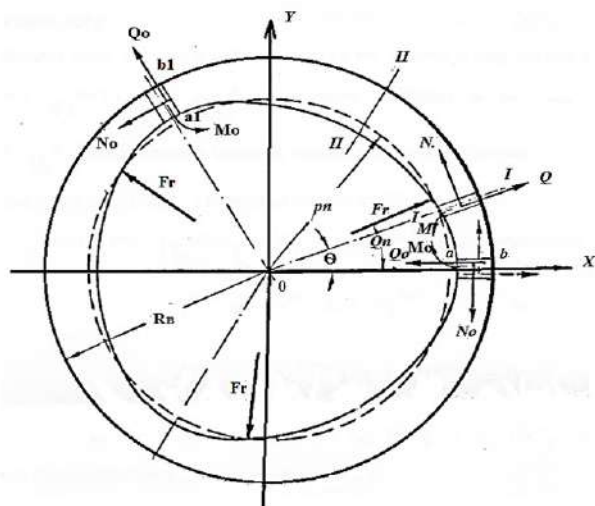


Рис. 1. Расчетная схема втулки с профильным отверстием [15, 16]

колеса. Теоретически и экспериментально доказано, что ступица под действием внешних сил может расширяться как положительно, так и отрицательно до момента пока не будет выбран зазор посадки в соединении. Плотность посадки в профильном соединении определяет качество соединения и влияет на работоспособность [6, 7].

Расчетом установлено, что при действии распорных сил по граням профильного соединения типа РК-3 возникают напряжения порядка 600 МПа. Значения возникающих напряжений превышают допускаемые напряжения смятия легированных конструкционных сталей типа 40X, 40XH, 45X для некоторых рекомендуемых способов термической обработки сталей (нормализация, улучшение). Это имеет место при передаче соединением крутящего момента более 500 Н·м в условиях пульсационной нагрузки и тонкостенной ступице зубчатого колеса от 8 до 3 мм. В этом случае целесообразно применять профильные соединения с количеством граней больше трех, например, соединения с равноосным контуром РК-5, РК-7 или срезанные соединения типа РКс-5, РКс-7 (пять и семь граней), а также профильные соединения с криволинейным контуром типа Кс-6 (шесть граней) [1].

Результаты экспериментов. Всесторонние аналитические и экспериментальные исследования профильных соединений устройств машин и механизмов, проведенные авторами работ [6–12], определили ряд нерешенных научно-практических задач. Наиболее актуальной научно-практической задачей является обеспечение работоспособности профильных соединений в узлах машин с применением тонкостенных блоков зубчатых колес при обеспечении требуемой жесткости и прочности на основе использования многогранных профильных соединений.

Предварительные расчеты соединений типа РК-3 и ККс-4 с использованием формул работ [13–15] позволяют оценить приближенные значения напряжений и деформаций ступиц (втулок) с разной толщиной стенки и шириной посадочной поверхности при передаче соединением крутящего момента. Следует отметить, что при выборе расчетной схемы профильного соединения (рис. 1), Musyl R. принял ряд допущений: 1. Детали соединения имеют идеальную форму. 2. Координаты точек перво-

начального контакта деталей определены без учета фактического зазора в соединении. 3. По наружной цилиндрической поверхности втулки действует крутящий момент. 4. Не учитывается действие внешней радиальной силы. 5. Не учитывается условие смазывания деталей соединения. 6. Ступица переменного сечения заменена круговым кольцом постоянного сечения.

Рассмотрим расчетную схему втулки (рис. 1).

«Решение задачи сведено к определению напряжений во втулке (ступице) от действия трех симметрично расположенных распорных сил F_r , направленных вдоль радиус-вектора ρ_n и трех окружных сосредоточенных сил F_r , направленных перпендикулярно к радиус-вектору в сторону вращения».

«При расчете втулки на изгиб можно пренебречь силами F_r , т.к. момент, который они создают, полностью уравнивается крутящим моментом M_k , передаваемым соединением. Таким образом, если провести во втулке сечение ab (рис. 1), то напряжения, действующие по данному сечению, могут быть определены через продольную силу N_o , перерезывающую силу Q_o и изгибающий момент M_o » [15].

Приближенное решение задачи представлено в работах [6, 7, 15, 16].

«Для определения N_o , Q_o , M_o была использована теорема о наименьшей работе. Были составлены выражения потенциальной энергии U деформации втулки в виде функций N_o , Q_o , M_o и F_r ».

Выражение потенциальной энергии деформации для кривого бруса имеет вид [16]:

$$U = \int_s \left(\frac{M^2}{2R_c \cdot A \cdot \gamma \cdot E} + \frac{N^2}{2E \cdot A} + \frac{M \cdot N}{E \cdot A \cdot R_c} + \frac{k \cdot Q^2}{2A \cdot G} \right) dS, \quad (1)$$

где M — изгибающий момент;

N и Q — продольная и перерезывающая силы, приложенные в центре тяжести поперечного сечения;

R_c — радиус центральной оси кривого бруса;

A — площадь поперечного сечения;

γ — расстояние центра тяжести поперечного сечения от центральной оси;

E — модуль продольной упругости;

G — модуль сдвига;

S — длина кривого бруса;

k — коэффициент геометрической формы сечения.

Исходя из условий непрерывности в сечении ab , вытекают три уравнения вида [7, 15, 16]:

$$\frac{\partial U}{\partial N_o} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial Q_o} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial M_o} = 0. \quad (2)$$

Из уравнений (2) определяют параметры N_o , Q_o и M_o .

В дальнейшем Борович Л. С., используя результаты дифференцирования, пренебрегая поперечной (перерезывающей) силой Q_o , получил формулы, позволяющие рассчитать напряжения и деформации во втулке РК-3 профильного соединения при нагружении крутящим моментом $M_{кр}$ (рис. 2) [16].

Максимальный изгибающий момент возникает в сечениях втулки при $\theta = \theta_n$; $\theta_n + \frac{2\pi}{3}$; $\theta_n + \frac{4\pi}{3}$. Наибольшие напряжения действуют в тех же се-

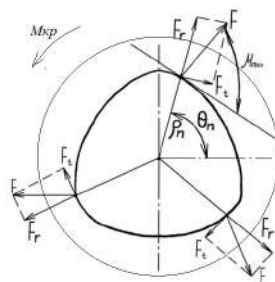


Рис. 2. РК-3 профильное соединение и схема нагружения втулки

чениях. В верхних волокнах втулки действуют наибольшие растягивающие напряжения σ_1 , а в нижних наибольшие сжимающие напряжения σ_2 . Величина напряжений определяется по формулам вида [16]:

$$\sigma_1 = \frac{N}{F} + \frac{M_{\max}}{F \cdot \gamma} \cdot \frac{h_1}{R_B}, \quad (3)$$

$$\sigma_2 = \frac{N}{F} - \frac{M_{\max}}{F \cdot \gamma} \cdot \frac{h_2}{R_B}, \quad (4)$$

где γ — расстояние центра тяжести сечений от нейтральной оси, принятое ранее приближённо равным $\frac{H^2}{12 \cdot R_c}$;

h_1 — расстояние от нейтральной оси до верхних волокон;

h_2 — расстояние от нейтральной оси до нижних волокон;

M_{\max} — максимальный изгибающий момент;

F — площадь поперечного сечения.

На рис. 3 изображена симметричная часть втулки [16].

Несмотря на принятые допущения, разработанная методика расчета напряжений и перемещений позволила оценить влияние конструктивных параметров соединения на напряженно-деформированное состояние ступицы для так называемых «бесшпоночных соединений многодугового профиля».

В действительности профильные соединения вала и ступицы (втулки) выполняют по предпочтительным посадкам переходным, с гарантированным зазором или натягом согласно рекомендациям работ [1, 7, 8, 13–16].

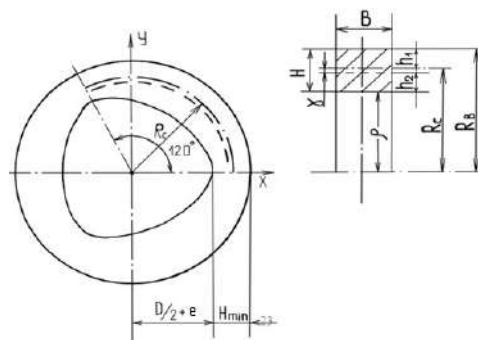


Рис. 3. Симметричная часть втулки по Боровичу Л. С.

На первом этапе проектирования соединения рассмотрим методику расчета напряженно-деформированного состояния (НДС) с использованием приближенных формул Musyl R. Приведем расчет радиальных напряжений и растяжений (расширений) на примере соединения типа РК-3 с зазором. С этой целью воспользуемся значениями поправочного коэффициента радиальных напряжений, которые рассчитаны по известным диаграммам, представленным в работах [13–15]. Числовые значения поправочного коэффициента радиальных напряжений для нормального ряда посадочных диаметров вала (D_m), согласно [13, 14], представлены в табл. 1.

Применяя формулу работы [15], определяют радиальные напряжения:

$$\sigma_{\text{eff}} = \frac{M_{\text{кр}} \sigma_1}{b}, \quad (5)$$

Таблица 1

Значения поправочного коэффициента радиальных напряжений (σ_1) для соответствующей толщины ступицы (S , мм) из диаграммы [13–15]

	$S_1 = 3$	$S_2 = 5$	$S_3 = 8$	$S_4 = 10$	$S_5 = 12,5$	$S_6 = 15$
$\sigma_1 (20)$	13	5,8	3	2,3	1,75	1,4
$\sigma_1 (25)$	12,5	5,3	2,75	1,9	1,48	1,25
$\sigma_1 (32)$	12	4,7	2,4	1,7	1,25	0,92
$\sigma_1 (36)$	10,8	4,4	2,2	1,44	1,2	0,84
$\sigma_1 (40)$	10	4,1	2	1,4	1	0,75
$\sigma_1 (45)$	9,5	3,8	1,8	1,25	0,9	0,67
$\sigma_1 (50)$	9,1	3,75	1,7	1,2	0,83	0,62
$\sigma_1 (65)$	8,1	3,3	1,4	0,9	0,71	0,5
$\sigma_1 (80)$	7,5	3	1,25	0,81	0,65	0,46
$\sigma_1 (90)$	7,3	2,9	1,2	0,79	0,63	0,44

Значения поправочного коэффициента радиальных растяжений (γ_1) для соответствующей толщины ступицы (S , мм) из диаграммы [13–15]

	$S_1 = 3$	$S_2 = 5$	$S_3 = 8$	$S_4 = 10$	$S_5 = 12,5$	$S_6 = 15$
$\gamma_1(20)$	$6 \cdot 10^{-3}$	$1,8 \cdot 10^{-3}$	$4,0 \cdot 10^{-4}$	—	—	—
$\gamma_1(25)$	$8 \cdot 10^{-3}$	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$6,5 \cdot 10^{-4}$	$4,5 \cdot 10^{-4}$	$3,5 \cdot 10^{-4}$	—
$\gamma_1(32)$	$1,3 \cdot 10^{-2}$	$4,0 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$7,0 \cdot 10^{-4}$	$5,0 \cdot 10^{-4}$	$2,7 \cdot 10^{-4}$
$\gamma_1(36)$	$1,6 \cdot 10^{-2}$	$4,7 \cdot 10^{-3}$	$1,6 \cdot 10^{-3}$	$9,0 \cdot 10^{-4}$	$6,5 \cdot 10^{-4}$	$3,5 \cdot 10^{-4}$
$\gamma_1(40)$	$1,8 \cdot 10^{-2}$	$5,5 \cdot 10^{-3}$	$1,8 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$7,7 \cdot 10^{-4}$	$4,1 \cdot 10^{-4}$
$\gamma_1(45)$	$2,3 \cdot 10^{-2}$	$6,8 \cdot 10^{-3}$	$2,4 \cdot 10^{-3}$	$1,6 \cdot 10^{-3}$	$1,0 \cdot 10^{-3}$	$5,5 \cdot 10^{-4}$
$\gamma_1(50)$	$2,7 \cdot 10^{-2}$	$8,1 \cdot 10^{-3}$	$2,9 \cdot 10^{-3}$	$1,8 \cdot 10^{-3}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$	$7,0 \cdot 10^{-4}$
$\gamma_1(65)$	$4,5 \cdot 10^{-2}$	$1,4 \cdot 10^{-2}$	$5,1 \cdot 10^{-3}$	$3,2 \cdot 10^{-3}$	$2,3 \cdot 10^{-3}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$
$\gamma_1(80)$	—	$2,1 \cdot 10^{-2}$	$7,9 \cdot 10^{-3}$	$5,1 \cdot 10^{-3}$	$3,7 \cdot 10^{-3}$	$2,3 \cdot 10^{-3}$
$\gamma_1(90)$	—	$2,8 \cdot 10^{-2}$	$1,1 \cdot 10^{-2}$	$6,5 \cdot 10^{-3}$	$4,8 \cdot 10^{-3}$	$3,0 \cdot 10^{-3}$

где $M_{кр}$ — величина крутящего момента, кГ·см;
 σ_1 — поправочный коэффициент радиальных напряжения, кГ/см²/кГ;
 b — ширина ступицы, см.

Для расчета растяжений втулки в радиальном направлении в соединении типа РК-3 определим значения поправочного коэффициента радиальных растяжений втулки по диаграммам, которые приведены в работах [13–15].

Числовые значения поправочного коэффициента радиальных растяжений втулки (ступицы) представлены в табл. 2.

Применяя формулу работы [15], определяют радиальные растяжения ступицы:

$$\gamma_{eff} = \frac{M_{кр} \cdot \gamma_1}{b}, \quad (6)$$

где γ_1 — поправочный коэффициент радиальных растяжений ступицы, мкм/кГ.

Дальнейшие расчеты приведены в СИ при ширине посадочной поверхности ступицы, равной 10 мм.

Проведенные расчеты позволяют установить зависимости значений растяжений ступицы в радиальном направлении от действия распорных сил при передаче внешней нагрузки. На рис. 4–8 представлены зависимости расчетных значений растяжений (расширений) ступиц с РК-3 профильным отверстием для разных толщин стенок при передаче крутящего момента. Установленные зависимости растяжения (расширения) ступицы в радиальном направлении по граням от внешней нагрузки имеют нелинейный характер (рис. 4–8). Применение полученных зависимостей при проектировании профильных соединений с равноосным контуром позволяет спрогнозировать степень точности цилиндрических зубчатых колес механических передач с использованием рекомендаций табл. 3.

При выполнении проектировочного расчета профильного соединения используют условие по критерию жесткость вида [4]:

$$\delta_{max} \leq [\delta], \quad (7)$$

где δ_{max} — максимальное расчетное значение радиального растяжения ступицы, мкм;

$[\delta]$ — допускаемое значение радиального биения зубчатого венца, мкм.

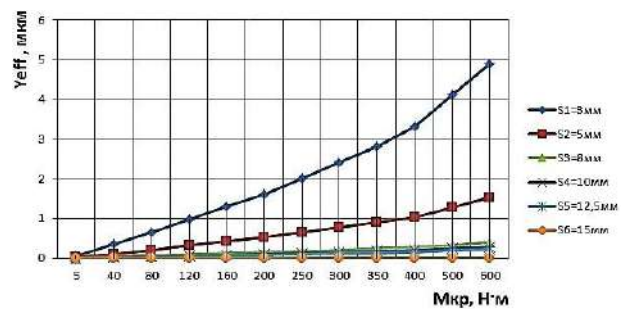


Рис. 4. Зависимость расширения ступицы от крутящего момента для $D_m = 25$ мм

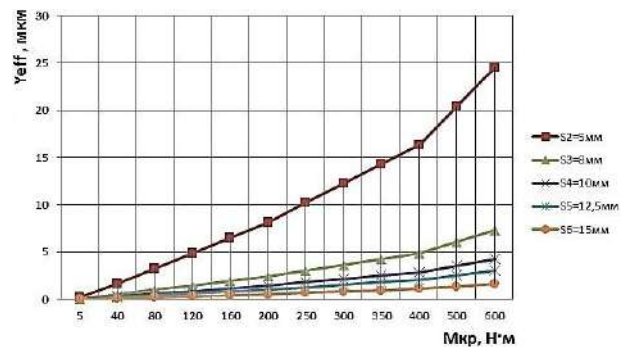


Рис. 5. Зависимость расширения ступицы от крутящего момента для $D_m = 32$ мм

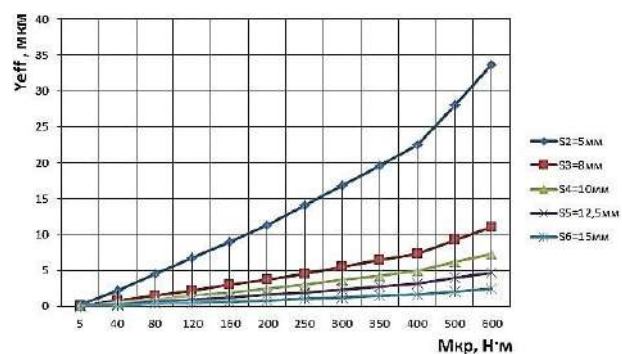


Рис. 6. Зависимость расширения ступицы от крутящего момента для $D_m = 40$ мм

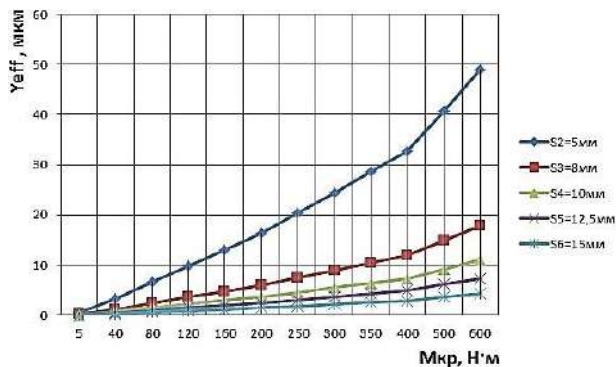


Рис. 7. Зависимость расширения ступицы от крутящего момента для $D_m = 50$ мм

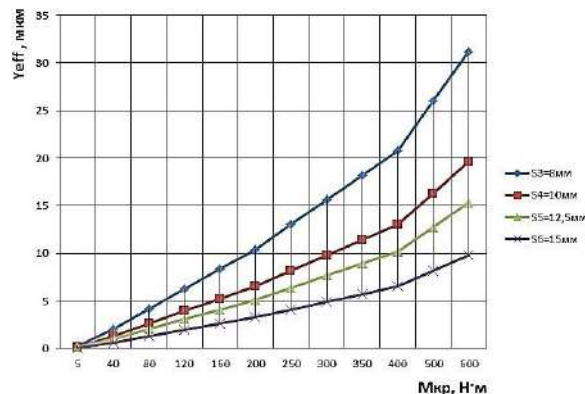


Рис. 8. Зависимость расширения ступицы от крутящего момента для $D_m = 65$ мм

Таблица 3

Допускаемые значения радиальных биений зубчатого венца цилиндрических колес по ГОСТ 1643-81

Делительный диаметр зубчатого колеса, мм	Допускаемые значения радиального биения зубчатого венца, мкм							
	Модуль от 1 до 3,5 мм				Модуль св. 3,5 до 6,3 мм			
	Степень точности				Степень точности			
	6	7	8	9	6	7	8	9
До 125	25	36	45	71	28	40	50	80

При сравнении рекомендуемых ГОСТ 1643-81 значений допускаемых радиальных биений венца зубчатого колеса для соответствующей степени точности и полученных значений растяжений (расширений) ступицы расчетным путем можно сделать следующие выводы.

Выводы

1. Условие жесткости для соединения типа РК-3 выполняется на всем диапазоне внешних нагрузок от 5 до 600 Н·м для толщины стенок ступиц от 3 до 15 мм при посадочном диаметре вала, равном 25 мм.

2. Условие жесткости для соединения типа РК-3 выполняется на всем диапазоне внешних нагрузок от 5 до 600 Н·м для толщины стенок ступицы от 5 до 15 мм при посадочном диаметре вала, равном 32; 40 и 50 мм.

3. Условие жесткости для соединения типа РК-3 выполняется на всем диапазоне внешних нагрузок от 5 до 600 Н·м для толщины стенок ступицы от 8 до 15 мм при посадочном диаметре вала, равном 65 мм.

4. При передаче соединением крутящего момента более 500 Н·м в условиях пульсационной нагрузки и тонкостенной ступице зубчатого колеса от 8 до 3 мм целесообразно применять профильные соединения с количеством граней больше трех. Например соединения с равноосным контуром РК-5, РК-7 или модифицированные соединения типа РКс-5, РКс-7 (пять и семь граней).

Библиографический список

- Тимченко А. И. РК-профильные соединения и их применение в различных отраслях промышленности // СТИН. 1993. № 2. С. 13–18.
- Камсюк М. С., Зенин Н. В. Технологические методы формирования поверхностей бесшпоночных соединений //

Сборка в машиностроении и приборостроении. 2005. № 9. С. 35–40.

3. Моргунов А. П. Разработка и обеспечение прочности профильных неподвижных неразъемных соединений: автореф. ... дис. д-ра техн. наук. Омск: Изд-во ОмГТУ, 1998. 38с.

4. Индаков Н. С. К исследованию крутильной жесткости и износостойкости профильных соединений // Технологическое машиностроения: сб. Тула: Изд-во ТПИ, 1977. С. 132–133.

5. Корзюков Н. П., Дмитриев Н. И. Повышение кинематической точности зубчатых передач при применении профильного соединения зубчатого колеса с валом // Вестник машиностроения. 1990. № 11. С. 54–55.

6. Ильиных В. А., Линейцев В. Ю., Рожкова Е. А. Расчет напряженно-деформированного состояния ступицы с РК-профильным отверстием // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2010. № 3 (27). С. 69–73.

7. Рожкова Е. А., Ильиных В. А., Линейцев В. Ю. Расчет на прочность РК-3-профильных соединений с натягом // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2012. № 2 (34). С. 17–20.

8. Пат. 142049 Российская Федерация, МПК F16D 1/06 (2006.01). Профильное соединение вал-ступица с равноосным контуром с натягом / Рожкова Е. А., Ильиных В. А., Линейцев В. Ю. № 2013149425; заявл. 06.11.2013; опубл. 20.06. 2014. Бюл. № 7.

9. Пат. 155119 Российская Федерация, МПК F16D 1/06 (2006.01). Модифицированное профильное моментопередающее соединение вал-ступица с равноосным контуром с натягом / Ильиных В. А., Рожкова Е. А., Линейцев В. Ю. № 2015107771; заявл. 05.03.2015; опубл. 20.09. 2015. Бюл. № 26.

10. Линейцев В. Ю., Ильиных В. А., Ярилов В. Е. Исследование конических РК-3 профильных соединений на точность и жесткость // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2017. № 1(53). С. 36–39. EDN: YKRLMF.

11. Ильиных В. А. Влияние конических профильных соединений на точность и жесткость технологических комплектов многоцелевых станков // Научно-технические ведомости СПбПУ. Естественные и инженерные науки. 2018. Т. 24, № 4. С. 150–159. DOI: 10.18721/YEST.24415.

12. Ильиных В. А., Ярилов В. Е., Рожкова Е. А. Оценка точности и прочности модульной системы вспомогательного инструмента на основе профильных соединений // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2019. Т. 23 (3). С. 451–462. DOI: 10.21285/1814-3520-2019-3-451-462.

13. DIN 32711-79. Antriebsselemente Polygonprofile P3C. Berlin: Beuth, 3 s.

14. DIN 32712-79. Antriebsselemente Polygonprofile P4C. Berlin: Beuth, 3 s.

15. Musyl R. Die kinematische Entwicklung der Polygonkurve aus dem K-Profil // Maschinenbau und Wärmewirtschaft. 1955. № 2. S. 33–36.

16. Борович Л. С. Бесшпоночное соединение деталей машин. Москва: Машгиз, 1957. 131 с.

ИЛЬИНЫХ Виктор Анатольевич, кандидат технических наук, доцент (Россия), доцент кафедры «Прикладная механика и математика» Забайкальского института железнодорожного транспорта (филиал) Иркутского государственного университета путей сообщения (ЗабИЖТ ИрГУПС), г. Чита.

SPIN-код: 1446-6405

AuthorID (РИНЦ): 713503

AuthorID (SCOPUS): 57212555086

Адрес для переписки: ilinykh.viktor5@mail.ru

ЛИНЕЙЦЕВ Владимир Юрьевич, кандидат технических наук, доцент кафедры «Строительство железных дорог» ЗабИЖТ ИрГУПС, г. Чита.

SPIN-код: 6839-0048

AuthorID (РИНЦ): 703424

Адрес для переписки: linetzev@mail.ru

БЕЛКИНА Ольга Станиславовна, кандидат технических наук, доцент (Россия), доцент кафедры «Прикладная механика и математика» ЗабИЖТ Ир-

ГУПС, г. Чита.

SPIN-код: 6736-4078

AuthorID (РИНЦ): 1189836

Адрес для переписки: miss.belkio@mail.ru

НЕПОМНЯЩИХ Евгений Владимирович, старший преподаватель кафедры «Строительство железных дорог» ЗабИЖТ ИрГУПС, г. Чита.

SPIN-код: 1949-5990

AuthorID (РИНЦ): 702496

Адрес для переписки: nerom84@mail.ru

Для цитирования

Ильиных В. А., Линейцев В. Ю., Белкина О. С., Непомнящих Е. В. Оценка напряженно-деформированного состояния профильных соединений узлов машин // Омский научный вестник. 2024. № 3 (191). С. 31–38. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-31-38.

Статья поступила в редакцию 06.02.2024 г.

© В. А. Ильиных, В. Ю. Линейцев,

О. С. Белкина, Е. В. Непомнящих

UDC 621.815

DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-31-38

EDN: FRPPUS

**V. A. ILINYKH
V. YU. LINEYTSEV
O. S. BELKINA
E. V. NEPOMNYASHCHIKH**

Zabaikal Railway Transport Institute
(branch) Irkutsk State Transport University,
Chita, Russia

ASSESSMENT OF THE STRESS-STRAIN STATE OF PROFILE JOINTS OF MACHINE COMPONENTS

The article presents the results of studies of profile joints of mechanisms and machines for rigidity and strength. The device is based on the use of fixed and movable profile connections designed to transmit torque. Profile joints with a guaranteed gap are considered, made on the basis of an equiaxial contour of the P3, P5 type and a curved contour of the PC4 type, which have received the most widespread introduction in the nodes of metal-cutting machines and other machines manufactured in Russia, as well as Hungary, Germany and the DPRK.

Using a well-known technique designed to assess the stress-strain state (VAT) of the parts of profile joints, calculations are performed according to the criteria of operability for strength and stiffness of hubs (bushings) with different wall thicknesses. The analysis of the results of the calculation of strength and stiffness is carried out using the example of the P3 profile. When stretching the hub from the action of spacer forces, the geometric shape, the nominal size of the covered part, the wall thickness of the covering part, as well as the magnitude of the external load transmitted by the connection in static are taken into account. The permissible values of the thickness of the walls of the hub (bushings) of the joint are determined to ensure the rigidity of the hub under tension from the action of external loads. As a result of the research, the influence of the thickness of the hub walls for the studied shapes of the joint parts on the values of the transmitted torque is established. For example, a change in the thickness of the hub wall from 15 to 3 mm for a normal range of shaft mounting diameters causes the sleeve to stretch radially up to 50 microns in the range of transmitted torques from 5 to 600 Nm.

Keywords: P3, P5, PC4 profile joints, shaft, hub, tension, expansion, metal cutting machines.

References

1. Timchenko A. I. RK-profil'nyye soyedineniya i ikh primeneniye v razlichnykh otraslyakh promyshlennosti [RK-Profile connections and their application in various industries] // STIN. *STIN*. 1993. No. 2. P. 13–18. (In Russ.).
2. Kamsyuk M. S., Zenin N. V. Tekhnologicheskiye metody formoobrazovaniya poverkhnostey besshponochnykh soyedineniy [Technological methods of forming surfaces of keyless joints] // Sborka v mashinostroyeni i priborostroyeni. *Assembling in Mechanical Engineering, Instrument-Making*. 2005. No. 9. P. 35–40. (In Russ.).
3. Morgunov A. P. Razrabotka i obespecheniye prochnosti profil'nykh nepodvizhnykh neraz'yemnykh soyedineniy [Development and maintenance of strength of profile fixed joints]. Omsk, 1998. 38 p. (In Russ.).
4. Indakov N. S. K issledovaniyu krutil'noy zhestkosti i iznosostoykosti profil'nykh soyedineniy [To the study of torsional stiffness and wear resistance of profile joints] // Tekhnologiya mashinostroyeniya. *Engineering Technology*. Tula, 1977. P. 132–133. (In Russ.).
5. Korzyukov N. P., Dmitriyev N. I. Povysheniye kinematischeskoy tochnosti zubchatykh peredach pri primeneni profile'nogo soyedineniya zubchatogo koleasa s valom [Improving the kinematic accuracy of gears when using a profile connection of a gear wheel with a shaft] // Vestnik mashinostroyeniya. *Bulletin of Mechanical Engineering*. 1990. No. 11. P. 54–55. (In Russ.).
6. Ilinykh V. A., Lineytshev V. Yu., Rozhkova E. A. Raschet napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya stupitsy s RK-profil'nyim otverstiyem [Calculation of the tense deformed condition of the hub with RK-profile hole] // Sovremennyye tekhnologii. *Sistemnyy analiz. Modelirovaniye. Modern Technologies. System Analysis. Modeling*. 2010. No. 3 (27). P. 69–73. (In Russ.).
7. Rozhkova E. A., Ilinykh V. A., Lineytshev V. Yu. Raschet na prochnost' RK-3-profil'nykh soyedineniy s natyagom [The calculation on toughness of RK-profile connection] // Sovremennyye tekhnologii. *Sistemnyy analiz. Modelirovaniye. Modern Technologies. System Analysis. Modeling*. 2012. No. 2 (34). P. 17–20. (In Russ.).
8. Patent 142049 Russian Federation, IPC F16D 1/06 (2006.01). Profil'noye soyedineniye val-stupitsa s ravnoosnym konturom s natyagom [Profile connection shaft-hub with equilibrium contour with tension] / Rozhkova Ye. A., Ilinykh V. A., Lineytshev V. Yu. No. 2013149425. (In Russ.).
9. Patent 155119 Russian Federation, IPC F16D 1/06 (2006.01). Modifitsirovannoye profil'noye momentoperedayushcheye soyedineniye val-stupitsa s ravnoosnym konturom s natyagom [Modified profile moments transmitting connection shaft-hub with equilibrium contour with tension] / Ilinykh V. A., Rozhkova E. A., Lineytshev V. Yu. No. 2015107771. (In Russ.).
10. Lineytshev V. Yu., Ilinykh V. A., Yarilov V. E. Issledovaniye konicheskikh RK-3 profil'nykh soyedineniy na tochnost' i zhestkost' [Studying of conical P-3 profile connections for accuracy and rigidity] // Sovremennyye tekhnologii. *Sistemnyy analiz. Modelirovaniye. Modern Technologies. System Analysis. Modeling*. 2017. No. 1 (53). P. 36–39. EDN: YKRLMF. (In Russ.).
11. Ilinykh V. A. Vliyaniye konicheskikh profil'nykh soyedineniy na tochnost' i zhestkost' tekhnologicheskikh komplektov mnogotselevykh stankov [Influence of conical profile connections on accuracy and rigidity of technological sets of multi-purpose machines] // Nauchno-tekhnicheskiye vedomosti SPbPU. *Yestestvennyye i inzhenernyye nauki. Scientific and Technical Bulletin of St. Petersburg State University. Natural and Engineering Sciences*. 2018. Vol. 24, no. 4. P. 150–159. DOI: 10.18721/YEST.24415. (In Russ.).
12. Ilinykh V. A., Yarilov V. E., Rozhkova E. A. Otsenka tochnosti i prochnosti modul'noy sistemy vspomogatel'nogo instrumenta na osnove profil'nykh soyedineniy [Assessment of auxiliary tool modular system accuracy and durability on the basis of profile joints] // Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. *Proceedings of Irkutsk State Technical University*. 2019. Vol. 23 (3). P. 451–462. DOI: 10.21285/1814-3520-2019-3-451-462. (In Russ.).
13. DIN 32711-79. Antriebsselemente Polygonprofile P3C [DIN 32711-79. Drive elements polygonal profiles P3C]. Berlin: Beuth, 3 p. (In Germ.).
14. DIN 32712-79. Antriebsselemente Polygonprofile P4C [DIN 32711-79. Drive elements polygonal profiles P4C]. Berlin: Beuth, 3 p. (In Germ.).
15. Musyl R. Die kinematische Entwicklung der Polygonkurve aus dem K-Profil [The kinematic development of the polygon curve from the K-profile] // Maschinenbau und Wärmewirtschaft. *Mechanical Engineering and Heat Economy*. 1955. No. 2. P. 33–36. (In Germ.).
16. Borovich L. S. Besshponochnoye soyedineniye detaley mashin [Pinless connection of machine parts]. Moscow, 1957. 131 p. (In Russ.).

ILINYKH Viktor Anatolyevich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of Applied Mechanics and Mathematics Department, Zabaikal Railway Transport Institute (branch) Irkutsk State Transport University (ZABIZHT IrGUPS), Chita. SPIN-code: 1446-6405
 AuthorID (RSCI): 713503
 AuthorID (SCOPUS): 57212555086
 Correspondence address: ilinykh.viktor5@mail.ru

LINEYTSHEV Vladimir Yuryevich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Railroad Construction Department, ZABIZHT IrGUPS, Chita. SPIN-code: 6839-0048
 AuthorID (RSCI): 703424
 Correspondence address: linetzev@mail.ru

BELKINA Olga Stanislavovna, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of Applied Mechanics and Mathematics Department, ZABIZHT IrGUPS, Chita. SPIN-code: 6736-4078
 AuthorID (RSCI): 1189836
 Correspondence address: miss.belkio@mail.ru

NEPOMNYASHCHIKH Evgeny Vladimirovich, Senior Lecturer of Railroad Construction Department, ZABIZHT IrGUPS, Chita. SPIN-code: 1949-5990
 AuthorID (RSCI): 702496
 Correspondence address: nepom84@mail.ru

For citations

Ilinykh V. A., Lineytshev V. Yu., Belkina O. S., Nepomnyashchikh E. V. Assessment of the stress-strain state of profile joints of machine components // Omsk Scientific Bulletin. 2024. No. 3 (191). P. 31–38. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-31-38.

Received February 06, 2024.

© V. A. Ilinykh, V. Yu. Lineytshev,
 O. S. Belkina, E. V. Nepomnyashchikh

ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ КРУТЯЩЕГО МОМЕНТА ДВИГАТЕЛЯ ЯМЗ-5340

Цель исследования заключается в поиске методики и проведении на её основе гармонического анализа крутящего момента двигателя внутреннего сгорания для последующего определения резонансных колебаний коленчатого вала. Приведена методика расчета гармоник крутящего момента двигателя на примере дизельного двигателя ЯМЗ-5340 мощностью 100 кВт при частоте вращения коленчатого вала 2300 мин⁻¹. На основе результатов теплового и динамического расчета двигателя ЯМЗ-5340 построен график изменения его крутящего момента и произведен расчет гармоник первого и второго порядков. Определены частоты собственных и вынужденных колебаний коленчатого вала и его резонирующая критическая частота вращения. Определён номер гармоники крутящего момента, которая по частоте вынужденных колебаний совпадает с частотой собственных колебаний и вызывает резонанс. Результаты исследования могут быть применены при проектировании и доводке двигателей с целью расчёта и снижения крутильных колебаний.

Ключевые слова: двигатель внутреннего сгорания, крутящий момент, крутильные колебания, гармоника, частота и амплитуда, резонанс.

Введение. Крутильные колебания вала, «возникающие по причине его недостаточной жесткости под действием переменных по величине и направлению крутящих моментов двигателя, могут приводить к возникновению вибраций и стуков, которые впоследствии могут стать причиной разрушения коренной шейки коленчатого вала» [1, 2]. В связи с этим вопросы, связанные с изучением колебательных процессов, с целью устранения и предотвращения возможных проблем в работе двигателя не перестают быть актуальными и находят широкий отклик в технической научной литературе.

С. З. Юнусов (с соавт.) рассматривает «динамический анализ системы из трех масс с учетом технологического сопротивления», на основе результатов которого приводит «графические зависимости размаха колебаний угловой скорости рабочего вала, неравномерности вращения валов привода, крутящего момента на валу электродвигателя» [3, с. 227].

В работе А. И. Ямина рассмотрены вопросы, связанные с динамическим расчетом напряженно-деформированного состояния коленчатого вала. Предложенная автором методика расчёта «позволяет одновременно определить мгновенные значения напряжений, обусловленных набегающими крутящими моментами, и дополнительных напряжений, вызываемых крутильными, продольными и изгибными колебаниями» [4, с. 55].

А. А. Реутовым на основе результатов анализа влияния «упруго-демпфирующих характеристик двухмассового маховика двигателей внутреннего сгорания (ДВС) на крутильные колебания деталей трансмиссии автомобиля» разработана математическая и компьютерная модели «крутильных колебаний автомобильной трансмиссии с двухмассовым

маховиком и двойным сухим сцеплением», а также определены условия «предотвращения резонанса крутильных колебаний маховика на холостых оборотах» [5, с. 14].

Aleksandar Milasinović на основе предложенной им с соавт. модели сосредоточенной массы, построенной на основе зависимости колебаний угловой скорости коленчатого вала от давления в цилиндре, трения двигателя и динамики коленчатого вала, представлена взаимосвязь между изменением крутящего момента двигателя и колебаниями угловой скорости коленчатого вала при установившемся режиме работы [6].

Zhong Cai Zheng (с соавт.) проводит анализ гармонического отклика блока цилиндров двигателя на основе модального анализа, получая соответствующие собственные частоты слабых положений блока под действием внешней циклической силы [7].

Zhang Bo (с соавт.), используя многодисковый вал ротора, поддерживаемый двумя плёночными демпферами сжатия (SFD) с короткозамкнутыми роторами, в качестве объекта исследования для моделирования газогенератора в двигателе, производит расчёт характеристик роторной системы с помощью многомерного гармонического баланса в сочетании с методом переменного частотно-временного интервала (МНВ-АФТ), с учётом влияния гармонических вращений базы и дисбаланса массы на устойчивость системы [8].

Raja Sangilivadamalu (с соавт.) представляют новый метод оценки непериодического (среднего) значения и гармоник неизвестных входных сигналов помех с параметрически изменяющимися частотами гармоник. Предлагаемые методы, по мнению авторов, должны быть изучены для оценки среднего

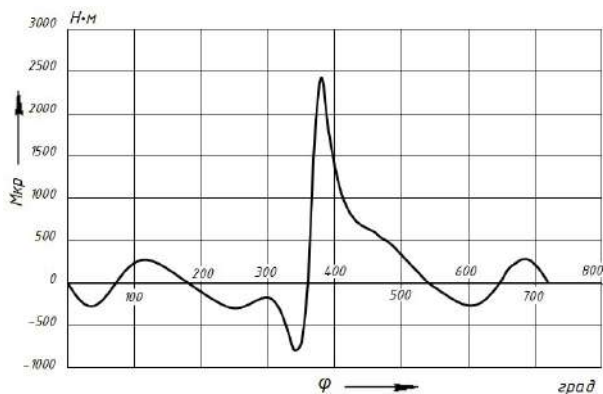


Рис. 1. Изменение крутящего момента дизеля ЯМЗ-5340 за цикл в зависимости от угла поворота коленчатого вала

значения и гармоник крутящего момента двигателя внутреннего сгорания [9].

Kwak S. W. (с соавт.) предлагают метод кинематического концептуального проектирования для определения кинематической структуры возможно рядного четырехцилиндрового двигателя с переменной степенью сжатия (VCR) и его размеров, которые обеспечивали бы меньшее вертикальное ускорение второй гармоники на стыках [10].

Коленчатые валы двигателей внутреннего сгорания воспринимают нагрузки от давления газов, которые возникают от сгорания топлива в цилиндрах и сил инерции. Действие этих сил и моментов от этих сил приводят к возникновению предельных по величине напряжений скручивания коренных шеек.

Крутильные колебания коренных шеек коленчатого вала происходят по следующим причинам:

1. Под действием переменного по величине крутящего момента двигателя (Н·м) коренная шейка коленчатого вала закрутится на угол (например, 0,05 градуса).

2. Под влиянием момента сил упругости материала, например, стали 40Х, закрученная шейка повернется в начальное положение.

3. Под действием момента сил инерции вал закрутится в противоположную сторону на тот же угол.

Целью данной работы является выполнение гармонического анализа крутящего момента двигателя Ярославского моторного завода марки ЯМЗ-5340; определение частот собственных и вынужденных колебаний коленчатого вала и его резонансной критической частоты вращения.

1. Гармонический анализ крутящего момента двигателя. Сложный периодически изменяющийся процесс крутящего момента M четырехтактного двигателя можно разложить на гармоники 0,5; 1; 1,5; 2; 2,5; 3; 3,5; 4 порядков и так далее. Разложение крутящего момента на гармоники необходимо для расчета коленчатых валов на крутильные колебания.

На рис. 1 показана зависимость крутящего момента дизеля Ярославского моторного завода ЯМЗ-5340 (4ЧН 10,5/12,8) за цикл (720°) от угла поворота коленчатого вала. Мощность дизеля 100 кВт при частоте вращения коленчатого вала 2300 мин^{-1} . График построен с применением ПЭВМ по результатам теплового и динамического расчетов двигателя [11, 12].

Таблица 1

Определение положения угла α_k

Знак A_k	Знак B_k	Четвёртая часть окружности, соответствующая углу α_k
+	+	I ($0 - 90^\circ$)
+	-	II ($90 - 180^\circ$)
-	-	III ($180 - 270^\circ$)
-	+	IV ($270 - 360^\circ$)

Разложение в ряд Фурье, или гармонический анализ крутящего момента, «производится на основе теоремы Фурье, согласно которой всякую периодическую функцию, удовлетворяющую условиям Дирихле, можно представить в виде сходящегося бесконечного ряда синусоидальных величин» [1, с. 232].

Применяя для четырёхтактного двигателя теорему Фурье, имеем [1, 2]

$$\begin{aligned}
 M &= f(\omega_b \cdot t) = M_0 + M_1 \cdot \sin(\omega_b \cdot t + \alpha_1) + \\
 &\quad + M_2 \cdot \sin(2\omega_b \cdot t + \alpha_2) + \\
 &\quad + M_3 \cdot \sin(3\omega_b \cdot t + \alpha_3) + \dots = \\
 &= M_0 + \sum_{k=1}^{\infty} M_k \cdot \sin(k\omega_b \cdot t + \alpha_k), \quad (1)
 \end{aligned}$$

где M — переменный крутящий момент, действующий на одно колено вала; M_0 — средний крутящий момент, действующий на то же колено вала; $M_1, M_2, M_3, \dots, M_k$ — амплитуды составляющих гармонически изменяющихся моментов (углы закручивания вала); $\omega_b = 2\pi/T$ — цикловая угловая скорость, зависящая от периода изменения крутящего момента (для четырехтактного двигателя $\omega_b = \omega/2 = \pi n/60$); $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ — начальные фазы гармонически изменяющихся моментов; t — время отсчета.

Четвертую часть **окружности**, в которой находится угол α_k (угол сдвига гармоники известного порядка или её начальная фаза), определим с помощью табл. 1.

Тригонометрическое разложение, представленное формулой (1), путём математических преобразований, полученных после применения формулы $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$, может быть приведено к виду [1, с. 233]

$$\begin{aligned}
 M &= f(\omega_b \cdot t) = M_0 + B_1 \cdot \sin(\omega_b \cdot t) + \\
 &\quad + B_2 \cdot \sin(2\omega_b \cdot t) + B_3 \cdot \sin(3\omega_b \cdot t) + \dots \\
 &\quad + A_1 \cdot \cos(\omega_b \cdot t) + A_2 \cdot \cos(2\omega_b \cdot t) + \\
 &\quad + A_3 \cdot \cos(3\omega_b \cdot t) + \dots = \\
 &= M_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (B_k \sin(k\omega_b t) + A_k \cos(k\omega_b t)), \quad (2)
 \end{aligned}$$

где $M_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2}$ — амплитуды составляющих гармонически изменяющихся моментов; A_k, B_k — коэффициенты Фурье, которые могут быть найдены методом конечного суммирования [1, с. 233, 241, 246].

2. Расчет гармоник крутящего момента. Рассмотрим более подробно арифметический метод гармонического анализа кривой крутящего момента, действующего на одно колено вала. При использовании данного метода гармонический анализ данной кривой производится расчётным путем, при этом вычисление коэффициентов Фурье A_k, B_k, M_0 ,

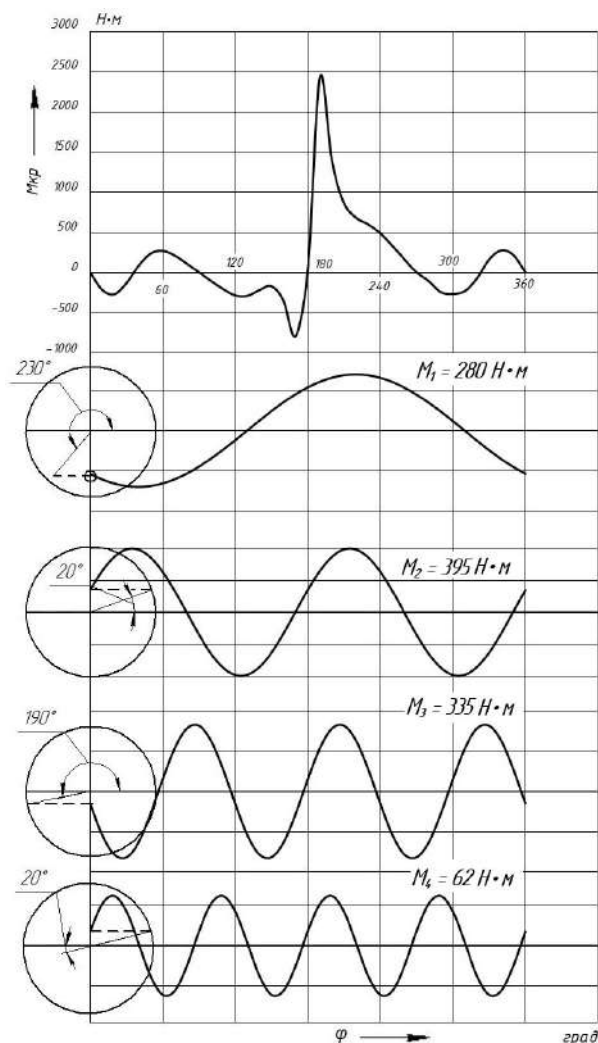


Рис. 2. Гармонический анализ крутящего момента дизеля ЯМЗ-5340 при частоте вращения коленчатого вала 2300 мин⁻¹

как было сказано выше, производится с помощью конечного суммирования следующим образом.

Для начала расчета и анализа крутильных колебаний необходим график изменения крутящего момента $M_{кр}$ двигателя, который показан на рис. 1. На рис. 2 график крутящего момента сжат до 360 градусов (2π) при сохранении числовых значений $M_{кр}$. Гармонические колебания происходят по закону синуса, а функция синуса определяется от 0 до 360°.

Разобьём отрезок $[0, 2\pi]$ на m равных частей длиной $\frac{2\pi}{m}$ (рис. 2). В нашем примере $m = 36$. Обозначим координаты точек кривой крутящего момента, изображенной на рис. 2, через (x_0, y_0) , (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , ..., (x_λ, y_λ) , ..., (x_m, y_m) , ..., где $x_0, x_1 = \frac{2\pi}{m}$, $x_2 = 2 \cdot \frac{2\pi}{m}$, ..., $x_\lambda = \lambda \cdot \frac{2\pi}{m}$, ..., $x_m = m \cdot \frac{2\pi}{m} = 2\pi$, y_λ — ординаты точек заданной кривой крутящего момента, соответствующие абсциссам x_λ , найденные путем непосредственного измерения по графику кривой (рис. 2), $\lambda = 0, 1, 2, 3, \dots, m$.

Введем также следующие обозначения: $x = \omega t$, $y = f(\omega t)$, $\Delta x = \Delta(\omega t) = \frac{2\pi}{m}$ и вычислим для каждого значения x и для каждого порядка гармоники k произведения вида: $y_\lambda \sin(k \cdot x_\lambda)$ и $y_\lambda \cos(k \cdot x_\lambda)$. Просуммировав для каждого порядка гармоники, произведения, полученные для всех точек x , умножим

их на величину $\Delta x = \frac{2\pi}{m}$, получим формулы для вычисления коэффициентов Фурье A_k , B_k и среднего крутящего момента M_0 [1].

$$A_k = \frac{1}{\pi} \cdot \sum_1^m f(\omega t) \frac{2\pi}{m} \cos(k\omega t) = \frac{2}{m} \cdot \sum_1^m y_\lambda \cos(k \cdot x_\lambda); \quad (3)$$

$$B_k = \frac{1}{\pi} \cdot \sum_1^m f(\omega t) \frac{2\pi}{m} \sin(k\omega t) = \frac{2}{m} \cdot \sum_1^m y_\lambda \sin(k \cdot x_\lambda); \quad (4)$$

$$M_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sum_1^m f(\omega t) \frac{2\pi}{m} = \frac{1}{m} \cdot \sum_1^m y_\lambda, \quad (5)$$

где m — количество разбиений (участков) отрезка оси абсцисс, соответствующего периоду изменения крутящего момента.

Амплитуды составляющих гармонически изменяющихся моментов (M_k), как было указано выше, вычисляются по формуле

$$M_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2}. \quad (6)$$

В развернутом виде формулы (3–5) примут вид

$$A_k = \frac{2}{m} \begin{pmatrix} y_1 \cos(k \cdot 1 \cdot \Delta x) + \\ + y_2 \cos(k \cdot 2 \cdot \Delta x) + \dots \\ + y_\lambda \cos(k \cdot \lambda \cdot \Delta x) + \dots \\ + y_m \cos(k \cdot m \cdot \Delta x) \end{pmatrix}$$

или

$$A_k = \frac{2}{m} \sum_{\lambda=1}^m y_\lambda \cos(k \cdot \lambda \cdot \Delta x). \quad (7)$$

$$B_k = \frac{2}{m} \begin{pmatrix} y_1 \sin(k \cdot 1 \cdot \Delta x) + \\ + y_2 \sin(k \cdot 2 \cdot \Delta x) + \dots \\ + y_\lambda \sin(k \cdot \lambda \cdot \Delta x) + \dots \\ + y_m \sin(k \cdot m \cdot \Delta x) \end{pmatrix}$$

или

$$B_k = \frac{2}{m} \sum_{\lambda=1}^m y_\lambda \sin(k \cdot \lambda \cdot \Delta x). \quad (8)$$

$$M_0 = \frac{1}{m} (y_1 + y_2 + \dots + y_\lambda + \dots + y_m) = \frac{1}{m} \sum_{\lambda=0}^m y_\lambda. \quad (9)$$

Результаты расчетов, соответствующие данным, полученным на основе теплового и динамического расчета крутящего момента дизеля 4ЧН 10,5/12,8 (ЯМЗ-5340) мощностью 100 кВт, а также результаты вычисления коэффициентов, входящих в формулы (7–9), для $\Delta x = \frac{2\pi}{m} = \frac{2\pi}{36} = 10^\circ$, приведены в табл. 2.

На рис. 2 представлены результаты гармонического анализа крутящего момента. Показаны графики кривых гармоник 1, 2, 3 и 4 порядков с указанием начальных фаз в градусах.

Подставив данные табл. 2 в расчётные формулы (3–9), вычислим средний крутящий момент M_0 и выполним расчёт гармоник первого и второго порядков.

Вспомогательная таблица для расчёта коэффициентов Фурье

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
№ (λ)	x_λ	y_λ	$\cos x_\lambda$	$y_\lambda \cos x_\lambda$	$\sin x_\lambda$	$y_\lambda \sin x_\lambda$	$\cos (2x_\lambda)$	$y_\lambda \cos (2x_\lambda)$	$\sin (2x_\lambda)$	$y_\lambda \sin (2x_\lambda)$
1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
2	10	-219	0,984808	-215,673	0,173648	-38,029	0,939693	-205,793	0,34202	-74,9024
3	20	-275	0,939693	-258,415	0,34202	-94,0555	0,766044	-210,662	0,642788	-176,767
4	30	-138	0,866025	-119,512	0,5	-69	0,5	-69	0,866025	-119,512
5	40	76	0,766044	58,21938	0,642788	48,85186	0,173648	13,19726	0,984808	74,84539
6	50	232	0,642788	149,1267	0,766044	177,7223	-0,17365	-40,2864	0,984808	228,4754
7	60	268	0,5	134	0,866025	232,0948	-0,5	-134	0,866025	232,0948
8	70	209	0,34202	71,48221	0,939693	196,3958	-0,76604	-160,103	0,642788	134,3426
9	80	108	0,173648	18,754	0,984808	106,3592	-0,93969	-101,487	0,34202	36,93818
10	90	0	6,13E-17	0	1	0	-1	0	1,23E-16	0
11	100	-108	-0,17365	18,754	0,984808	-106,359	-0,93969	101,4868	-0,34202	36,93818
12	110	-209	-0,34202	71,48221	0,939693	-196,396	-0,76604	160,1033	-0,64279	134,3426
13	120	-289	-0,5	144,5	0,866025	-250,281	-0,5	144,5	-0,86603	250,2813
14	130	-295	-0,64279	189,6223	0,766044	-225,983	-0,17365	51,22621	-0,98481	290,5183
15	140	-224	-0,76604	171,594	0,642788	-143,984	0,173648	-38,8972	-0,98481	220,5969
16	150	-174	-0,86603	150,6884	0,5	-87	0,5	-87	-0,86603	150,6884
17	160	-353	-0,93969	331,7115	0,34202	-120,733	0,766044	-270,414	-0,64279	226,904
18	170	-802	-0,98481	789,8158	0,173648	-139,266	0,939693	-753,633	-0,34202	274,3002
19	180	0	-1	0	1,23E-16	0	1	0	-2,5E-16	0
20	190	2421	-0,98481	-2384,22	-0,17365	-420,402	0,939693	2274,996	0,34202	828,0308
21	200	1391	-0,93969	-1307,11	-0,34202	-475,75	0,766044	1065,568	0,642788	894,1176
22	210	865	-0,86603	-749,112	-0,5	-432,5	0,5	432,5	0,866025	749,112
23	220	679	-0,76604	-520,144	-0,64279	-436,453	0,173648	117,9071	0,984808	668,6845
24	230	596	-0,64279	-383,101	-0,76604	-456,562	-0,17365	-103,494	0,984808	586,9454
25	240	485	-0,5	-242,5	-0,86603	-420,022	-0,5	-242,5	0,866025	420,0223
26										
27	250	329	-0,34202	-112,525	-0,93969	-309,159	-0,76604	-252,029	0,642788	211,4771
28	260	163	-0,17365	-28,3047	-0,98481	-160,524	-0,93969	-153,17	0,34202	55,74928
29	270	0	-1,8E-16	0	-1	0	-1	0	3,68E-16	0
30	280	-109	0,173648	-18,9277	-0,98481	107,344	-0,93969	102,4265	-0,34202	37,2802
31	290	-248	0,34202	-84,821	-0,93969	233,0438	-0,76604	189,979	-0,64279	159,4113
32	300	-270	0,5	-135	-0,86603	233,8269	-0,5	135	-0,86603	233,8269
33	310	-235	0,642788	-151,055	-0,76604	180,0204	-0,17365	40,80732	-0,98481	231,4298
34	320	-80	0,766044	-61,2836	-0,64279	51,42301	0,173648	-13,8919	-0,98481	78,78462
35	330	157	0,866025	135,966	-0,5	-78,5	0,5	78,5	-0,86603	-135,966
36	340	273	0,939693	256,5361	-0,34202	-93,3715	0,766044	209,1301	-0,64279	-175,481
37	350	217	0,984808	213,7033	-0,17365	-37,6817	0,939693	203,9133	-0,34202	-74,2184
38	360	0	1	0	-2,5E-16	0	1	0	-4,9E-16	0
Сумма		4441		-3865,75		-3224,93		2484,88		6689,29

$$M_0 = \frac{1}{m}(y_1 + y_2 + \dots + y_\lambda + \dots + y_m) =$$

$$= \frac{1}{36} \cdot 4441 \approx 123,36 (\text{Н} \cdot \text{м}).$$

2.1. Гармоника первого порядка

$$A_1 = \frac{2}{m} \begin{pmatrix} y_1 \cos(1 \cdot 1 \cdot \Delta x) + \\ + y_2 \cos(1 \cdot 2 \cdot \Delta x) + \dots \\ + y_\lambda \cos(1 \cdot \lambda \cdot \Delta x) + \dots \\ + y_m \cos(1 \cdot m \cdot \Delta x) \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{2}{m} \sum_{\lambda=1}^m y_\lambda \cos(1 \cdot \lambda \cdot \Delta x) =$$

$$= \frac{2}{36} \cdot (-3865,75) \approx -214,76$$

$$B_1 = \frac{2}{m} \begin{pmatrix} y_1 \sin(1 \cdot 1 \cdot \Delta x) + \\ + y_2 \sin(1 \cdot 2 \cdot \Delta x) + \dots \\ + y_\lambda \sin(1 \cdot \lambda \cdot \Delta x) + \dots \\ + y_m \sin(1 \cdot m \cdot \Delta x) \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{2}{m} \sum_{\lambda=1}^m y_\lambda \sin(1 \cdot \lambda \cdot \Delta x) =$$

$$= \frac{2}{36} \cdot (-3224,93) \approx -179,16.$$

$$M_1 = \sqrt{A_1^2 + B_1^2} = \sqrt{(-214,76)^2 + (-179,16)^2} \approx$$

$\approx 279,68 (\text{Н} \cdot \text{м})$ — амплитуда,

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{A_1}{B_1} = \frac{-214,76}{-179,16} \approx 1,99.$$

Так как угол α_1 находится в третьей четверти ($A_1 < 0, B_1 < 0$), то $\alpha_1 = 180^\circ + \operatorname{arctg} 1,99 = 180^\circ + 50,16^\circ = 230,16^\circ$ (табл. 1).

Уравнение кривой гармоники первого порядка (обозначим её $M^{(1)}$) (рис. 3а), согласно расчётным данным и формуле (6), будет иметь вид

$$M^{(1)} = 279,68 \cdot \sin(x + 230,16^\circ).$$

2.2. Гармоника второго порядка

$$A_2 = \frac{2}{m} \begin{pmatrix} y_1 \cos(2 \cdot 1 \cdot \Delta x) + \\ + y_2 \cos(2 \cdot 2 \cdot \Delta x) + \dots \\ + y_\lambda \cos(2 \cdot \lambda \cdot \Delta x) + \dots \\ + y_m \cos(2 \cdot m \cdot \Delta x) \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{2}{m} \sum_{\lambda=1}^m y_\lambda \cos(2 \cdot \lambda \cdot \Delta x) =$$

$$= \frac{2}{36} \cdot 2484,88 \approx 138,05.$$

$$B_2 = \frac{2}{m} \begin{pmatrix} y_1 \sin(2 \cdot 1 \cdot \Delta x) + \\ + y_2 \sin(2 \cdot 2 \cdot \Delta x) + \dots \\ + y_\lambda \sin(2 \cdot \lambda \cdot \Delta x) + \dots \\ + y_m \sin(2 \cdot m \cdot \Delta x) \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{2}{m} \sum_{\lambda=1}^m y_\lambda \sin(2 \cdot \lambda \cdot \Delta x) =$$

$$= \frac{2}{36} \cdot 6689,292 \approx 371,63.$$

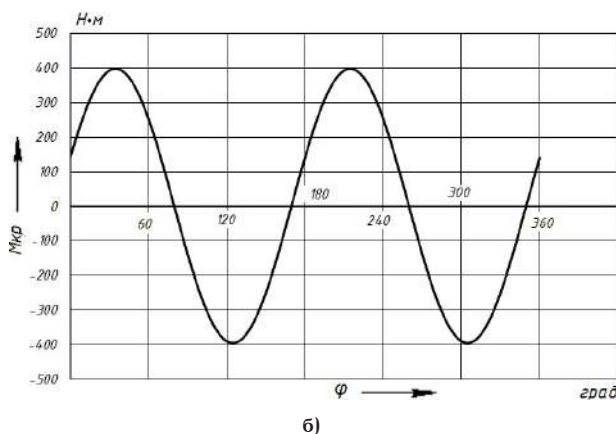
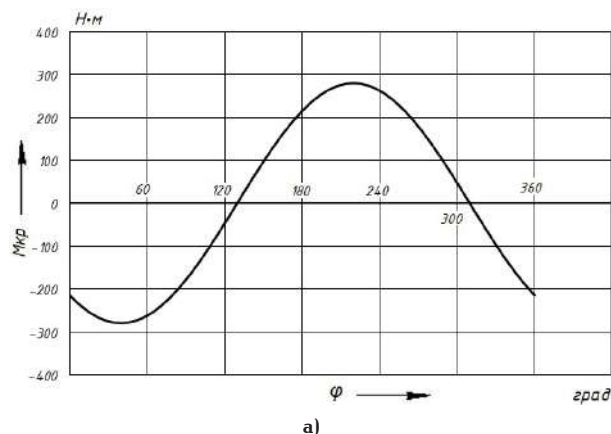


Рис. 3. Гармоники первого (а) и второго (б) порядков крутящего момента одного цилиндра дизеля ЯМЗ-5340

$$M_2 = \sqrt{A_2^2 + B_2^2} =$$

$= \sqrt{138,05^2 + 371,63^2} \approx 396,64 (\text{Н} \cdot \text{м})$ — амплитуда,

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{A_2}{B_2} = \frac{138,05}{371,63} \approx 0,37.$$

Так как угол α_2 находится в первой четверти ($A_2 < 0, B_2 < 0$), то $\alpha_2 = \operatorname{arctg} 0,37 = 20,37^\circ$.

Уравнение кривой гармоники второго порядка ($M^{(2)}$) (рис. 3б), согласно расчётным данным и формуле (6), будет иметь вид

$$M^{(2)} = 396,64 \cdot \sin(2x + 20,37^\circ).$$

Действуя аналогично, можно произвести расчёт гармоник 3, 4 и т.д. порядков. Графики соответствующих кривых представлены на рис. 2. Приближенное уравнение кривой заданного момента по двум рассчитанным гармоникам можно представить в виде

$$M \approx M_0 + M^{(1)} + M^{(2)} =$$

$$= M_0 + \sum_{k=1}^2 M_k \cdot \sin(k\omega_b \cdot t + \alpha_k) =$$

$$= 123,36 + 279,68 \cdot \sin(x + 230,16^\circ) +$$

$$+ 396,64 \cdot \sin(2x + 20,37^\circ).$$

В полученном уравнении гармоники первого и второго порядков являются математическими. Порядок таких гармоник определяется как отношение

периода рабочего процесса двигателя к периоду соответствующей гармонике. Порядок математических гармоник одинаков как для двухтактных, так и для четырехтактных двигателей.

Заменив абсциссы x_λ через углы поворота коленчатого вала ωt , получим моторные гармоники (см. формулу (6))

$$M \approx 123,36 + 279,68 \cdot \sin\left(\frac{1}{2}\omega t + 230,16^\circ\right) + 396,44 \cdot \sin(\omega t + 20,37^\circ).$$

Следует отметить, что «для четырехтактных двигателей порядки моторных гармоник: 1/2; 1; 1,5; 2; ...; $k/2$ -й и математических: 1; 2; 3; ...; k -ой гармоник не совпадают, но они совпадают для двухтактных двигателей, так как в этих двигателях рабочий процесс совершается за 1 оборот коленчатого вала и $\omega_b = \omega$, тогда как для 4-тактных двигателей $\omega_b = \frac{\omega}{2}$ » [1, с. 234–235].

3. Определение номера резонирующей гармоники крутящего момента. Определение номера резонирующей гармоники крутящего момента является основной задачей при расчете коленчатого вала на крутильные колебания. Если частота вынужденных колебаний данной опасной гармоники за один оборот, с учетом резонансного числа оборотов коленчатого вала в минуту, совпадает с частотой собственных колебаний вала в минуту, то произойдет резонанс, при котором амплитуда (угол закручивания) достигнет предельного значения и коренная шейка вала под действием высокого напряжения среза может разрушиться [13–15].

Полный расчет коленчатого вала дизеля ЯМЗ-5340 (4ЧН 10,5/12,8) на крутильные колебания был выполнен по методике, изложенной в работах [1, 2]. В данной статье важным является определение номера резонирующей гармоники, которая может вызвать резонанс при изменении частоты вращения коленчатого вала от 600 до 2300 мин⁻¹. Диаметр приведенного вала был принят равным 70 мм, масса поршня 1,3 кг, масса шатуна 2,5 кг, момент инерции маховика 0,78 кг·м².

На жесткость приведенного вала (C_{np}) влияют модуль упругости материала ($G_{упр}$), длина приведенного вала (L_{np}) и диаметр вала (d_b). Жесткость вала определяем по формуле [2]:

$$C_{np} = G_{упр} \cdot J_{пол} / L_{np} = 8 \cdot 10^{10} \cdot 3,14 - 0,07^4 / (32 \cdot 0,2) = 942\,000 \text{ Н·м}, \quad (10)$$

где $G_{упр} = 8 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$ — модуль упругости при кручении для стали 45Х; $J_{пол} = p \cdot d_b^4 / 32$ — полярный момент инерции сечения вала, м⁴ (d_b — внешний диаметр приведенной шейки вала 0,07 м); L_{np} — приведенная длина вала, 0,2 м.

Жесткость вала представляет собой крутящий момент (Н·м), который необходимо приложить к валу, чтобы закрутить его на 1°.

Частоту собственных круговых колебаний, приведенных к одноузловой системе с двумя массами, определим из выражения

$$\omega_{c1} = \sqrt{\frac{C_{np}(J_{MAX} + J_{np})}{J_{MAX} \cdot J_{np}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{942000 \cdot (0,78 + 0,1)}{0,78 \cdot 0,1}} = 3260 \text{ 1/с}, \quad (11)$$

где J_{MAX} — момент инерции маховика, 0,78 кг·м²; J_{np} — момент инерции приведенных (объединенных) масс четырех цилиндров дизеля ЯМЗ-5340, 0,1 кг·м².

Число собственных колебаний в минуту $\Omega_{кол}$ приведенного вала с двумя массами определим по формуле

$$\Omega_{кол} = \frac{\omega_{c1} \cdot 60}{2\pi} = \frac{\omega_{c1} \cdot 30}{\pi},$$

$$\Omega_{кол} = \frac{3260 \cdot 30}{3,14} = 31146 \text{ кол/мин}. \quad (12)$$

Известно, что 1 рад/с = 60 / 2π кол/мин.

По формуле (13), которая представляет основное уравнение резонанса, определим порядок (номер) гармоники резонирующей ($\Gamma_{рез}$) и угловую скорость вращения вала ω_p при резонансе [2]

$$\Gamma_{рез} \cdot \omega_p = \omega_{c1}. \quad (13)$$

Для четырехтактных дизелей значение $\Gamma_{рез} = 0,5; 1; 1,5; 2; 2,5; 3$ и т.д. В первом приближении частоту $\Gamma_{рез}$ принимаем равной 14 колебаний за один оборот коленчатого вала (360°, или 2π).

Определим частоту вращения коленчатого вала (количество оборотов в минуту), которая соответствует резонансному режиму

$$n_p = \Omega_{кол} / \Gamma_{рез} = 31146 / 14 = 2224,7 \text{ мин}^{-1} \text{ (или об/мин)}. \quad (14)$$

Из анализа формулы (14) следует, что величина n_p находится в диапазоне частот вращения коленчатого вала дизеля ЯМЗ-5340 (600–2300 мин⁻¹).

Угловая скорость вращения коленчатого вала двигателя при резонансном числе оборотов n_p коленчатого вала равна

$$\omega_p = 2\pi \cdot n_p / 60 = 6,28 \cdot 2224,7 / 60 = 232,8 \text{ рад/с}.$$

Уравнение (13) в окончательном виде должно быть записано так, чтобы единицы измерения величины в левой и правой частях равенства совпали (кол/мин = кол/мин).

$$\Gamma_{рез} \text{ (кол/об)} \cdot n_p \text{ (об/мин)} = \Omega_{кол} \text{ (кол/мин)}.$$

$$14 \cdot 2224,7 = 31146.$$

Для обеспечения равенства левой и правой частей уравнения (13) частота резонирующей гармоники ($\Gamma_{рез}$) должна быть равна 14.

Из выражения (14) следует, что для двигателя ЯМЗ-5340 при частоте вращения коленчатого вала 2224,7 мин⁻¹ (диапазон частот 600–2300 мин⁻¹) и резонирующей гармоники 14 могут возникнуть резонансные колебания.

Для надежной и долговечной работы коленчатого вала он должен иметь гаситель крутильных колебаний.

Выводы

1. Приведена методика расчета гармоник крутящего момента дизеля Ярославского моторного завода ЯМЗ 5340 мощностью 100 кВт и частоте вращения коленчатого вала 2300 мин^{-1} , представлена вспомогательная таблица для расчета коэффициентов Фурье.

2. Рассмотрен пример расчета гармоник первого и второго порядков крутящего момента дизельного двигателя марки ЯМЗ-5340.

3. Определены частоты собственных и вынужденных колебаний коленчатого вала в минуту и его резонирующая критическая частота вращения.

4. Определён номер гармоники крутящего момента, равный 14, который по частоте вынужденных колебаний, с учетом резонансного числа оборотов коленчатого вала в минуту, совпадает с частотой собственных колебаний и вызывает резонанс, приводящий к поломке коленчатого вала.

Библиографический список

1. Попык К. Г. Динамика автомобильных и тракторных двигателей. Москва: Высшая школа, 1970. 328 с.
2. Макушев Ю. П., Полякова Т. А., Михайлова Л. Ю. [и др.]. Расчет систем и механизмов двигателей внутреннего сгорания математическими методами / под ред. Ю. П. Макушева. Омск: Изд-во СибАДИ, 2011. 284 с.
3. Юнусов С. З., Гапиров А. Д., Кенжаев С. Н. [и др.]. Динамический анализ трехмассовой системы с учетом технологического сопротивления // Теория и практика современной науки. 2023. № 5. С. 227 – 232.
4. Яманин А. И. Динамический расчет напряженно-деформированного состояния коленчатого вала // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2023. № 4 (757). С. 55 – 61. DOI 10.18698/0536-1044-2023-4-55-6. EDN: HVXKQO.
5. Реутов А. А. Анализ крутильных колебаний деталей трансмиссии автомобиля с двухмассовым маховиком ДВС // Транспортное машиностроение. 2023. № 5 (17). С. 14 – 25. DOI: 10.30987/2782-5957-2023-5-14-25.
6. Milasinovic A., Filipovic I., Milovanovic Z. [et al.]. Determination of the engine torque of a four cylinder four stroke diesel engine on the basis of harmonic analysis of the crankshaft's angular velocity // Transactions of FAMENA. 2011. Vol. 35, no. 4. P. 55 – 65.
7. Zheng Z. C., Gao Y., Liu N. [et al.]. The Harmonic Response Analysis of Engine Block Based on Modal Analysis // Applied Mechanics and Materials. 2011. Vol. 138 – 139. P. 246 – 251. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.138-139.246.
8. Zhang B., Chen X., Xiang F. [et al.]. Dynamic Characteristics of Rotor-SFD-Support System Excited by Base Harmonic Excitations Using MHB-AFT Method // Conference: ASME Turbo Expo 2022: Turbomachinery Technical Conference and Exposition. Netherlands, 2022. 08BT26A011. DOI: 10.1115/ GT2022-82536.
9. Sangilivadamalu R., Beidl C. Adaptive Harmonic and Disturbance Estimators for Rotary Machines with Applications

to Engines // IEEE/ASME Transactions on Mechatronics. 2021. Vol. 26, no. 1. P. 381 – 392. DOI: 10.1109/TMECH.2020.3022736.

10. Kwak S. W., Shim J. K., Mo Y. K. Kinematic Conceptual Design of In-Line Four-Cylinder Variable Compression Ratio Engine Mechanisms Considering Vertical Second Harmonic Acceleration // Applied Sciences. 2020. Vol. 10. P. 3765. DOI: 10.3390/app10113765.

11. Макушев Ю. П., Полякова Т. А., Рындин В. В. [и др.]. Способы расчета рабочего цикла бензинового двигателя с построением индикаторной диаграммы // Наука и техника Казахстана. 2018. № 2. С. 73 – 81. EDN: VJMSOT.

12. Лашко В. А., Лейбович М. В. Матричные методы в расчетах крутильных колебаний силовых установок с ДВС. Хабаровск: Изд-во ТОГУ, 2003. 211 с. ISBN 5-7389-0233-5: 200.

13. Антонов Н. С., Мазиков Ю. С., Гоц А. Н. [и др.]. Экспресс-метод оценки параметров демпферов крутильных колебаний жидкостного трения // Тракторы и сельхозмашины. 1986. № 10. С. 15 – 17.

14. Гоц А. Н. Динамика двигателей. Курсовое проектирование. Владимир: Изд-во ВлГУ, 2012. 105 с. ISBN 978-5-9984-0193-0.

15. Железко Б. Е., Адамов В. М., Русецкий И. К. Расчет и конструирование автомобильных и тракторных двигателей (дипломное проектирование). Минск: Вышэйшая школа, 1987. 247 с.

МАКУШЕВ Юрий Петрович, кандидат технических наук, доцент (Россия), доцент кафедры «Автоматизация и энергетическое машиностроение» Сибирского государственного автомобильно-дорожного университета (СибАДИ), г. Омск.

SPIN-код: 4777-2831

AuthorID (РИНЦ): 650763

AuthorID (SCOPUS): 57210975800

Адрес для переписки: makushev321@mail.ru

ПОЛЯКОВА Татьяна Анатольевна, кандидат педагогических наук, доцент (Россия), доцент кафедры «Физика и математика» СибАДИ, г. Омск; доцент кафедры «Прикладная математика и фундаментальная информатика» Омского государственного технического университета, г. Омск.

SPIN-код: 4090-8339

AuthorID (РИНЦ): 652910

ORCID: 0000-0002-9673-1750

AuthorID (SCOPUS): 57287283100

Адрес для переписки: ta_polyakova@mail.ru

Для цитирования

Макушев Ю. П., Полякова Т. А. Гармонический анализ крутящего момента двигателя ЯМЗ-5340 // Омский научный вестник. 2024. № 3 (191). С. 39 – 47. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-39-47.

Статья поступила в редакцию 14.02.2024 г.

© Ю. П. Макушев, Т. А. Полякова

HARMONIC ANALYSIS OF THE TORQUE OF THE YAMZ-5340 ENGINE

The purpose of the study is to find a technique and conduct on its basis a harmonic analysis of the torque of an internal combustion engine for the subsequent determination of resonant vibrations of the crankshaft. The method of calculating the harmonics of the engine torque is given on the example of a YaMZ-5340 diesel engine with a power of 100 kW at a crankshaft rotation speed of 2300 min⁻¹. Based on the results of thermal and dynamic calculation of the YaMZ-5340 engine, a graph of changes in its torque is constructed and harmonics of the first and second orders are calculated. The frequencies of natural and forced vibrations of the crankshaft and its resonant critical rotation frequency are determined. The number of the torque harmonic has been determined, which, according to the frequency of forced vibrations, coincides with the frequency of natural vibrations and causes resonance. The results of the study can be applied in the design and fine-tuning of engines in order to calculate and reduce torsional vibrations.

Keywords: internal combustion engine, torque, torsional vibrations, harmonic, frequency and amplitude, resonance.

References

1. Popyk K. G. Dinamika avtomobil'nykh i traktornykh dvigateley [Dynamics of automobile and tractor engines]. Moscow, 1970. 328 p. (In Russ.).
2. Makushev Yu. P., Polyakova T. A., Mikhaylova L. Yu. [et al.]. Raschet sistem i mekhanizmov dvigateley vnutrennego sgoraniya matematicheskimi metodami [Calculation of systems and mechanisms of internal combustion engines using mathematical methods] / Ed. by Makusheva Yu. P. Omsk, 2011. 284 p. (In Russ.).
3. Yunusov S. Z., Gapirov A. D., Kenzhayev S. N. [et al.]. Dinamicheskiy analiz trekhmassovoy sistemy s uchetom tekhnologicheskogo soprotivleniya [Dynamic analysis of a three-mass system taking into account process resistance] // *Teoriya i praktika sovremennoy nauki. Theory and Practice of Modern Science*. 2023. No. 5. P. 227–232. (In Russ.).
4. Yamanin A. I. Dinamicheskiy raschet napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya kolenchatogo vala [Dynamic calculation of the crankshaft stress-strain state] // *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroyeniye. BMSTU Journal of Mechanical Engineering*. 2023. No. 4 (757). P. 55–61. DOI 10.18698/0536-1044-2023-4-55-6. EDN: HVXKQO. (In Russ.).
5. Reutov A. A. Analiz krutil'nykh kolebaniy detaley transmissii avtomobilya s dvukhmassovym makhovikom DVS [Analysis of torsional vibrations of transmission Parts in a car with a two-mass flywheel of internal combustion engine] // *Transportnoye mashinostroyeniye. Transport Engineering*. 2023. No. 5 (17). P. 14–25. DOI: 10.30987/2782-5957-2023-5-14-25. (In Russ.).
6. Milasinovic A., Filipovic I., Milovanovic Z. [et al.]. Determination of the engine torque of a four cylinder four stroke diesel engine on the basis of harmonic analysis of the crankshaft's angular velocity // *Transactions of FAMENA*. 2011. Vol. 35, no. 4. P. 55–65. (In Engl.).
7. Zheng Z. C., Gao Y., Liu N. [et al.]. The Harmonic Response Analysis of Engine Block Based on Modal Analysis // *Applied Mechanics and Materials*. 2011. Vol. 138–139. P. 246–251. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.138-139.246. (In Engl.).
8. Zhang B., Chen X., Xiang F. [et al.]. Dynamic Characteristics of Rotor-SFD-Support System Excited by Base Harmonic Excitations Using MHB-AFT Method // *Conference: ASME Turbo Expo 2022: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*. Netherlands, 2022. Vol. 08BT26A011. DOI: 10.1115/GT2022-82536. (In Engl.).
9. Sangilivadamalu R., Beidl C. Adaptive Harmonic and Disturbance Estimators for Rotary Machines With Applications to Engines // *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*. 2021. Vol. 26, no. 1. P. 381–392. DOI: 10.1109/TMECH.2020.3022736. (In Engl.).
10. Kwak S. W., Shim J. K., Mo Y. K. Kinematic Conceptual Design of In-Line Four-Cylinder Variable Compression Ratio Engine Mechanisms Considering Vertical Second Harmonic Acceleration // *Applied Sciences*. 2020. Vol. 10. P. 3765. DOI: 10.3390/app10113765. (In Engl.).
11. Makushev Yu. P., Polyakova T. A., Ryndin V. V. [et al.]. Sposoby rascheta rabocheho tsikla benzinovogo dvigatelya s postroyeniyem indikatornoy diagrammy [The methods of calculating gasoline engine operating cycle with the construction of the indicator diagram] // *Nauka i tekhnika Kazakhstana. Science and Technology of Kazakhstan*. 2018. No. 2. P. 73–81. EDN: VJMSOT. (In Kaz.).
12. Lashko V. A., Leybovich M. V. Matrichnyye metody v raschetakh krutil'nykh kolebaniy silovykh ustanovok s DVS [Matrix methods in calculating torsional vibrations of power plants with internal combustion engines]. Khabarovsk, 2003. 211 p. ISBN 5-7389-0233-5: 200. (In Russ.).
13. Antonov N. S., Mazikov Yu. S., Gots A. N. [et al.]. Ekspress-metod otsenki parametrov dempferov krutil'nykh kolebaniy zhidkostnogo treniya [Express method for estimating the parameters of liquid friction torsional vibration dampers] // *Traktory i sel'khoz mashiny. Tractors and Agricultural Machinery*. 1986. No. 10. P. 15–17. (In Russ.).

14. Gots A. N. Dinamika dvigateley. Kursovoye proyektirovaniye [Engine dynamics. Course design]. Vladimir, 2012. 105 p. ISBN 978-5-9984-0193-0. (In Russ.).

15. Zhelezko B. E., Adamov V. M., Rusetskiy I. K. Raschet i konstruirovaniye avtomobil'nykh i traktornykh dvigateley (diplomnoye proyektirovaniye) [Calculation and design of automobile and tractor engines (graduate design)]. Minsk, 1987. 247 p. (In Russ.).

MAKUSHEV Yuri Petrovich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of Automation and Power Engineering Department, Siberian State Automobile and Highway University (SibADI), Omsk.

SPIN-code: 4777-2831

AuthorID (RSCI): 650763

AuthorID (SCOPUS): 57210975800

Correspondence address: makushev321@mail.ru

POLYAKOVA Tatiana Anatolyevna, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Associate

Professor of Physics and Mathematics Department, SibADI, Omsk; Associate Professor of Applied Mathematics and Fundamental Informatics Department, Omsk State Technical University, Omsk.

SPIN-code: 4090-8339

AuthorID (RSCI): 652910

ORCID: 0000-0002-9673-1750

AuthorID (SCOPUS): 57287283100

Correspondence address: ta_polyakova@mail.ru

For citations

Makushev Yu. P., Polyakova T. A. Harmonic analysis of the torque of the YAMZ-5340 engine // Omsk Scientific Bulletin. 2024. No. 3 (191). P. 39–47. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-39-47.

Received February 14, 2024.

© Yu. P. Makushev, T. A. Polyakova

КАЧЕСТВЕННАЯ МОДИФИКАЦИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИ ОРИЕНТИРОВАННЫХ МЕТОДОВ ПОСТРОЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КРИВЫХ В C3D FAIRCURVEMODELER

В статье приводится подробный алгоритм улучшения команды C3D FairCurveModeler построения пространственной кривой класса F с аппроксимацией посредством рациональной кубической сплайновой кривой ($NURBzS$ -кривой) и с аппроксимацией посредством B -сплайновой кривой высокой степени. Улучшение достигается за счёт оптимизации структуры пространственного Геометрического Определителя Эрмита при определении его на пространственной виртуальной кривой (V -кривой), построенной на множестве $K2П$ (конических кривых) двойного соприкосновения. Структура Геометрического Определителя Эрмита улучшается в операции определения касательной в опорной точке путем переопределения направления касательной с учетом пространственных направлений касательных в концевых точках сегмента $K2П$ при построении множества $K2П$ двойного соприкосновения.

Для демонстрации модифицированного метода в работе показывается:

- 1) улучшение качества конической спирали, моделируемой штатной командой `_Helix` CAD-систем ZWCAD, BricsCAD, AutoCAD с помощью команды C3D FairCurveModeler построения $NURBzS$ -кривой;
- 2) построение B -сплайновой кривой 8-й степени на точках конической спирали командой C3D FairCurveModeler и сравнение с аналогичными построениями в CAD-системах, 'AliasDesignStudio', NX, декларирующих возможность построения кривых высокого качества (класса A).

Ключевые слова: пространственная сплайновая кривая, C3D FairCurveModeler, геометрическое ядро C3D, C3D FairCurveModeler, $K2П$, конические кривые, кривые класса A , кривые класса F .

Введение. Сплайны активно используются и развиваются в инженерной геометрии [1–10]. В данной работе авторы предлагают алгоритм улучшения изогометрического построения пространственной глобальной сплайновой кривой, основанной на построении плоской виртуальной кривой (V -кривой) высокого качества. Проблема изогометрического построения кривых впервые была поставлена в работе [11]. В качестве примеров дальнейшей работы по изогометрической (в англоязычной литературе как «shapereserving») аппроксимации сплайнами можно привести работы [12–14].

В работе [15] приведены формулы работы с рациональными сплайновыми кривыми Безье ($NURBzS$ -кривыми) (вычисления / уплотнения, повышения степени, перехода от представле-

ния конической кривой в виде соприкасающегося треугольника и инженерного дискриминанта к $NURBzS$ -представлению и наоборот), формулы изогометрической аппроксимации Геометрического Определителя (ГО) Эрмита второго порядка фиксации посредством $NURBzS$ -кривой. Эти формулы вошли в золотой фонд методов геометрического ядра C3D [16] и были использованы для разработки приложений CAD-систем [17].

Однако метод изогометрической аппроксимации для построения пространственного ГО Эрмита второго порядка фиксации посредством кубической $NURBzS$ -кривой не обеспечивает непрерывности кручения (рис. 1, слева), где $NURBzS$ -кривая — это последовательность сегментов плоских рациональных кубических кривых Безье.

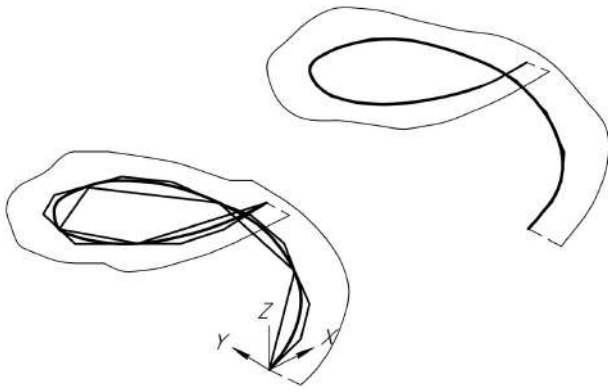


Рис. 1. Метод аппроксимации ГО Эрмита второго порядка фиксации посредством кубической $NURBzS$ -кривой (слева) и посредством $NURBzS$ -кривой 6-й степени (справа) [14]

В работе [15] предлагается улучшение алгоритма аппроксимации пространственной кривой.

Общий алгоритм следующий. Предварительно пространственная ломаная «укладывается» на плоскость с сохранением углов между звеньями. Затем строится плоская V -кривая высокого качества (кривая класса $C5$ [5]). На каждом цикле генерации точек V -кривой формируется множество кривых второго порядка (К2П) двойного соприкосновения. На последнем цикле генерации и формируется ГО Эрмита второго порядка фиксации в виде опорной ломаной с фиксированными касательными и векторами кривизны в каждой опорной точке. Множество К2П двойного соприкосновения дают в каждой узловой точке V -кривой вектор касательной и значение кривизны. На плоском ГО Эрмита строится плоская сплайновая кривая Безье. Затем плоская сплайновая кривая Безье переносится на пространственную исходную ломаную. Плоский сегмент переносится в плоский сегмент пространственного треугольника [15].

Смежные дуги пространственной кубической $NURBzS$ -кривой после реконструкции на пространственную исходную ломаную находятся в разных плоскостях. Для построения пространственной кривой с непрерывным кручением в работе [15] предлагается следующая схема. С помощью функции повышения степени (ElevateDegree) производится переход от кубической $NURBzS$ -кривой к эквивалентному представлению $NURBzS$ -кривой 6-й степени. Для обеспечения непрерывности кручения у смежных дуг смежные тройки управляющих точек проецируются в одну плоскость. Эта плоскость может быть биссекторной плоскостью, проходящей через общий касательный отрезок смежных B -полигонов. По графикам кривизны (рис. 1, тонкая линия) можно судить о качестве построения кривых. Кривая, построенная посредством $NURBzS$ -кривой 6-й степени, которая расположена справа, является более качественной, чем кривая слева, построенная посредством кубической $NURBzS$ -кривой. Но данное улучшение не является идеальным.

Цель разработки модифицированного метода — построение более качественных пространственных кривых с улучшенными показателями, такими как плавность изменения кривизны и кручения.

1. Улучшение алгоритма построения пространственного ГО Эрмита. Чтобы показать принцип улучшения алгоритма, приведем основные этапы

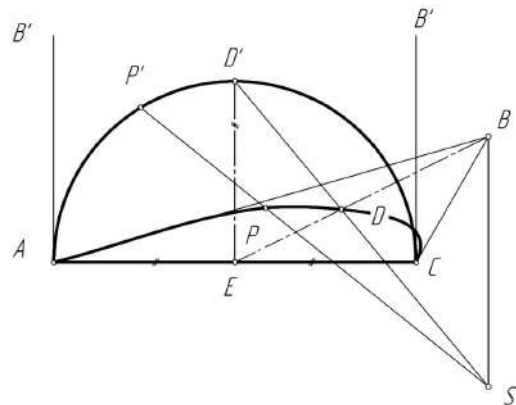


Рис. 2. Определение параметров конической кривой графоаналитическим способом

алгоритма построения кривой, которые даны в работе [18]:

1. Построение эскиза кривой, которая может быть задана различными способами, например, множеством точек.

2. Определение или построение геометрического определителя, заданного с помощью опорной или касательной ломаной. Форма ломаных должна однозначно определять форму кривой, то есть быть изогометрической.

3. Построение алгоритма генерации точек кривой на заданных параметрах геометрического определителя.

4. Выделение управляющих параметров геометрического определителя аппроксимирующей кривой и ее редактирование.

Итерационная схема построения V -кривой для уплотнения спецификации геометрического определителя следующая: 1) на опорной или касательной ломаной строится базис сплайна как множество дважды соприкасающихся К2П; 2) генерируются точки кривой на множестве дважды соприкасающихся К2П.

Алгоритмы вычисления параметров К2П являются геометрически ориентированными и основаны на методах начертательной геометрии [19, 20]. Эта операция реализуется в программе TangentToConic определения касательной и инженерного дискриминанта в промежуточной точке. Программа реализует графоаналитический алгоритм.

Суть геометрически ориентированного подхода поясняется следующей схемой. Пусть задан соприкасающийся треугольник с конической кривой и точка P на кривой (рис. 2).

Предварительно в соприкасающемся треугольнике ABC вводится аффинная система координат. В этой системе координат высота равнобедренного треугольника равна 1, длина основания равна 1. Вводится плоскость, перпендикулярная плоскости треугольника ABC . На прямой, проходящей через точку B параллельно введенной плоскости, устанавливается источник центрального проецирования S таким образом, что точка P проецируется на введенную плоскость в точку P' , принадлежащую окружности с диаметром AC . Боковые стороны треугольника проецируются на введенную плоскость в виде двух параллельных прямых. Сегмент конической кривой преобразуется в дугу полуокружности. Заданная точка P переходит в точку P' на полуокружности. Определяется в точке P' полуокружности касатель-

ная прямая. Затем обратными проективными преобразованиями касательная прямая к окружности переходит в касательную прямую в аффинной системе координат. Точка D' пересечения полуокружности с высотой переходит в точку D пересечения медианы с сегментом К2П в аффинном треугольнике. По точке D определяется инженерный дискриминант кривой и другие параметры квадратичной NURBzS-кривой.

В алгоритм построения пространственной V-кривой [15] на этапе построения множества К2П двойного соприкосновения в пункте определения касательной к конической кривой добавляется операция коррекции направления касательной с учетом пространственных направлений касательных в концевых точках сегмента конической кривой.

Модифицируется построение базиса сплайна. Базис сплайна на пространственной опорной ломаной $\{T_i\}$ строится как множество дважды соприкасающихся К2П $\{R_i\}$.

Алгоритм представляет собой итерационное переопределение касательных прямых $\{P_i\}$ в опорных точках $\{T_i\}$.

Первоначально в каждой опорной точке P_i направление пространственной касательной прямой параллельно хорде опорной ломаной и вектор касательной лежит в плоскости треугольника T_{i-1}, T_i, T_{i+1} .

Определяется направление касательной прямой P_i на плоскости треугольника T_{i-1}, T_i, T_{i+1} по схеме (рис. 2). Пространственные касательные P_{i-1}, P_{i+1} при этом проецируются на плоскость треугольника T_{i-1}, T_i, T_{i+1} . После определения касательной P_i в плоскости треугольника T_{i-1}, T_i, T_{i+1} выполняется коррекция направления касательной в опорной точке T_i с усреднением пространственных направлений касательных P_{i-1}, P_{i+1} в концевых точках T_{i-1}, T_{i+1} сегментов R_i К2П. Усреднение выполняется следующим образом. Определяется точка $T_{i-1,i}$ псевдопересечения пространственной касательной прямой P_{i-1} с касательной прямой P_i , принадлежащей плоскости треугольника P_{i-1}, P_i, P_{i+1} . Точка псевдопересечения лежит на середине отрезка, соединяющего ближайшие точки скрещивающихся прямых. Таким же образом определяется точка $T_{i,i+1}$ псевдопересечения касательной прямой P_i с касательной прямой P_{i+1} . Пространственное направление касательной P_i в точке T_i определяется вектором $T_{i-1,i}T_{i,i+1}$.

В модифицированной программе вводится фрагмент 1, который изменяет направление искомой касательной р3 с учетом направлений исходных касательных в точках р1 и р2.

Фрагмент 1

```
//-----
// Определение касательного вектора к конике,
// инженерного дискриминанта.
// ---
MbResultType
TangentToConic ( const c3d::PointVector3D &
p1_d, // первая точка с касательной
const c3d::PointVector3D & p2_d, // вторая точка
с касательной
c3d::PointVector3D & p3_d, //
третья точка с искомой касательной
double& d0 ) // дискриминант
{
// Модификация для пространственной ломаной
// Касательная р3 лежит в плоскости треугольника опорных точек
```

```
// Поворот касательной по направлениям пространственных кривых
```

```
MbCartPoint3D pnt1, pnt2;
LineIntersectIn3D(p1_d.first, p1_d.second, t3, p3,
pnt1);
```

```
// определение точки пересечения pnt1 прямых
p1 и (t3, p3)
```

```
LineIntersectIn3D(t3, p3, p2_d.first, p2_d.second,
pnt2);
```

```
// определение точки пересечения pnt2 прямых
(t3, p3) и p2
```

```
MbVector3D tng3(pnt1, pnt2); // вектор, соединяющий
точки пересечения
```

```
tng3.Normalize(); // нормализация пространственного
вектора касательной
```

```
p3_d.second = tng3;
```

```
//Модификация END
```

2. Аппроксимация пространственного ГО Эрмита посредством NURBzS. При аппроксимации V-кривой на ГО Эрмита второго порядка фиксации посредством NURBzS-кривой локальный B-полигон сегмента плоской кубической рациональной кривой Безье определяется следующим образом [15, 16]. На участке T_{i-1}, T_i по заданным К2П R_{i-1}, R_i определяются квадратичные рациональные кривые Безье. Затем определяются плоские B-полигоны рациональных кубических кривой Безье путем повышения степени сегментов конических кривых в формате рациональных квадратичных кривых Безье. Определяется результирующий B-полигон путем усреднения исходных и на результирующем B-полигоне определяется рациональная кубическая кривая Безье, которая имеет кривизны в точках T_{i-1}, T_i совпадающие с кривизнами К2П R_{i-1}, R_i . Далее первое звено укладывается на пространственную касательную P_{i-1} в точке T_{i-1} , третье звено укладывается на касательную P_i в точке T_i . Ниже приводится фрагмент 2 программы

Фрагмент 2

```
//-----
// Построение сегмента кубической NURBzS
по концевым точкам, касательным
// и значениям кривизна
//---
voidGetNurbsCubicSegment( const
c3d::PointVector3D & p1, // Первая точка с касательным
вектором
const c3d::PointVector3D & p2, // Вторая точка с
касательным вектором
doubled_fix, // Инженерный дискриминант
double cvt_0, // Кривизна в первой точке
double cvt_1, // Кривизна во второй точке
MbVector3D v[], // GB-полигон
double u[] ) // узлы
//Модификация для пространственного ГО
MbVector3D v_r0_bp1, v_r3_bp2;
v_r0_bp1 = bp[1] - r0; // Вектор первого звена
на плоского B-полигона
v_r3_bp2 = bp[2] - r3; // Вектор третьего звена
на плоского B-полигона
double s_r0_bp1, s_r3_bp2;
s_r0_bp1 = v_r0_bp1.Length();
s_r3_bp2 = v_r3_bp2.Length();
r1 = r0 + s_r0_bp1 * p1.second; // Укладка первого
звена на первую касательную
r2 = r3 - s_r3_bp2 * p2.second; // Укладка третьего
звена на вторую касательную
```

Протестируем модифицированный метод. Для тестирования используется функционал приложения FairCurveModelerapp ZWCAD [21] / BricsCAD

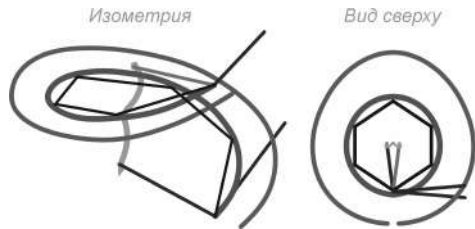


Рис. 3. NURBs-кривая, построенная по улучшенному алгоритму

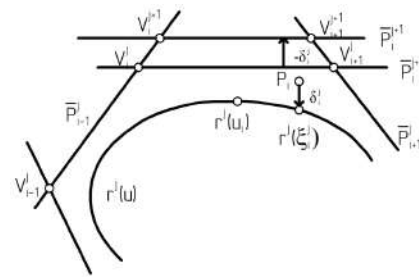


Рис. 6. Схема алгоритма приближения [15]

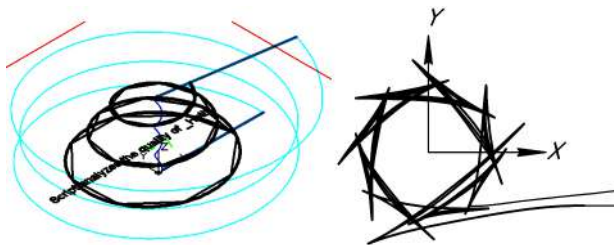


Рис. 4. Прimitives _Helix в ZWCAD. Слева в изометрии, справа — вид сверху на эволюту (увеличено). Построены графики кривизны (тонкие линии большего диаметра) и эволюты на изометрии (в центре, волнистая тонкая линия)

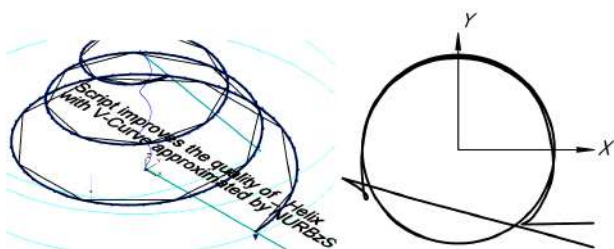


Рис. 5. Построена NURBs-кривая на точках примитива _Helix. Построены графики кривизны (тонкая линия с большим диаметром) и эволюты (в центре изометрии, волнистая тонкая линия). Слева — изометрия, справа — вид сверху на эволюту (увеличено)

[22] / AutoCAD [23], разработанного в системе ToolKit C3D [24]. Вот как выглядит NURBs-кривая после улучшения алгоритма (рис. 3) по сравнению с кривой из работы [15] (рис. 1).

2.1. Улучшение качества примитивов CAD-систем. Проведем сравнительное тестирование с методом аппроксимации примитива _Helix в ZWCAD, BricsCAD, AutoCAD:

1) построим примитив _Helix в ZWCAD и протестируем качество (рис. 4).

Как видим по графикам кривизны, построенная кривая не удовлетворяет базовым требованиям к плавности;

2) попробуем улучшить качество штатной конической кривой. Снимем точки с примитива _Helix и построим кривую с помощью команды построения V-кривой и аппроксимации NURBs-кривой (рис. 5).

Как видим, качество конической спирали существенно улучшилось.

3. Аппроксимация пространственного ГО Эрмита посредством B-сплайновой кривой. Второй метод изогометрической аппроксимации пространственного ГО Эрмита — метод построения B-сплайновой кривой высокой четной степени. Метод был предложен в работе [25].

Предложенный алгоритм полностью ломает стереотипы построения глобальных B-сплайновых кривых и укладывается в новое направление разработки геометрически ориентированных алгоритмов построения кривых.

Применительно к плоскому ГО Эрмита алгоритм описывается следующим образом. Используется множество $\{P_i\}_{i=0}^n$ и множество касательных $\{P_i\}_{i=0}^n$ таким образом, что касательная ломаная $\{V_i\}_{i=0}^{n+1}$, определенная точками пересечения касательных, будет изогометрична моделируемой кривой.

Формулируется задача изогометрического построения на плоской ломаной инцидентную точкам $\{P_i\}_{i=0}^n$ B-сплайновой кривой. Необходимо определить B-сплайновую кривую $r(u)$ четной степени, изогометрическую форме ломаной $\{V_i\}_{i=0}^{n+1}$ и инцидентную точкам $\{P_i\}_{i=0}^n : r(\xi_i) = P_i, i = 0, 1, \dots, n$ в точках ξ_i фиксированной сетки $\Delta u: u_{i-1} < \xi_i < u_{i+1}, i = 1, \dots, n - 1; \xi_0 = u_0 \dots \xi_n = u_n$.

Ключевым моментом в предлагаемом итерационном алгоритме является то, что область корректности решения ограничивается условием изогометричности s-полигона форме касательной ломаной $\{V_i\}_{i=0}^{n+1}$.

Пусть на некотором j-ом шаге приближения в области корректности получен s-полигон $\{V_i^j\}$ (рис. 6).

Невязка локального приближения на участке $u_{i-1} < u < u_{i+1}$ определяется как кратчайшее расстояние δ_i^j от точки P_i до B-сплайновой кривой:

$$\delta_i^j = r^j(\xi_i) - P_i, \quad u_{i-1} < \xi_i < u_{i+1}. \quad (1)$$

Точки V_i^j, V_{i+1}^j получаются как точки пересечения прямых $\bar{P}_{i-1}^j, \bar{P}_i^j, \bar{P}_{i+1}^j$, совпадающих со звеньями $V_{i-1}^j V_i^j, V_i^j V_{i+1}^j, V_{i+1}^j V_{i+2}^j$.

Переопределяются точки V_i^j, V_{i+1}^j параллельным смещением прямой \bar{P}_i^j на величину локальной невязки — δ_i^j . Точки пересечения смещенной прямой \bar{P}_i^j с прямыми $\bar{P}_{i-1}^j, \bar{P}_{i+1}^j$ определяют новые точки V_i^{j+1}, V_{i+1}^{j+1} . Модифицированный s-полигон $V_{i-1}^j, V_i^{j+1}, V_{i+1}^{j+1}, V_{i+2}^j$ уменьшит локальную невязку δ_i^j . Благодаря свойствам B-сплайнов, влияние точек V_i^{j+1}, V_{i+1}^{j+1} наиболее сильно на отрезке $u_{i-1} < u < u_{i+1}$, резко уменьшается за его пределами и становится нулевым за пределами отрезка $u_{i-m/2} < u < u_{i+m/2}$.

На основе этого свойства строится регуляризующий алгоритм последовательных приближений как последовательность параллельных смещений звеньев $\bar{P}_i^j = V_i^j V_{i+1}^j$, на величины — $\delta_i^j, 0, 1, \dots, n$.

Для построения пространственной B-сплайновой кривой алгоритм модифицируется следующим образом.

Точки конической спирали

- 150.0,0.0,0.0,1.0
- 129.701,70.3711,0.0,1
- 51.8511,133.94,0.0,1
- 52.6723,129.297,0.0,1
- 123.385,56.251,0.0,1
- 124.556, -42.4485,0.0,1
- 59.6071, -112.798,0.0,1
- 32.9665, -119.089,0.0,1
- 102.264, -61.9321,0.0,1
- 112.965,24.2747,0.0,1
- 63.2448,91.8666,0.0,1
- 16.4157,106.26,0.0,1
- 81.687,63.5706,0.0,1
- 99.0491, -9.4263,0.0,1
- 62.9406, -71.8042,0.0,1
- 3.33705, -91.4122,0.0,1
- 62.2939, -61.3918,0.0,1
- 83.4295, -1.8277,0.0,1
- 58.9667,53.2286,0.0,1
- 6.04994,75.183,0.0,1
- 44.677,55.7132,0.0,1
- 66.7552,9.31806,0.0,1
- 51.6838, -36.7037,0.0,1
- 11.6269, -58.2294,0.0,1
- 29.3689, -46.9359,0.0,1
- 49.0338, -17.2364,0.0,1

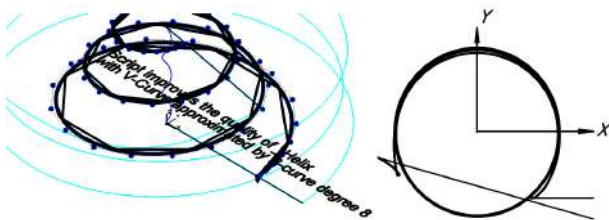


Рис. 7. FairCurveModeler. Аппроксимация конической спирали. График кривизны — тонкая линия, эволюта — тонкая линия в центре, волнистая. Слева — изометрия, справа — вид сверху на эволюту (увеличено)

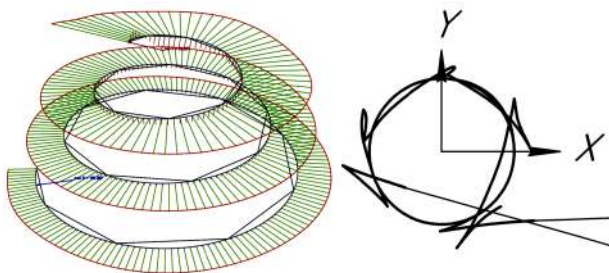


Рис. 8. 'AliasDesignStudio'. Аппроксимация конической спирали посредством B-сплайновой кривой степени 7. Слева — картинка из 'AliasDesignStudio', справа — вид сверху на эволюту (увеличено)

B-сплайновая кривая восстанавливается непосредственно на пространственном ГО Эрмита. Основным алгоритмом и в этом случае остается алгоритм приближения плоской кривой. Невязка (1) $\delta_i^j = r^j(\xi_i^j) - P_i$ определяется как вектор расстояния от точки $r^j(\xi_i^j)$ на пространственной B-сплайновой кривой до вершины P_i пространственной ломаной инцидентности P_i . Исходная пространственная касательная ломаная $\{V_i\}_0^{n+1}$ и последующие ломаные управляющих точек $\{V_i\}_{-k1}^{n+k2}$ по итерациям приближения определяются точками «псевдопересечения» скрещивающихся касательных прямых $\{\bar{P}_i\}_{i=0}^n$. Эти

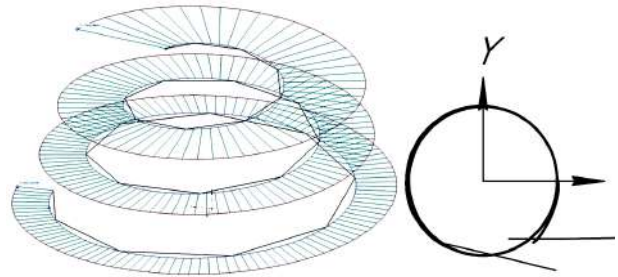


Рис. 9. NX. Аппроксимация конической спирали B-сплайновой кривой степени 8. Слева — картинка из NX, справа — вид сверху на эволюту (увеличено)

точки совпадают с серединой отрезка, которые соединяют ближайшие точки касательных прямых.

Проверим, как работает алгоритм на оптимизированном пространственном ГО Эрмита (рис. 1).

Выполним сравнительное тестирование с CAD-системами 'RhinoCeros 3D' [26], 'AliasDesignStudio' [27] и NX [28] демо-версий 2023–2024 гг.

В качестве исходных данных используем точки (Приложение 1), снятые с пространственного примитива _Helix (конической спирали).

Построим B-сплайновую кривую степени 8 на этих точках в FairCurveModeler (рис. 7).

Эволюта практически идеальной формы, за исключением конечных участков. Это кривая класса F.

3.1. Сравнение с 'AliasDesignStudio'. Построим на тех же точках B-сплайновую кривую 7-й степени в 'AliasDesignStudio' (рис. 8). 7-я степень самая высокая в 'AliasDesignStudio'.

Это не кривая класса F.

3.2. Сравнение с NX. Построим на тех же точках B-сплайновую кривую 7-й степени в NX (рис. 9).

Надо отдать должное разработчикам NX. Эволюта практически идеальной формы, за исключением конечных участков. Тем не менее метод NX не является методом класса F. В следующей статье авторы покажут существенные ограничения CAD-систем, не позволяющие им претендовать на высокое звание топ системы.

Выводы

1. Улучшен алгоритм построения пространственной V-кривой путем коррекции направлений касательных на пространственной ломаной при построении множества К2П двойного соприкосновения.

2. Улучшен алгоритм аппроксимации V-кривой посредством NURBs-кривой. Показана возможность существенного улучшения качества примитива _Helix (конической спирали) в CAD-системах ZWCAD, BricsCAD, AutoCAD.

3. За счет качественной модификации геометрически ориентированных методов достигнуто существенное улучшение качества B-сплайновой кривой высокой степени, которая аппроксимирует V-кривую. Сравнительное тестирование метода FairCurveModeler на примере построения B-сплайновой кривой высокой степени показывает существенное преимущество перед методами CAD-систем, таких как 'RhinoCeros 3D' и 'AliasDesignStudio'.

Библиографический список

1. Schoenberg I. J. Contributions to the problem of approximation of equidistant data by analytic functions. Part B. On

- the problem of osculatory interpolation. a second class of analytic approximation formulae // *Quart. Appl. Math.* 1946. Vol. 4, № 2. P. 112–141. URL: <https://www.ams.org/journals/qam/1946-04-02/S0033-569X-1946-16705-2/S0033-569X-1946-16705-2.pdf> (дата обращения: 05.11.2023).
2. Schoenberg I. J. Contributions to the problem of approximation of equidistant data by analytic functions. Part A. On the problem of smoothing or graduation. a first class of analytic approximation formulae // *Quart. Appl. Math.* 1946. Vol. 4, № 1. P. 45–99. URL: <https://www.ams.org/journals/qam/1946-04-01/S0033-569X-1946-15914-5/S0033-569X-1946-15914-5.pdf> (дата обращения: 05.11.2023).
3. Завьялов Ю. С. Методы сплайн функций / под ред. Н. Н. Яненко. Москва: Наука, 1980. 352 с.
4. Бор К. Практическое руководство по сплайнам / пер. с англ. В. К. Галицкого, С. А. Шестакова; под ред. В. И. Скурихина. Москва: Радио и связь, 1985. 304 с.
5. Завьялов Ю. С. Сплайны в инженерной геометрии. Москва: Машиностроение, 1985. 224 с.
6. Фокс А., Пратт М. Вычислительная геометрия. Применение в проектировании и на производстве / пер. с англ. Г. П. Бабенко, Г. П. Воскресенского. Москва: Мир, 1982. 304 с.
7. Математика и САПР. В 2 кн. / пер с фр. Москва: Мир, 1980. 204 с. Кн. 1. ISBN 5-03-000417-3.
8. Математика и САПР. В 2 кн. / пер с фр. Москва: Мир, 1980. 260 с. Кн. 2. ISBN 5-03-000465-3.
9. Piegl L., Tiller W. The NURBS Book. 2nd ed. Springer Verlag, 1997. 660 p.
10. Роджерс Д., Адамс Дж. Математические основы машинной графики / пер. с англ. П. А. Монахова. Москва: Мир, 2001. 604 с. ISBN 5-03-002143-4.
11. Гребенников А. И. Метод сплайнов и решение некорректных задач теории приближений. Москва: Изд-во МГУ, 1983. 208 с.
12. Квасов Б. И. Методы изогометрической аппроксимации сплайнами. Москва: Физико-математическая литература. 2006. 416 с. ISBN 978-5-93972-416-6.
13. Karavelas M. I., Kaklis P. D. Spatial shape-preserving interpolation using v splines // *Numerical Algorithms*. 2000. № 23 (2). P. 217–250.
14. Karim S. A. A., Pang K. V. Shape Preserving Interpolation Using Spline Rational Cubic // *Journal of Applied Mathematics*. 2016. Vol. 2016 (3). P. 1–14. DOI: 10.1155/2016/4875358.
15. Муфтеев В. Г. Моделирование кривых высокого качества на основе V-кривых // *Прикладная геометрия*. 2007. № 9 (19). С. 25–74. EDN: ZXMXFL.
16. Муфтеев В., Максименко А. Функциональные кривые высокого качества — инновация в геометрическом моделировании от C3D Labs // *САПР и графика*. 2021. № 5 (295). С. 62–72. EDN: ZFNGJL.
17. Муфтеев В. Г., Максименко А. Э., Ахметшин Р. И. [и др.]. Прикладные САПР и приложения на основе геометрического ядра C3D для проектирования изделий с функциональными кривыми // *Графикон: тр. междунар. конф. по компьютерной графике и зрению*. 2021. № 31. С. 75–87. DOI: 10.20948/graphicon-2021-1-75-87. EDN: NWTYDG.
18. Муфтеев В. Г., Марданов А. Р. Моделирование кривых линий высокого качества // *Прикладная геометрия*. 2006. № 8 (18). С. 37–66. EDN: ZWKAKR.
19. Котов И. И. Начертательная геометрия (на принципах программированного обучения). Москва: Высшая школа, 1970. 384 с.
20. Котов И. И. Аппроксимация пяти- и шестипараметрическими кривыми // *Кибернетика графики и прикладная геометрия поверхностей*. Вып. 12. Труды Московского авиационного института имени С. Орджоникидзе. 1975. Вып. 331. С. 39–49.
21. Компания ZWSOFT. URL: <https://sapr-soft.ru/> (дата обращения: 05.11.2023).
22. BricsCAD. URL: <https://www.bricsys.com/> (дата обращения: 05.11.2023).
23. Autodesk AutoCAD// AutoCAD. URL: <https://www.autodesk.com/products/autocad/overview?term=1-YEAR&tab=subscription> (дата обращения: 05.11.2023).
24. C3D ToolKit. URL: <https://c3dlabs.com/en/products/c3d-toolkit/> (дата обращения: 05.11.2023).
25. Муфтеев В. Г., Марданов А. Р. Изогометрическое моделирование кривых линий и поверхностей высокого качества по базовым критериям плавности // *Информатика, кибернетика и вычислительная техника: сб. науч. тр. ДонГТУ*. 2009. Вып. 10 (153). С. 131–145.
26. Rhino Ceros 3D. <https://www.rhino3d.com/> (дата обращения: 05.11.2023).
27. Alias Design Studio// Autodesk. URL: <https://www.autodesk.com/products/alias-products/overview?term=1-YEAR&tab=subscription> (дата обращения: 05.11.2023).
28. NX CAD and CAM software //Siemens. URL: <https://plm.sw.siemens.com/en-US/nx/> (дата обращения: 05.11.2023).

МУФТЕЕВ Валериян Гайнизаманович, кандидат технических наук, ведущий математик-программист ООО «СЗД ЛАБС», г. Москва.

SPIN-код: 7361-8032

AuthorID (РИНЦ): 1006623

ORCID: 0000-0003-4352-3381

Адрес для переписки: muftejev@mail.ru

ЗИГАНШИНА Файруза Тахваловна, кандидат физико-математических наук, доцент (Россия), и.о. ведущего кафедрой «Комплексный инжиниринг и компьютерная графика» Уфимского государственного нефтяного технического университета (УГНТУ), г. Уфа.

SPIN-код: 6326-3600

AuthorID (РИНЦ): 866017

AuthorID (SCOPUS): 57215302498

Адрес для переписки: fairusa85@mail.ru

ГУМЕРОВ Вадим Ильдарович, независимый исследователь, г. Уфа.

Адрес для переписки: gumerov2008@mail.ru

НАБИЕВ Рифкат Ильшатович, кандидат технических наук, доцент кафедры «Эксплуатация наземного транспорта в нефтегазовой промышленности и строительстве (ЭНТ)» УГНТУ, г. Уфа.

SPIN-код: 4883-7004

AuthorID (РИНЦ): 391526

Адрес для переписки: dizain55@yandex.ru

ЕФИМОВА Гульсия Маратовна, старший преподаватель кафедры «Комплексный инжиниринг и компьютерная графика» УГНТУ, г. Уфа.

SPIN-код: 3898-7937

AuthorID (РИНЦ): 836063

Адрес для переписки: gylsia@mail.ru

Для цитирования

Муфтеев В. Г., Зиганшина Ф. Т., Гумеров В. И., Набиев Р. И., Ефимова Г. М. Качественная модификация геометрически ориентированных методов построения пространственных кривых в C3D FairCurveModeler // *Омский научный вестник*. 2024. № 3 (191). С. 48–55. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-48-55.

Статья поступила в редакцию 31.01.2024 г.

© В. Г. Муфтеев, Ф. Т. Зиганшина, В. И. Гумеров, Р. И. Набиев, Г. М. Ефимова

QUALITATIVE MODIFICATION OF GEOMETRICALLY ORIENTED METHODS FOR CONSTRUCTING SPATIAL CURVES IN C3D FAIRCURVEMODELER

The article provides a detailed algorithm for improving the C3D FairCurveModeler commands for constructing a class *F* spatial curve with approximation by a rational cubic spline Bezier curve (*NURBzS*-curve) and with approximation by a high-degree *B*-spline curve. The improvement is achieved by optimizing the structure of the Hermite spatial Geometric Determinant when defining it on a spatial virtual curve (*V*-curve) created on a set of double-tap conical curves. The structure of the Hermite Geometric Determinant is improved by changing the direction of the tangents, taking into account the spatial directions of the tangents at the end points of the conic segments at the step of constructing the set of double-tap conical curves.

To demonstrate the modified method, the work shows

1) Improving the quality of a conical spiral modeled by the regular `_Helix` command of CAD systems ZWCAD, BricsCAD, AutoCAD by using the C3D FairCurveModeler command for creating a *NURBzS*-curve.

2) Construction of a *B*-spline curve of the 8th degree on the points of a conical spiral by the C3D FairCurveModeler command and comparison with similar constructions in the CAD systems 'Rhino Ceros D', 'Alias Design Studio', NX which declare the construction of high quality curves (class *A*).

Keywords: Spatial spline curve, C3D FairCurveModeler, C3D geometric kernel, conic curves, class *A* curves, class *F* curves.

References

1. Schoenberg I. J. Contributions to the problem of approximation of equidistant data by analytic functions. Part B. On the problem of osculatory interpolation. a second class of analytic approximation formulae // Quart. Appl. Math. 1946. Vol. 4, № 2. P. 112–141. URL: <https://www.ams.org/journals/qam/1946-04-02/S0033-569X-1946-16705-2/S0033-569X-1946-16705-2.pdf> (accessed: 05.11.2023). (In Engl.).

2. Schoenberg I. J. Contributions to the problem of approximation of equidistant data by analytic functions. Part A. On the problem of smoothing or graduation. a first class of analytic approximation formulae // Quart. Appl. Math. 1946. Vol. 4, no. 1. P. 45–99. URL: <https://www.ams.org/journals/qam/1946-04-01/S0033-569X-1946-15914-5/S0033-569X-1946-15914-5.pdf> (accessed: 05.11.2023). (In Engl.).

3. Zavyalov Yu. S. Metody splayn funktsiy [Spline function methods] / Ed. by N. N. Yanenko. Moscow, 1980, 352 p. (In Russ.).

4. Bor K. Prakticheskoye rukovodstvo po splaynam [A practical guide to splines] / trans. from Engl. V. K. Galitskogo, S. A. Shestakova; ed. by V. I. Skurikhina. Moscow, 1985. 304 p. (In Russ.).

5. Zavyalov Yu. S. Splayny v inzhenernoy geometrii [Splines in engineering geometry]. Moscow, 1985. 224 p. (In Russ.).

6. Foks A., Pratt M. Vychislitel'naya geometriya. Primeneniye v proyektirovanii i na proizvodstve [Computational Geometry. Applications in design and manufacturing] / trans. from Engl. G. P. Babenko, G. P. Voskresenskogo. Moscow, 1982. 304 p. (In Russ.).

7. Matematika i SAPR. V 2 kn. [Mathematics and CAD. In 2 bks.] // trans. from Fr. S. D. Chigiryu. Moscow, 1980. Bk. 1. 204 p. ISBN 5-03-000417-3. (In Russ.).

8. Matematika i SAPR. V 2 kn. [Mathematics and CAD. In 2 bks.] // trans. from Fr. V. V. Kovalenko, S. D. Chigiryu. Moscow, 1980. Bk. 2. 260 p. ISBN 5-03-000465-3. (In Russ.).

9. Piegl L., Tiller W. The NURBS Book. 2nd ed. Springer Verlag, 1997. 660 p. (In Engl.).

10. Rodzhers D., Adams Dzh. Matematicheskiye osnovy mashinnoy grafiki [Mathematical foundations of machine graphics] / trans. from Engl. P. A. Monakhova. Moscow, 2001. 604 p. ISBN 5-03-002143-4. (In Russ.).
11. Grebennikov A. I. Metod splaynov i resheniye nekorrektnykh zadach teorii priblizheniy [Method of splines and solution of incorrect problems of approximation theory]. Moscow, 1983. 208 p. (In Russ.).
12. Kvasov B. I. Metody izogeometricheskoy approksimatsii splaynami [Methods of isogeometric approximation by splines]. Moscow, 2006. 416 p. ISBN 978-5-93972-416-6. (In Russ.).
13. Karavelas M. I., Kaklis P. D. Spatial shape-preserving interpolation using — splines // Numerical Algorithms. 2000. No. 23 (2). P. 217–250. (In Engl.).
14. Karim S. A. A., Pang K. V. Shape Preserving Interpolation Using Spline Rational Cubic // Journal of Applied Mathematics. 2016. Vol. 2016 (3). P. 1–14. DOI: 10.1155/2016/4875358. (In Engl.).
15. Mufteev V. G. Modelirovaniye krivyykh vysokogo kachestva na osnove V-krivyykh [Modeling of high quality curved lines] // Prikladnaya geometriya. *Applied Geometry*. 2007. No. 9 (19). P. 25–74. EDN: ZXMXFL. (In Russ.).
16. Mufteev V., Maksimenko A. Funktsional'nyye krivyye vysokogo kachestva — innovatsiya v geometricheskom modelirovanii ot C3D Labs [High quality functional curves — an innovation in geometric modeling from C3D Labs] // SAPR i grafika. *CAD and Graphics*. 2021. No. 5 (295). P. 62–72. EDN: ZFNGJI. (In Russ.).
17. Mufteev V. G., Maksimenko A. E., Akhmetshin R. I. [et al.]. Prikladnyye SAPR i prilozheniya na osnove geometricheskogo yadra C3D dlya proyektirovaniya izdeliy s funktsional'nymi krivymi [Applied CAD systems and applications based on the C3D geometric modeling kernel, used for the design of products with functional curves] // Grafikon. *GraphiCon*. 2021. No. 31. P. 75–87. DOI: 10.20948/graphicon-2021-1-75-87. EDN: NWTYDG. (In Russ.).
18. Mufteev V. G., Mardanov A. R. Modelirovaniye krivyykh liniy vysokogo kachestva [Modeling of high quality curved lines] // Prikladnaya geometriya. *Applied Geometry*. 2006. No. 8 (18). P. 37–66. EDN: ZWKAKR. (In Russ.).
19. Kotov I. I. Nachertatel'naya geometriya (na printsipakh programmirovannogo obucheniya) [Descriptive geometry (based on the principles of programmed learning)]. Moscow, 1970. 384 p. (In Russ.).
20. Kotov I. I. Approksimatsiya pyati- i shestiparametricheskimi krivymi [Approximation by five- and six-parameter curves] // Kibernetika grafiki i prikladnaya geometriya poverkhnostey. Vyp. 12. Trudy Moskovskogo aviatsionnogo instituta imeni S. Ordzhonikidze. *Graphics Cybernetics and Applied Surface Geometry. Issue 12. Proceedings of the Moscow Aviation Institute named after S. Ordzhonikidze*. 1975. Issue 331. P. 39–49. (In Russ.).
21. Kompaniya ZWSOFT. Company ZWSOFT. URL: <https://sapr-soft.ru/> (accessed: 05.11.2023). (In Russ.).
22. BricsCAD. URL: <https://www.bricsys.com/> (accessed: 05.11.2023). (In Engl.).
23. Autodesk AutoCAD // AutoCAD. URL: <https://www.autodesk.com/products/autocad/overview?term=1-YEAR&tab=subscription> (accessed: 05.11.2023). (In Engl.).
24. C3D Toolkit//C3D Labs. URL: <https://c3dlabs.com/en/products/c3d-toolkit/> (accessed: 05.11.2023). (In Engl.).
25. Mufteev V. G., Mardanov A. R. Izogeometricheskoye modelirovaniye krivyykh liniy poverkhnostey vysokogo kachestva po bazovym kriteriyam plavnosti [Isogeometric modeling of curved lines and surfaces of high quality by basic smoothness criteria] // Informatika, kibernetika i vychislitel'naya tekhnika. *Informatics, Cybernetics and Computer Science*. 2009. Issue 10 (153). P. 131–145. (In Russ.).
26. Rhino Ceros 3D. URL: <https://www.rhino3d.com/> (accessed: 05.11.2023). (In Engl.).
27. Alias Design Studio// Autodesk. URL: <https://www.autodesk.com/products/alias-products/overview?term=1-YEAR&tab=subscription> (accessed: 05.11.2023). (In Engl.).
28. NX CAD and CAM software // Siemens. URL: <https://plm.sw.siemens.com/en-US/nx/> (accessed: 05.11.2023). (In Engl.).

MUFTEEV Valeriy Gajnzamanovich, Candidate of Technical Sciences, Leading Mathematician Programmer, LLC «C3D Labs», Moscow.

SPIN-code: 7361-8032

AuthorID (RSCI):1006623

ORCID: 0000-0003-4352-3381

Correspondence address: muftejev@mail.ru

ZIGANSHINA Fairuza Tahvalovna, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Head of Integrated Engineering and Computer Graphics Department, Ufa State Petroleum Technological University (USPTU), Ufa.

SPIN-code: 6326-3600

AuthorID (RSCI): 866017

AuthorID (SCOPUS): 57215302498

Correspondence address: fairusa85@mail.ru

GUMEROV Vadim Ildarovich, Independent Researcher, Ufa.

Correspondence address: gumerov2008@mail.ru

NABIEV Rifkat Ilshatovich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of Management and Service in Technical Systems Department, USPTU, Ufa.

SPIN-code: 4883-7004

AuthorID (RSCI): 391526

Correspondence address: dizain55@yandex.ru

EFIMOVA Gulsia Maratovna, Senior Lecturer of Integrated Engineering and Computer Graphics Department, USPTU, Ufa.

SPIN-code: 3898-7937

AuthorID (RSCI): 836063

Correspondence address: gylsia@mail.ru

For citations

Mufteev V. G., Ziganshina F. T., Gumerov V. I., Nabiev R. I., Efimova G. M. Qualitative modification of geometrically oriented methods for constructing spatial curves in C3D FairCurveModeler // Omsk Scientific Bulletin. 2024. No. 3 (191). P. 48–55. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-48-55.

Received January 31, 2024.

© V. G. Mufteev, F. T. Ziganshina, V. I. Gumerov, R. I. Nabiev, G. M. Efimova

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ОБТЕКАНИЯ И ОЦЕНКА ПЕШЕХОДНОЙ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ КОМФОРТНОСТИ КОМПЛЕКСА ЗДАНИЙ

Приводятся и анализируются результаты компьютерного моделирования распределения ветровых потоков вблизи разноплановых объектов — большепролетного и высотного зданий. Анализ пешеходной аэродинамической комфортности проводился для вертикального объекта (высотное здание) отдельно и в комплексе с горизонтальным (большепролетное). Были получены поля распределения ветровых потоков. Результаты эксперимента показывают, что комплексная застройка влияет на их распределение. Изменяется вектор равнодействующей ветровой нагрузки. Меняется скорость и направление распределения ветровых потоков. Близкорасположенные здания либо создают «заслон», снижая скорость ветра, либо способны отражать потоки воздуха, создавая завихрения вблизи объектов.

Ключевые слова: компьютерное моделирование, ветровая нагрузка, пешеходная комфортность, аэродинамическая комфортность, аэродинамические испытания, комплексная застройка, ветровое давление, воздушный поток.

Введение. Аэродинамика зданий и сооружений представляет собой отдельное направление научных и практических изысканий, нацеленных как на получение надежных данных при выполнении проектных работ, так и на оптимизацию методик расчета конструкций зданий и сооружений. Ветровые воздействия оказывают непосредственное влияние на прочностные свойства несущих конструкций, приводя к их деформации и накоплению повреждений. Они вызывают колебания, которые могут привести к резонансным эффектам и возникновению динамической неустойчивости. Учет этих факторов критически важен при расчете объектов по предельным состояниям, чтобы гарантировать их безопасность и долговечность.

Задачи, связанные с аэродинамическим обтеканием твердых тел и систем твердых тел неразрывно связаны с развитием авиации и баллистики [1, 2]. Именно в процессе изучения механики летательных аппаратов перед учеными впервые встал вопрос о характере распределения давлений, скоростей воздушных потоков, их направлении, а также характере обтекания [3]. Известно, что, в зависимости от плавности кривых и поверхностей, находящихся в зоне контакта с воздушными потоками, взаимодействие может происходить в одном из двух режимов — ламинарном, при котором линии тока и элементарные струйки не перемещаются и их линии распространения не пересекаются, и турбулентном, при котором в потоке возни-

кают различные завихрения и прочие возмущения, а процесс разложения потоков на дифференцированные течения становится невозможным.

При работе с ветровыми потоками основное внимание уделяется расчету ветровой нагрузки на несущие конструкции [4–6]. Также важным расчетом является влияние ветровых потоков на конструкции вспомогательного назначения [7, 8], находящиеся вокруг зданий. Отдельного внимания заслуживают вопросы, связанные с обеспечением пешеходной аэродинамической комфортности на прилегающих к зданию территориях. В первую очередь это связано с необходимостью расчета скоростей и предсказания направлений перемещения воздушных масс, а также с определением режимов течения воздушных потоков. При турбулентном режиме, как правило, возникают непредсказуемые воздушные потоки, завихрения, которые оказывают негативное влияние на пешеходов, особенно в условиях дождей, снегопадов и пр. Пешеходная комфортность является одним из немаловажных факторов при выборе места жительства. Взаимное расположение различных природных или техногенных объектов может приводить как к снижению силы ветра, так и к её увеличению в их окружении, что, в свою очередь, будет влиять на комфорт передвижения людей, их времяпрепровождение на дворовых территориях или на работу уличных служб. Изучение данного вопроса является актуальным при строительстве современных многоквар-

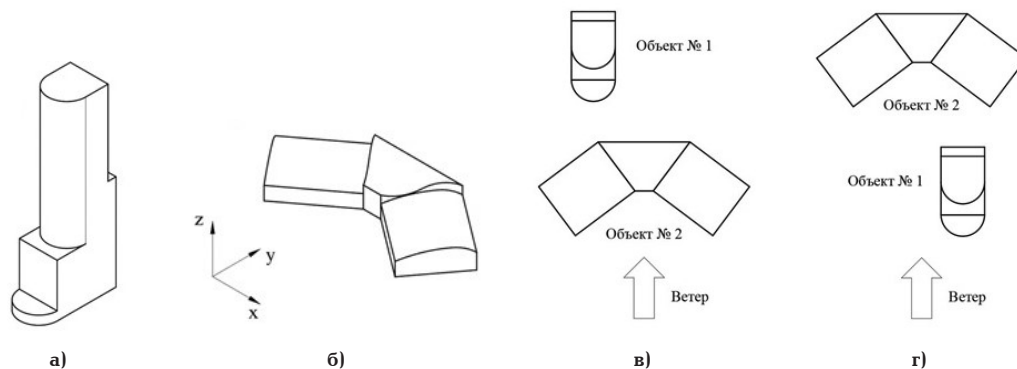


Рис. 1. Геометрическая форма объектов исследования: а) объект № 1; б) объект № 2 и схемы расположения объектов относительно друг друга, принятые для исследования: в) положение № 1; г) положение № 2

тирных жилых кварталов, а также при возведении зданий внутри существующих городских застроек [9, 10]. В настоящее время нормативные методики [4] не затрагивают вышеописанные проблемы даже в случаях, когда очертание объекта полностью совпадает с предлагаемыми упрощенными схемами.

На сегодняшний день уникальные объекты сложной геометрической формы, как правило, не проектируются изолированными, а возводятся в комплексе, при этом каждое отдельное здание может считаться элементом общей системы. Геометрия системы объектов в таком случае начинает играть не менее важную роль, чем геометрические особенности форм каждого объекта в отдельности. При этом в сравнении с изолированным положением изменяется характер обтекания каждого элемента системы, что приводит к изменению статического состояния — смещение точек приложения равнодействующих, изменение опрокидывающих моментов и пр. Например, для системы, приведенной на (рис. 1), влияние взаимного расположения и внутренней геометрической ориентации объектов сложной геометрической формы, расположенных в непосредственной близости по отношению друг к другу, оказывается весьма существенным, что приводит к необходимости использования новых современных методов расчета при проектировании комплексов зданий и сооружений.

Таким образом, выполнение компьютерного моделирования и экспериментального исследования является не только необходимым при проектировании конкретных объектов, но также может привести к уточнению существующих и разработке новых методик расчета характеристических составляющих ветрового давления [11–14] и предсказания аэродинамических явлений в пространствах, окружающих объекты сложной геометрической формы [15]. Целью настоящего исследования является количественная и качественная оценка взаимного влияния зданий комплекса на общий аэродинамический портрет системы при взаимодействии с ветровыми потоками.

В статье рассматривается вопрос распределения ветрового потока на здания, расположенные в непосредственной близости друг от друга. Задачей исследования является изучение влияния, оказываемого ветровыми потоками при взаимодействии со зданиями, на окружающую обстановку: комфортность пешеходных зон, возможность работы обслуживающего персонала при необходимости использования средств индивидуального крепления при

обслуживании ограждающих конструкций здания снаружи, а также возможность безопасного выхода технического персонала на кровлю.

Методика компьютерного моделирования. Компьютерное моделирование имеет целый ряд преимуществ перед экспериментальным исследованием. В первую очередь это касается трудоемкости и материально-технической базы. Аэродинамические установки являются весьма сложными инженерными объектами, требующими больших площадей для создания весьма малых рабочих пространств. Подготовка моделей для проведения таких экспериментов является трудоемкой задачей, при этом не всегда может быть достигнуто аэродинамическое подобие. Таким образом, второй главный недостаток экспериментального исследования аэродинамических особенностей зданий — это масштабный фактор. Необходимо разрабатывать методики, позволяющие осуществить корректный переход от модели объекта к реальному сооружению, масштаб при этом составляет 100–1000 единиц. С практической точки зрения, экспериментальные исследования являются, как правило, менее наглядными; измеряемые величины определяются для ограниченного числа наперед заданных точек; затрудняется визуализация линий тока; измерение скоростей и варьирование режимов турбулентности крайне осложнены.

Тем не менее эксперимент остается неотъемлемой частью научных исследований, в первую очередь это связано с возможностью выполнения независимого контроля результатов решения с помощью компьютерного моделирования.

В качестве исследования было выбрано два объекта соизмеримых размеров, расположенные в непосредственной близости друг от друга (рис. 1). Первый объект представляет собой аналог высотного здания, вертикальный размер которого преобладает над горизонтальным. Второй объект — большепролетное здание с достаточно небольшой высотой по сравнению с горизонтальными размерами. Оба объекта имеют уникальную форму с изогнутыми поверхностями, что также способствует проведению эксперимента для определения более точных результатов, чем расчеты типовых форм.

Моделирование заключается в решении систем дифференциальных уравнений Навье–Стокса, позволяющих описывать обтекание твердых объектов потоками жидкости или газа. При этом выполняется совместное использование уравнений движения [14, 16, 17]:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} &= \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} &= \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] \end{aligned} \right. \quad (1)$$

и уравнения неразрывности (2):

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (2)$$

где u, v, w (м/с) — проекции скоростей движения частиц в элементарных потоках на оси принятой глобальной системы координат XYZ ; t — время (с); ρ — плотность аэродинамической среды (кг/м^3), в условиях решаемой задачи принимается плотность атмосферы; p — давление в изучаемой точке пространства (Па); μ/ρ — коэффициент кинематической вязкости среды ($\text{м}^2/\text{с}$), где μ — соответственно, коэффициент динамической вязкости ($\text{кг}/(\text{м}\cdot\text{с})$) [16, 17].

При этом система уравнений (1) может быть представлена в матричном виде (3):

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = -(\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} + \frac{\mu}{\rho} \Delta \mathbf{V} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{f}, \quad (3)$$

где ∇ — оператор набла; Δ — векторный оператор Лапласа; \mathbf{V} — поле векторов скоростей; \mathbf{f} — поле векторов массовых сил.

Следует отметить, что система уравнений (1) в общем случае заметно усложняется, если учитывать сжимаемость среды ($\rho \neq \text{const}$), но данный эффект проявляется при значительно больших скоростях [1, 2].

В условиях аэродинамического взаимодействия статичных объектов с ветровыми потоками эффектом сжимаемости можно пренебречь.

В настоящее время не удалось получить плавного аналитического решения уравнения (1). Это диктует необходимость использования численных методов, при которых расчетная область представляется в виде совокупности большого числа объемов малого размера, законы распределения искомых величин внутри которых (давлений, скоростей и пр.) считаются известными (например, изменяющимися по линейному закону). Тогда системы дифференциальных уравнений могут быть заменены на системы большого количества алгебраических уравнений. При этом точность полученных результатов будет тем выше, чем больше конечных объемов содержит система. Трудоемкие для ручного счета системы могут быть решены с помощью специализированных программно-вычислительных комплексов.

Компьютерное моделирование ветрового потока выполняется в программно-вычислительном комплексе Ansys CFX, модуль Fluent. Объекты были подвержены ветровой атаке по направлению оси Y (рис. 1а, б), являющейся для них осью симметрии. Для моделирования были созданы геометрические схемы как самих зданий, так и окружающего их пространства, после чего для системы задавались граничные условия. В первую очередь это условие «wall» для поверхностей, образующих изучаемые объекты и поверхность земли. Данное условие гарантирует отсутствие скоростей, направленных по нормали к поверхностям (также носит название «непротекание») и обеспечивает свободное проскальзывание воздушных потоков вдоль поверхности. На входе в рабочую область применяется условие «inlet speed», фиксирующее скорость ветровых потоков на входе (в исследовании принималась скорость 12 м/с). С целью получения достоверной информации размеры рабочей области назначаются таким образом, чтобы после взаимодействия с объектами аэродинамические потоки возвращались к исходному невозмущенному состоянию, что обеспечит отсутствие влияния границ на результаты моделирования. С той же целью на выходе из расчетной области назначается граничное условие «static pressure» со значением 0 Кпа, что говорит об отсутствии избыточного давления в зонах, достаточно удаленных от изучаемых объектов. Для контроля правильности решения на остальных поверхностях задается условие симметрии свойств.

При дискретизации пространства и построении сетки конечных объемов с целью уменьшения

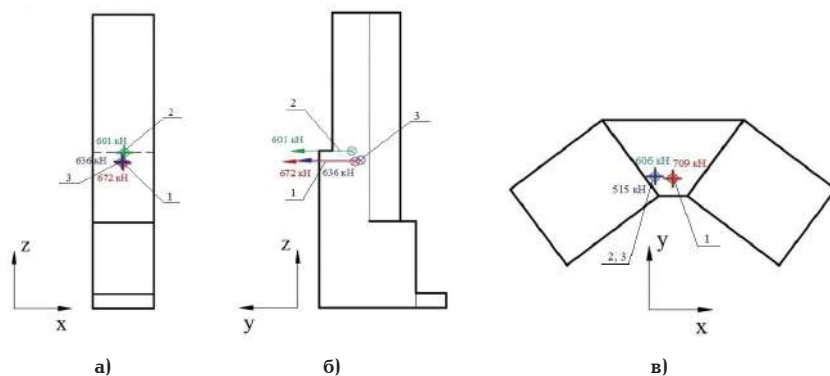


Рис. 2. Равнодействующие сил ветрового давления: вектор 1 при одиночном расположении объектов, вектор 2 — положение № 1 объектов, вектор 3 — положение № 2; а) для объекта № 1 (проекция XOZ); б) для объекта № 1 (проекция YOZ); в) для объекта № 2

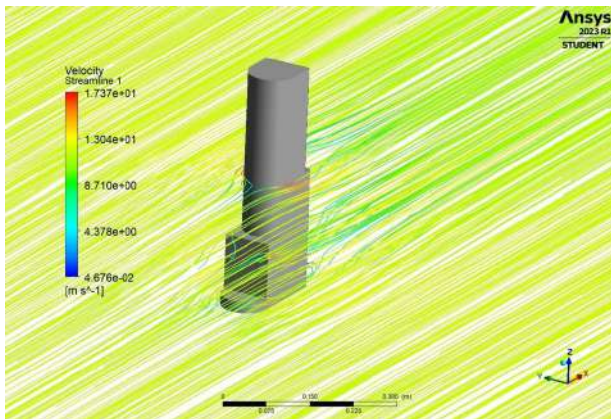


Рис. 3. Объект № 1. Распределение ветровых потоков

затрат оперативной памяти принималась гипотеза отсутствия возмущений в точках, удаленных от концентраторов, которыми в данном случае являются непосредственно изучаемые объекты. Данное допущение является расширением известного в сопротивлении материалов и теории упругости принципа Сен-Венана. Согласно принятым допущениям, сгущение сетки конечных объёмов необходимо выполнять лишь в окрестностях здания, а в удаленных точках разбивка принимается более грубой.

Результаты компьютерного моделирования.

По результатам исследования распределения ветрового давления было определено, что положение равнодействующей сил ветровой нагрузки, приложенных к статичному объекту, меняется, если рассматривать этот объект в комплексе с другими, схожими по габаритам (рис. 2). Наличие или отсутствие рядом с рассматриваемым объектом других объектов, объединенных одной аэродинамической средой, изменяет также значение модуля равнодействующей. Изучение влияния взаимного расположения объектов будет неокончательным, если не оценить пешеходную аэродинамическую комфортность вблизи рассматриваемых зданий.

Для анализа аэродинамической пешеходной комфортности рассматриваются те же два объекта

исследования (рис. 1) в комплексе и для сравнения вертикальный объект отдельно.

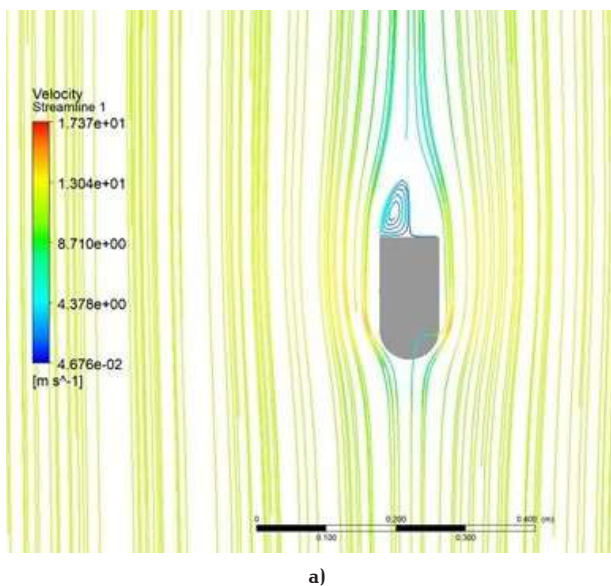
В качестве результатов эксперимента получаем поля распределения ветрового потока вокруг объектов при их взаимных положениях 1 и 2 (рис. 1в, г) и для отдельно расположенного объекта № 1.

Для отдельно рассматриваемого объекта № 1 при заданной скорости ветра 12 м/с наблюдается существенное снижение скорости ветра с наветренной стороны (в 3 раза) и увеличение в 1,4 раза с боковых. С подветренной стороны скорость ветра также снижается в несколько раз, но при этом наблюдается резкая смена её направления и образование вихревых потоков (рис. 3, 4).

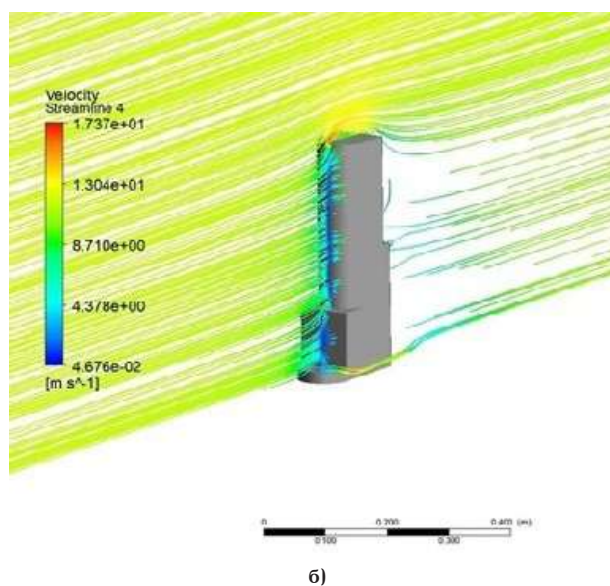
Для более точной оценки аэродинамической пешеходной комфортности в условиях застройки, приближенной к реальной, необходимо рассмотреть этот объект в комплексе со вторым.

Положение объектов № 1. Горизонтальный объект (низкое большепролетное здание) располагается впереди вертикального (высотное здание). Наблюдается небольшое снижение максимального значения модуля скорости ветра (менее чем на 0,4 м/с), при этом меняется характер распределения направления ветровых потоков (рис. 5). Горизонтальный объект № 2 осуществляет роль «заграждения» и ветровые потоки у основания объекта № 1 более «спокойные», отсутствуют резкие смены направлений и вихревые потоки за ним (рис. 6а). При этом с подветренной стороны вблизи низкого объекта образуются значительные завихрения со снижением скорости почти в 10 раз. Увеличение скорости в 1,4 раза наблюдается на горизонтальных участках объекта № 2. Влияние рассматриваемого положения объектов не вносит существенного влияния на распределение ветровых потоков по высоте объекта № 1 по сравнению с его одиночным расположением (рис. 6б).

Положение объектов № 2 вносит существенные изменения в характер распределения ветровых потоков (рис. 7). Значительные завихрения с падением скорости ветра наблюдаются с подветренной стороны обоих объектов. Скорость на горизонтальных участках объекта № 2, расположенного сзади, снизилась в 1,5 раза по сравнению с положением



а)



б)

Рис. 4. Объект № 1. Распределение ветровых потоков в плоскостях: а) в уровне 1,5 метра от земли; б) профиль воздушных потоков

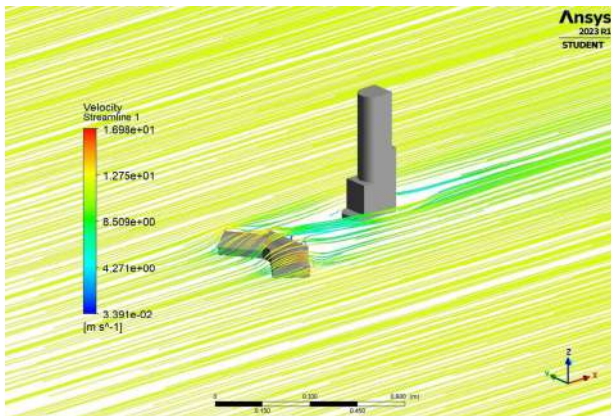


Рис. 5. Положение № 1. Распределение ветровых потоков

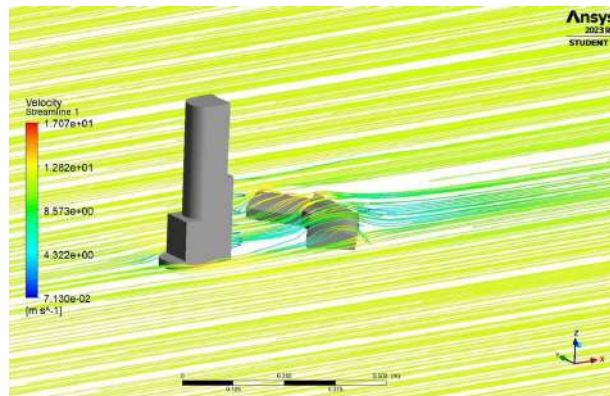
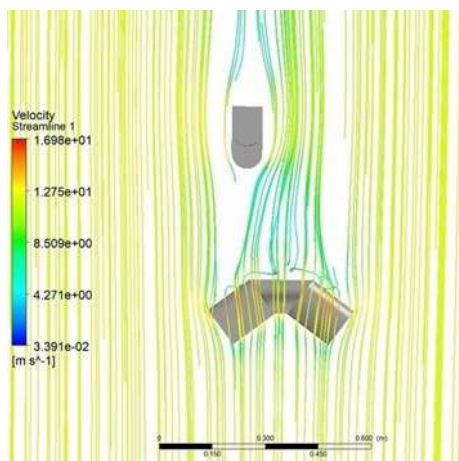
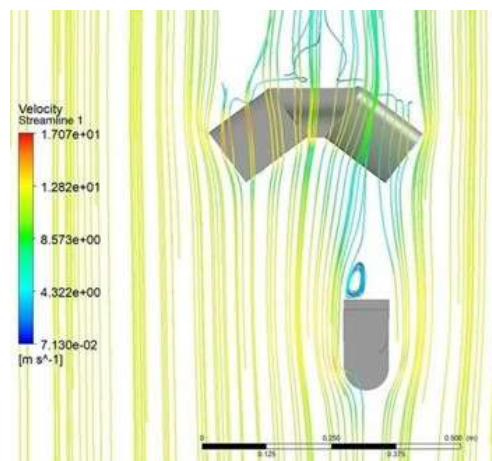


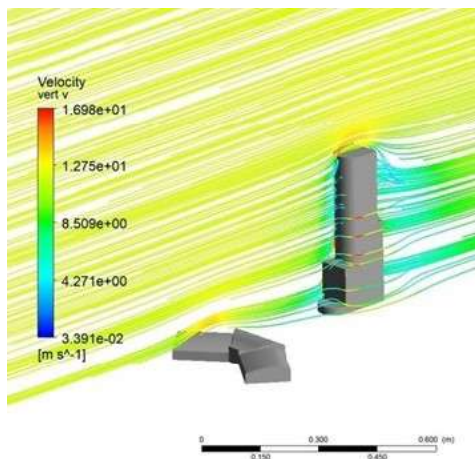
Рис. 7. Положение № 2. Распределение ветровых потоков



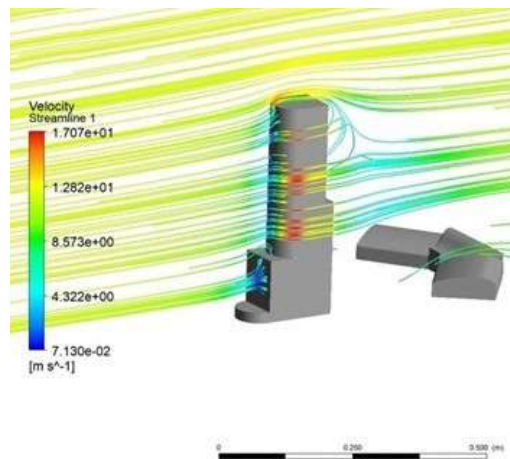
а)



а)



б)



б)

Рис. 6. Положение № 1. Распределение ветровых потоков в плоскостях:
а) в горизонтальной плоскости;
б) профиль воздушных потоков

Рис. 8. Положение № 2. Распределение ветровых потоков в плоскостях:
а) в горизонтальной плоскости;
б) профиль воздушных потоков

№ 1 в своём максимальном значении. На части горизонтального участка, закрытой от ветра высоким объектом, наблюдается снижение скорости почти в 2 раза (рис. 8а). Но при этом завихрения ветрового потока появляются по высоте вертикального объекта № 1, чего не происходило при продувании его отдельно (рис. 8б).

Обсуждение результатов моделирования. Данные, полученные в результате компьютерного мо-

делирования, позволяют заключить, что рассматриваемые объекты обладают достаточно хорошими аэродинамическими характеристиками, существенно не увеличивающими скорость ветра в их окружении. Пребывание и передвижение людей вблизи данных объектов остается достаточно комфортным, прослеживается падение скорости ветра в 2 раза. Вблизи земли наблюдаются резкие смены направления потоков ветра, но при значительном сниже-

нии их скоростей. Более комфортной оказалось взаимное положение объектов № 1 с меньшей интенсивностью завихрений с подветренной стороны объектов.

Осуществление технических и эксплуатационных работ на фасадах и кровле большепролетного здания является более комфортным при взаимном положении объектов 2, так как наличие впереди стоящего вертикального объекта в несколько раз снижает скорость ветрового потока, приходящегося на горизонтальный.

Наиболее комфортным для обслуживания ограждающих конструкций вертикального здания является положение объектов № 1. При этом положении наблюдается меньшая интенсивность возникновения завихрений с подветренной стороны и снижение скорости по сравнению с таким же отдельно стоящим объектом. Интенсивность ветрового потока на боковых фасадах существенно не меняется.

Заключение. Исследование показало, что геометрическая форма объектов, выбранных для изучения, не способствует увеличению скорости ветра или резкой смене его направления. Расположение двух объектов в непосредственной близости ведет, наоборот, к её падению, но, вследствие отражения ветровых потоков, — к созданию завихрений с подветренной стороны впереди стоящего объекта. При проектировании комплекса зданий анализ распределения ветровых потоков позволит подобрать оптимальную форму зданий и их взаимное расположение для создания комфортной среды для пешеходов и людей, выполняющих технические работы на ограждающих конструкциях зданий.

Библиографический список

1. Герасимов С. И., Глухов А. А., Кикеев В. А. [и др.]. Спектр сверхзвукового обтекания вокруг летательного аппарата с управляющими тормозными щитками // Научная визуализация. 2023. Т. 15, № 5. С. 136–148. DOI: 10.26583/sv.15.5.11. EDN: MBSUQG.
2. Герасимов С. И., Ерофеев В. И., Зубанков А. В. [и др.]. Математическое моделирование и экспериментальное исследование бесконтактного измерительного сечения в задаче высокоскоростной аэробаллистики // Инженерно-физический журнал. 2021. Т. 94, № 1. С. 174–179. EDN: PJBМНТ.
3. Singh J., Roy A. K. CFD simulation of the wind field around pyramidal roofed single-story buildings // SN Applied Sciences. 2019. № 1 (11). P. 1425. DOI: 10.1007/s42452-019-1476-2.
4. СП 20.13330.2016. Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07-85*. Введ. 2017–06–04. Москва: Минстрой России, 2016. 80 с.
5. ГОСТ Р 56728-2015. Здания и сооружения. Методика определения ветровых нагрузок на ограждающие конструкции. Введ. 01–05–2016. Москва: Стандартинформ, 2016. 12 с.
6. Савицкий Г. А. Ветровая нагрузка на сооружения. Москва: Изд-во литературы по строительству, 1972. 111 с.
7. Трянина Н. Ю., Облетов Е. Н., Самохвалов И. А. Аэродинамическое воздействие на панельные антенны базовых станций // Приволжский научный журнал. 2022. № 1 (61). С. 23–30. EDN: NGWFXK.
8. Трянина Н. Ю., Облетов Е. Н., Самохвалов И. А. Оценка ветрового воздействия на пояса башенной конструкции //

Приволжский научный журнал. 2020. № 4 (56). С. 64–70. EDN: XAVIWD.

9. Zhang X., Weerasuriya A. U., Zhang X. [et al.]. Pedestrian wind comfort near a super-tall building with various configurations in an urban-like setting // Building Simulation. 2020. Vol. 13. P. 1385–1408. DOI: 10.1007/s12273-020-0658-6.
10. Valger S. A., Fedorova N. N., Fedorov A. V. Numerical study of interference effects in atmospheric air flow past a group of intricately shaped buildings // Thermophysics and Aeromechanics. 2017. Vol. 24, № 1. P. 35–44. DOI: 10.1134/S0869864317010048.
11. Симиу Э., Сканлан Р. Воздействия ветра на здания и сооружения / пер. с англ. Б. Е. Маслова, А. В. Швецовой; под ред. Б. Е. Маслова. Москва: Стройиздат, 1984. 360 с.
12. Сатанов А. А., Симонов А. В., Хазов П. А. Определение аэродинамических характеристик большепролетного здания экспериментальными методами // Строительная механика и конструкции. 2023. № 1 (36). С. 63–74. DOI: 10.36622/VSTU.2023.36.1.007. EDN: MXRVNG.
13. Хазов П. А., Февральских А. В., Лампси Б. Б. [и др.]. Экспериментальное исследование распределения ветровой нагрузки на поверхность большепролетного здания // Приволжский научный журнал. 2019. № 2. С. 9–16. EDN: GZUURX.
14. Шилов С. С., Кашкина Е. С., Хазов П. А. Численное моделирование и оптимизация ориентации высотного здания по розе ветров // Приволжский научный журнал. 2023. № 3 (67). С. 42–50. EDN: FCMGPK.
15. Kb R., Ganesan V., Rajan S. S. Experimental and computational investigation of outdoor wind flow around a setback building // Building Simulation. 2019. № 12 (5). P. 891–904. DOI: 10.1007/s12273-019-0514-8.
16. Седов Л. И. Механика сплошной среды. В 2 т. Москва: Наука, 1970. Т. 1. 488 с. ISBN 5-02-007052-1.
17. Седов Л. И. Механика сплошной среды. В 2 т. Москва: Наука, 1973. Т. 2. 568 с. ISBN 5-02-007053-X.

ХАЗОВ Павел Алексеевич, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры теории сооружений и технической механики Нижегородского государственного архитектурно-строительного университета (ННГАСУ), г. Нижний Новгород.

SPIN-код: 2856-3284

AuthorID (SCOPUS): 57219007380

ORCID: 0000-0003-1220-6930

ResearcherID: ABN-9937-2022

ВЕДЯЙКИНА Ольга Ивановна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей физики и теоретической механики ННГАСУ, г. Нижний Новгород.

SPIN-код: 1652-5585

ORCID: 0009-0007-1686-2579

Адрес для переписки: razvnauki@rambler.ru

Для цитирования

Хазов П. А., Ведяйкина О. И. Компьютерное моделирование аэродинамического обтекания и оценка пешеходной аэродинамической комфортности комплекса зданий // Омский научный вестник. 2024. № 3 (191). С. 56–63. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-56-63.

Статья поступила в редакцию 25.05.2024 г.

© П. А. Хазов, О. И. Ведяйкина

COMPUTER MODELING OF AERODYNAMIC FLOW AND ASSESSMENT OF PEDESTRIAN AERODYNAMIC COMFORT OF A BUILDING COMPLEX

The results of a computer modeling of the distribution of wind flows near diverse objects (large-span and high-rise buildings) are given and analyzed. The analysis of pedestrian aerodynamic comfort is carried out for a vertical object (a high-rise building) separately and in two positions in combination with a horizontal one (a large span). Wind flow distribution fields are obtained. The results of the experiment show that complex buildings affect their distribution. The point of application and the modulus of the vector of the resultant wind load change. The speed and direction of distribution of wind flows near objects are changing. A nearby building located on the windward side creates a «barrier» reducing the wind speed in the courtyard areas. A building located downwind is able to reflect air flows, creating swirls near objects. More comfortable for external technical work on the facades of the buildings in question is the position from behind facing the direction of the wind flow.

Keywords: computer modeling, wind load, pedestrian comfort, aerodynamic comfort, aerodynamic experiment, integrated development, wind pressure, air flow.

References

1. Gerasimov S. I., Glukhov A. A., Kikeyev V. A. [et al.]. Spektr sverkhzvukovogo obtekaniya vokrug letatel'nogo apparata s upravlyayushchimi tormoznymi shchitkami [The spectrum of supersonic flow around an aircraft with control brake shields] // Nauchnaya vizualizatsiya. *Scientific Visualization*. 2023. Vol. 15, no. 5. P. 136–148. DOI: 10.26583/sv.15.5.11. EDN: MBSUQG. (In Russ.).
2. Gerasimov S. I., Erofeev V. I., Zubankov A. V. [et al.]. Matematicheskoye modelirovaniye i eksperimental'noye issledovaniye beskontaktnogo izmeritel'nogo secheniya v zadache vysokoskorostnoy aeroballistiky [Mathematical simulation and experimental investigation of a contactless measuring section in the problem on high-velocity ballistic flights] // Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 2021. Vol. 94, no. 1. P. 174–179. EDN: PJBMH7. (In Russ.).
3. Singh J., Roy A. K. CFD simulation of the wind field around pyramidal roofed single-story buildings // SN Applied Sciences. 2019. No. 1 (11). P. 1425. DOI: 10.1007/s42452-019-1476-2. (In Engl.).
4. SP 20.13330.2016. Nagruzki i vozdeystviya. Aktualizirovannaya redaktsiya SNiP 2.01.07-85* [Loads and actions. Updated edition of SNiP 2.01.07-85*]. Moscow, 2016. 80 p. (In Russ.).
5. GOST R 56728-2015. Zdaniya i sooruzheniya. Metodika opredeleniya vetrovykh nagruzok na ograzhdayushchiye konstruksii [Buildings and constructions. Method for determining wind loads on the building envelope]. Moscow, 2016. 12 p. (In Russ.).
6. Savitskiy G. A. Vetrovaya nagruzka na sooruzheniya [Wind load on structures]. Moscow, 1972. 111 p. (In Russ.).
7. Tryanina N. Yu., Obletov E. N., Samokhvalov I. A. Aerodinamicheskoye vozdeystviye na panel'nyye anteny bazovykh stantsiy [Aerodynamic impact on panel antennas of base stations] // Privolzhskiy nauchnyy zhurnal. *Privolzhskiy Scientific Journal*. 2022. No. 1 (61). P. 23–30. EDN: NGWFXK. (In Russ.).
8. Tryanina N. Yu., Obletov E. N., Samokhvalov I. A. Otsenka vetrovogo vozdeystviya na poyasa bashennoy konstruksii [Assessment of wind impact on tower construction belts] // Privolzhskiy nauchnyy zhurnal. *Privolzhskiy Scientific Journal*. 2020. No. 4 (56). P. 64–70. EDN: XAVIWD. (In Russ.).
9. Zhang X., Weerasuriya A. U., Zhang X. [et al.]. Pedestrian wind comfort near a super-tall building with various configurations in an urban-like setting // Building Simulation. 2020. Vol. 13. P. 1385–1408. DOI: 10.1007/s12273-020-0658-6. (In Engl.).
10. Valger S. A., Fedorova N. N., Fedorov A. V. Numerical study of interference effects in atmospheric air flow past a group of intricately shaped buildings // Thermophysics and Aeromechanics. 2017. Vol. 24, no. 1. P. 35–44. DOI: 10.1134/S0869864317010048. (In Engl.).
11. Simiu E., Skanlan R. Vozdeystviya vetra na zdaniya i sooruzheniya [Wind impacts on buildings and structures] / trans. from Engl. B. E. Maslova, A. V. Shvetsovoy; ed. by B. E. Maslova. Moscow, 1984. 360 p. (In Russ.).
12. Satanov A. A., Simonov A. V., Khazov P. A. Opredeleniye aerodinamicheskikh kharakteristik bol'sheproletnogo zdaniya eksperimental'nymi metodami [Experimental study of the aerodynamic characteristics of the large-span building] // Stroitel'naya mekhanika i konstruksii. *Structural Mechanics*

and Structures. 2023. No. 1 (36). P. 63–74. DOI: 10.36622/VSTU.2023.36.1.007. EDN: MXRVNG. (In Russ.).

13. Khazov P. A., Fevralskikh A. V., Lamps B. B. [et al.]. Eksperimental'noye issledovaniye raspredeleniya vetrovoy nagruzki na poverkhnost' bol'sheproletnogo zdaniya [Experimental study of wind load distribution on the surface of large-span buildings] // Privolzhskiy nauchnyy zhurnal. Privolzhsky Scientific Journal. 2019. No. 2. P. 9–16. EDN: GZUURX. (In Russ.).

14. Shilov S. S., Kashkina E. S., Khazov P. A. Chislennoye modelirovaniye i optimizatsiya oriyentatsii vysotnogo zdaniya po roze vetrov [Numerical simulation and optimization of the orientation of a high-rise building by the wind rose] // Privolzhskiy nauchnyy zhurnal. Privolzhsky Scientific Journal. 2023. No. 3 (67). P. 42–50. EDN: FCMGPK. (In Russ.).

15. Kb R., Ganesan V., Rajan S. S. Experimental and computational investigation of outdoor wind flow around a setback building // Building Simulation. 2019. No. 12 (5). P. 891–904. DOI: 10.1007/s12273-019-0514-8. (In Engl.).

16. Sedov L. I. Mekhanika sploshnoy sredy [Continuum mechanics]. In 2 vols. Moscow, 1970. Vol. 1. 488 p. ISBN 5-02-007052-1. (In Russ.).

17. Sedov L. I. Mekhanika sploshnoy sredy [Continuum mechanics]. In 2 vols. Moscow, 1973. Vol. 2. 568 p. ISBN 5-02-007053-X. (In Russ.).

KHAZOV Pavel Alekseevich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor

of Theory of Structures and Technical Mechanics Department, Nizhny Novgorod State University of Architecture and Civil Engineering (NNGASU), Nizhny Novgorod.

SPIN-code: 2856-3284

AuthorID (SCOPUS): 57219007380

ORCID: 0000-0003-1220-6930

ResearcherID: ABN-9937-2022

VEDIAIKINA Olga Ivanovna, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of General Physics and Theoretical Mechanics Department, NNGASU, Nizhny Novgorod.

SPIN-code: 1652-5585

ORCID: 0009-0007-1686-2579

Correspondence address: razvnauki@rambler.ru

For citations

Khazov P. A., Vediaikina O. I. Computer modeling of aerodynamic flow and assessment of pedestrian aerodynamic comfort of a building complex // Omsk Scientific Bulletin. 2024. No. 3 (191). P. 56–63. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-56-63.

Received May 25, 2024.

© P. A. Khazov, O. I. Vediaikina

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ОТКРЫТЫХ ЦИФРОВЫХ МОДЕЛЕЙ РЕЛЬЕФА МЕСТНОСТИ

Оперативное получение достоверной информации о рельефе местности с достаточной детализацией является одной из главенствующих задач в областях народного хозяйства, развития территорий или исследований крупных территориальных единиц. Множественность источников ошибок в материалах дистанционного зондирования Земли обусловлена рядом факторов, а получаемые модели местности имеют определенную степень генерализации, что напрямую влияет на корректность цифровых моделей рельефа. Данная статья посвящена анализу существующих методов оценки погрешностей открытых цифровых моделей рельефа с целью повышения их точности. Корректные цифровые модели рельефа имеют высокое подобие действительности и могут быть использованы при региональных исследованиях в части определения морфометрических показателей территории.

Ключевые слова: цифровая модель рельефа, дистанционное зондирование Земли, древесно-кустарниковая растительность, нормальное распределение Гаусса, интерполяционный полином Лагранжа, локальная интерполяция.

Введение. Открытые пространственные данные, полученные с использованием дистанционного зондирования Земли, позволяют формировать приближенные цифровые модели рельефа (ЦМР) местности. Подобные модели позволяют осуществлять оперативный мониторинг процессов различного уровня с должной степенью достоверности в части отражения геометрических особенностей территорий при определённой степени генерализации. Повышение точности и достоверности исходных данных для построения ЦМР в настоящее время весьма актуально. Вопросам моделирования ЦМР и их параметризации в геоинформационных системах (ГИС) посвящены работы как отечественных (Павлова А. И. [1], Капралов Е. Г. [2], Хромых В. В. и Хромых О. В. [3], и др.), так и зарубежных учёных (Джарвис [4], Тачикава [5], Сонг [6] и др.).

Большинство авторов и исследователей используют, как правило, классические, зарекомендовавшие себя методы формирования ЦМР с использованием стандартных моделей рельефа GRID (регулярная сеть) и TIN (нерегулярная триангуляционная сеть), созданным из стереотопографических картографических произведений, при этом достигая качественных и оперативных результатов исключительно на локальных участках (с учётом микроформ рельефа). На уровне региона, бассейна крупной реки или целого государства такие источники данных становятся сильно генерализованными и понижают степень достоверности получаемых результатов.

Цифровые модели рельефа (ЦМР, DEM) необходимо рассматривать в качестве поверхностей без каких-либо артефактов типа растения или здания и сооружения. Имеющиеся сегодня цифровые модели рельефа, полученные по данным дистанци-

онного зондирования Земли (ДЗЗ) и являющиеся наиболее доступными и исследованными, — это SRTM, Aster, ALOS World 3D [7, 8], при этом имеются также коммерческие продукты типа WorldDEM от компании Airbus Defence and Space или NextMap World 10 и NextMap World 30 от компании Intermap и др. Исследования в данной работе опираются непосредственно на продукты, имеющие общий доступ и не требующие материальных затрат. Такие ЦМР обладают некоторым количеством ошибок в виде часто встречаемых искажений углов наклона и абсолютного смещения на участках, занятых лесной растительностью [9–11], которые не полностью исключаются в процессе обработки исходных данных ДЗЗ [12, 13].

Анализ существующих методов оценки погрешностей. Использование доступных данных и автоматизированных алгоритмов обработки данных средствами ГИС позволяет исключить ошибки, связанные с растительным покровом, и позволяет строить 2D сетки водотоков [12]. Кроме ошибок наклона и растительного покрова на ЦМР Ямазаки [8], Хиртом [13] и Такаку [14], отмечается наличие стохастических всплесков, источником которых являются непосредственно датчики приема сигнала на спутниках дистанционного зондирования. Также ими установлено наличие искажений на участках стыковки полос сканирования земной поверхности, что вызвано непосредственно технологией полосного зонирования. Для идентификации артефактов различного происхождения в 2017 году Кристианом Хиртом [13] было предложено использовать метод максимального наклона, опирающийся на вычисление градиентов наклона поверхности с максимальными показателями и дальнейшее их дешифрирование. В 2017 году группой ученых была подготовлена

откорректированная модель DEM [8], в которой исправлены все основные компоненты ошибок для выполнения гидравлических расчетов, где участки, занятые растительностью, не вовлечены в фактический расчет, а использованы в качестве поверхности для определения связи стока водных объектов [12]. Многие научно-исследовательские учреждения также готовили свои версии ЦМР, из состава которых по их утверждениям исключены те или иные ошибки для использования при решении прикладных задач [15]. Среди указанных работ имеются некоторые особенности: во-первых, все исследования направлены на корректировку модели рельефа в целом в общем объеме предоставляемых данных и не концентрируются на локальных участках местности; во-вторых, большинство исследований используют для работ модели SRTM и Aster; в-третьих, во всех работах для восстановления одной матрицы высот используется некоторая другая DEM. Учитывая это, можно сказать, что восстановление отсутствующих значений высот, устранение артефактов различного происхождения и составление единой бесшовной модели рельефа остается сложной задачей.

Идентификация артефактов исходных ЦМР возможна при наличии объективных данных на дату создания моделей. В работе [16] был предложен метод корректуры поверхности путем выявления растительного покрова и дальнейшей генерации рельефа с исключением высотной составляющей на участках, покрытых древесно-кустарниковой растительностью. При этом оценка точности по корректурным значениям показала линейную величину в ± 3 м. Несмотря на допустимые количественные результаты, форма топографической поверхности остается с некоторым количеством артефактов в виде всплесков по граничным (стыковым) элементам. Появление подобных артефактов вызвано также использованием локальной интерполяции.

Основная часть исследований в получении качественных характеристик ЦМР, выраженных численно в виде ошибки (обычно — СКП, RMSE), опираются на использование эталонных значений высот, полученных натурными измерениями спутниковым навигационным оборудованием или данных топографических планов или карт [17].

При исследованиях земной поверхности ее модель удобно описать в виде двумерной растровой матрицы, где каждый элемент является аналогом

пикселя изображения или элементарным объектом геоинформационной системы. В простом случае каждая ячейка имеет одно определенное состояние или значение в зависимости от дискретного или непрерывного пространства признаков.

Как правило, при восстановлении элементов поверхностей используются интерполяционные методы, которые подразделяют на глобальные и локальные.

Методы глобальной интерполяции применяют для выявления детерминантных составляющих моделей. Они основаны на подборе общей функции на всей окрестности точек и, как следствие, применяются для восстановления функции высоты на всей заданной поверхности и могут быть использованы при оценке точности модели в целом.

Методы локальной интерполяции применяют для выявления стохастических составляющих моделей. Они опираются на определении частных функций по соседним точкам, основаны на принципе автокорреляции. Данный принцип предполагает пропорциональную зависимость расположения элементов модели и их влияния друг на друга.

Главным недостатком методов локальной интерполяции Рейтер [18] считает использование ограниченного количества входных данных для применения функции интерполяции. Поэтому входные данные, используемые для вычисления каждой функции, образуют «окно», которое перемещается по набору данных. По сравнению с глобальными, локальные методы обычно дают менее гладкие поверхности. Они не так чувствительны к резким изменениям высоты, потому что их влияние не распространено на всю поверхность, а только на локальные участки. Сложность использования методов локальной интерполяции заключается в рациональном (необходимом и достаточном) определении размера «окно поиска» (количество используемых точек данных или радиус поиска) и используемой функции [16]. Такая функция должна обеспечить учет каждого стохастического артефакта смежной ячейки и численно определить ее вес (степень влияния). При подборе размерности окрестности также следует учитывать распределение степени влияния исходя из условия, что величины весов каждого последующего смежного пикселя при приближении к краю окрестности будут стремиться к 0. Также необходимо учесть, что пиксели, принадлежащие группе древесной раститель-

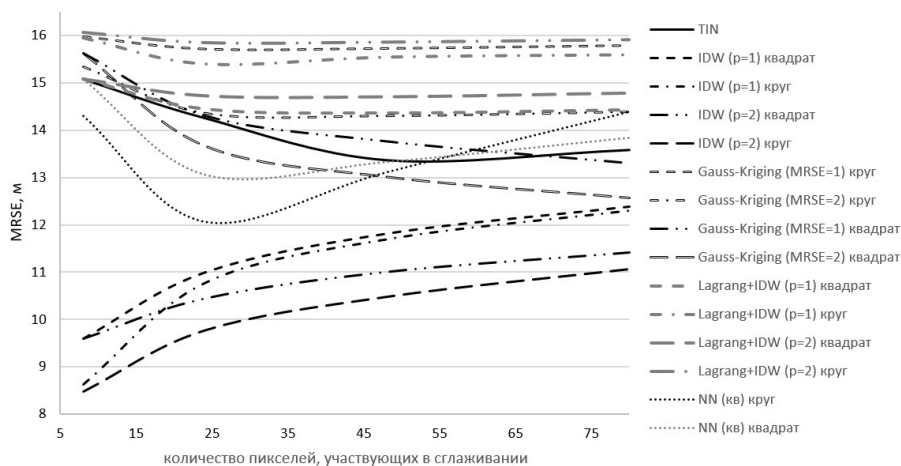


Рис. 1. График распределения ошибки интерполяции поверхностей сглаживания лесной растительности различными методами

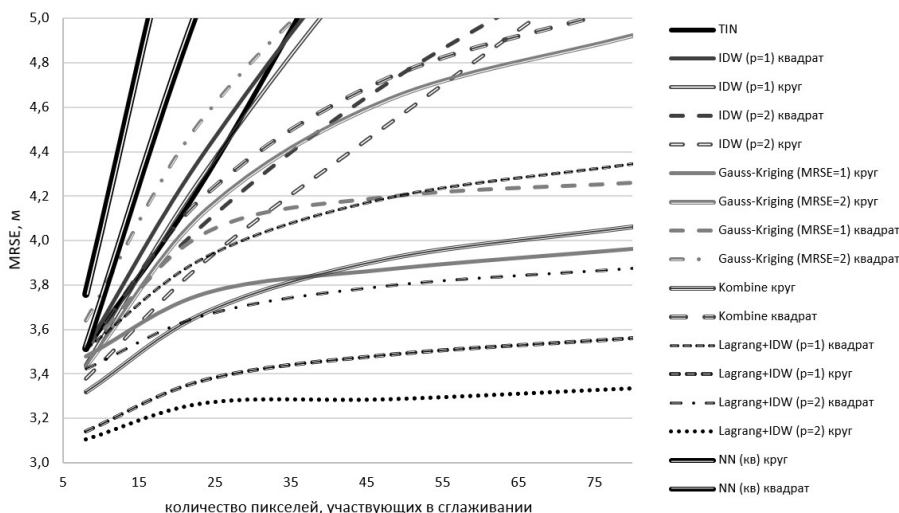


Рис. 2. График распределения ошибки интерполяции поверхностей сглаживания лесной растительности (с учетом кроны) различными методами

ности, не включаются в обработку до момента их корректуры.

Несмотря на существование большого количества методов интерполяции: метод нерегулярной триангуляционной сетки (TIN); метод обратных взвешенных расстояний (Inverse Distance Weighting, IDW), метод естественного соседства (Natural Neighbor, NN), методы Кригинга (Kriging), метод радиальной базисной функции (Radial basis functions, RBF) и пр., в аналитических вычислениях использовались методы интерполяции с различными весовыми коэффициентами: TIN, IDW (с использованием степеней веса «1» и «2»), Kriging (с использованием функции нормального распределения Гаусса степеней «1» и «2», и комбинированных), NN. Результаты восстановления значений приведены на рис. 1.

Для подтверждения ранних предположений, что использование дополнительно коэффициентов позволяет учесть зависимость (состояние пикселя), расчет влияния был осуществлен с использованием интерполяционного полинома Лагранжа. Полученные коэффициенты, распределенные пропорционально удаленности каждого последующего пикселя относительно точки интерполяции, были использованы в круговом и квадратном «окне поиска». Результаты восстановления значений рельефа после исключения средней кроны приведены на рис. 2.

Количественно оценить качество любой модели возможно путем анализа её на предмет наличия и оценки погрешностей. Математическое ожидание приравнивается к соответствующим теоретическим характеристикам, называя их несмещённой оценкой, и выявляет систематические погрешности наряду со случайными. Средняя квадратическая погрешность является состоятельной и несмещённой оценкой дисперсии. Вероятностной моделью распределения случайной погрешности является их нормальное распределение.

Отсутствие большой выборки значений является проблемой для области исследования распространения ошибок в модели рельефа. Некоторые авторы использовали практический подход, сравнивая различные методы интерполяции. Предполагается, что распределение ошибок в ЦМР описывается законом Гаусса. Однако немногочисленные исследования, которые описывали подчинение ошибок нор-

мальному распределению, не были подтверждены в дальнейшем. В работах [19] и [20] отмечается, что распределение ошибок ЦМР значительно отличается от нормального распределения Гаусса.

Вопросы оценки точности ЦМР неотделимы от сравнения точности самих методов интерполяции. Для оценки и сопоставления характеристик различных методов интерполяции используется метод кроссвалидации. Точность методов интерполяции описывается целым рядом показателей: средняя ошибка (MEAN), средняя абсолютная ошибка (MAE), средняя квадратическая ошибка (RMSE), максимальная (MAX) и минимальная (MIN) по абсолютной величине разность выборки.

Как отмечал в своей работе Монкот [21], использование при качественной оценке вертикальной составляющей цифровой модели рельефа (RMSE) предполагает, что средняя ошибка будет равна нулю, о чем свидетельствуют и свойства ошибок. В исследованиях Монкота [21] и Вайса [22] также отмечается, что такая мера оценки как RMSE тесно связана с характером рельефа и будет отличаться при исследованиях равнинного или горного рельефа. Кроме того, Вайс [23], а через несколько лет Флоринский [24] отмечали, что даже незначительные ошибки в высотной составляющей модели рельефа могут сильно повлиять на производные морфометрические характеристики.

Во многих исследованиях по определению качества методов интерполяции цифровых моделей рельефа используется, как правило, малое количество эталонных (контрольных) значений, что является недостаточным для объективного оценивания ситуации [25]. Для решения этой задачи Стэфен Вайс [26] предложил подход, который состоит в том, чтобы разредить сеть точек с высотами в модели, т.е. понизить пространственное разрешение, а затем, используя интерполяционный метод, восстановить модель обратно и провести сравнение с первоначальной моделью. Он получил в оценке достаточно большое количество равномерно распределённых по всей оцениваемой поверхности контрольных точек.

Таким образом, можно отметить, что при оценке точности ЦМР используется два основных подхода:

— использование наборов точечных эталонных элементов, высоты которых определены с заведомо большей точностью;

— использование вспомогательных или производных поверхностей с математическим описанием.

Каждый из используемых подходов обладает своими преимуществами и недостатками. Стэфен Вайс [26] предложил использовать оба подхода для оценки ЦМР и определения законов распределения ошибок.

В результате применения методов интерполяции и оценки точности моделей рельефа установлено, что наилучшими качественными характеристиками обладает метод IDW при использовании малых размеров окрестности ($D = 1$ или $D = 2$). В данном исследовании для восстановления цифровых поверхностей рельефа будет использован метод интерполяции IDW с коэффициентом степени «2». Главным критерием при восстановлении поверхности рельефа является сохранение гидрологической корректности. Кроме того, использование любого из методов интерполяции при восстановлении значений ячеек ЦМР требует дополнительных коэффициентов, позволяющих усовершенствовать их и повысить точность.

Обработка данных для оценки точности ЦМР.

При выполнении оценочных работ по вычислению точности геометрии поверхности результирующие данные сильно зависят от количества эталонных значений, однако получаемые отклонения могут быть использованы в дальнейшем для целей корректировки моделей и последующих переформирований геометрии поверхности.

Учитывая вариативности пластики топографической поверхности, предлагается при аналитических сопоставлениях использовать не поверхностные модели, а способ профилирования. Динамические режимы спутникового позиционирования, обеспечивающие непрерывный сбор навигационных данных с установленной заранее дискретностью, позволяют оперативно получать координатно-временное описание положения приемника. В данной работе использована навигационная аппаратура геодезической точности, позволяющая производить запись данных с дискретностью до 1 с. При полевых экспериментальных работах для уменьшения объема данных дискретность их записи определялась в 5 с. Оборудование устанавливалось на автомобиле и при передвижении автомобиля осуществляло постоянную регистрацию данных. Обработка и уравнивание координат и высот измеренных значений проводилось в режиме постобработки. Полученные наборы точек были приведены к высотному значению полотна дорожного покрытия вне зависимости от его качества. Оценка точности по результатам уравнивания спутниковых наблюдений показала точностные характеристики в 0,5 м, что считаем достаточным для исследуемой территории. Общая протяженность треков составила около 86 км, количество контрольных узлов с отметками составило несколько более чем 1,6 тыс. На рис. 3 показан фрагмент профиля наиболее пересеченного участка полевой и лесной дороги протяженностью 1,7 км.

Учитывая вышесказанное, следует отметить основное, что проведение сплошной оценки точности ЦМР не является объективным в связи с различными качествами входных данных, которые можно классифицировать на две группы: участки, занятые лесными массивами, и участки, свободные от растительности. Обработку следует проводить с использованием в виде эталонных значений наборов данных о пунктах государственной геодезической сети, в т.ч. о пунктах плановых геодезических сетей

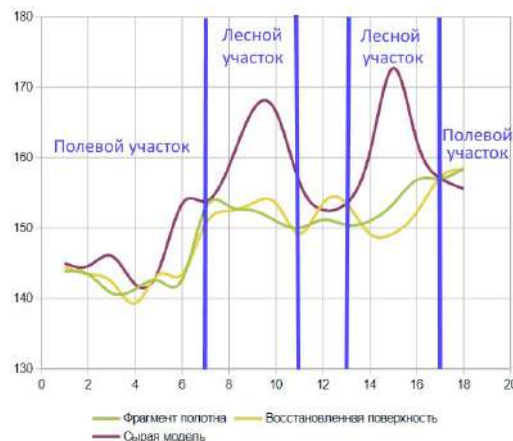


Рис. 3. Фрагмент верификационного профиля

с известными высотными отметками и о пунктах высотной геодезической сети. Оценку точности результатов корректировки поверхности можно осуществлять с применением набора полевых данных в виде набора точек по линейным объектам. При вычислении характеристик точности следует разделять показатели на оценку открытых территорий и оценку территорий, занятых древесной растительностью. Особенностью использования данных государственной геодезической сети (ГГС) при формировании и оценки точности поверхностей рельефа, является отсутствие этапа полевого сбора информации. Однако при этом объективность данных является сильно дифференцированной ввиду низкой плотности данных контрольных показателей на рассматриваемой территории. Для анализа точностных параметров возможно использование описанного способа сбора данных в виде геодезических наблюдений оперативного характера и высокой степенью достоверности.

Процедура обработки данных, приведенная на рис. 4, описывает процессы преобразования информации и извлечения данных о геометрических показателях объекта анализа на ограниченной территории. Результатом работ служат три набора данных для оценки точности: объединенный — RMSE (terGGS), в состав которого входят все контрольные точки; рельефный — RMSE (DEM), в состав которого входят контрольные точки, расположенные на открытых участках местности; лесной — RMSE (DTM), в состав которого входят контрольные точки, попадающие на участки, занятые лесной растительностью.

Получаемые в результате подготовки данных наборы численных характеристик могут использоваться для вычисления различных оценочных показателей, построения графиков модели распределения, построения математических поверхностей распределения значений ошибок в пространстве изучаемой территории и т.д. с использованием средств ГИС.

На рис. 5 приведен график распределения отклонений по классифицируемым показателям, откуда видно, как распределяются ошибки на участках, занятых лесной растительностью, и на открытых территориях. При этом также видно, что при оценке всего участка ЦМР распределение близко к закону Гаусса.

По своим показателям материал STRM близок к параметрам традиционных картографических ма-

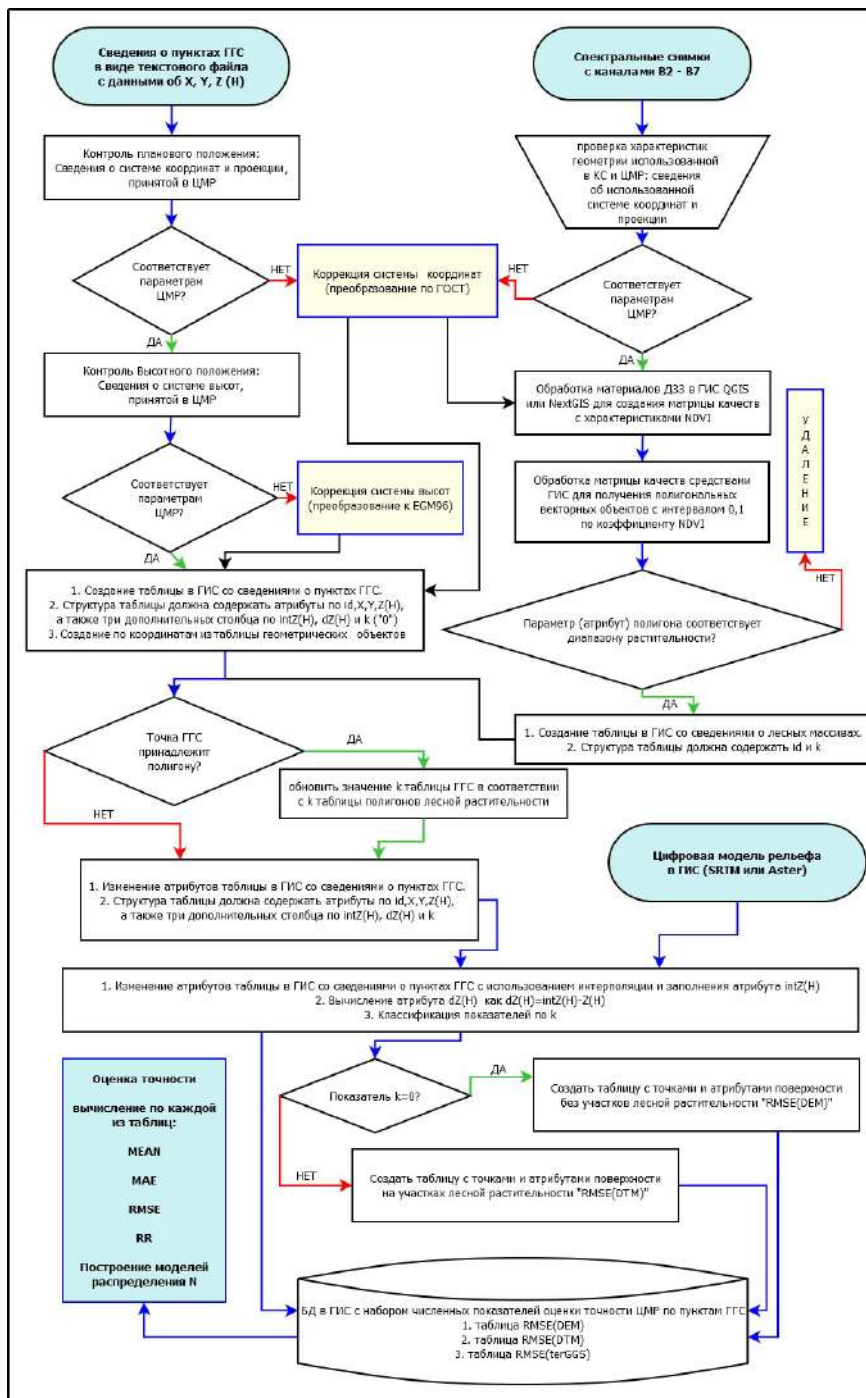


Рис. 4. Процедура обработки данных при подготовке показателей для оценки точности ЦМР

териалов, отличие обусловлено только из-за пространственного разрешения обрабатываемого изображения. Оба метода оценки, с использованием топографической поверхности и с применением выборочных точечных значений, дали одинаковый качественный и количественные результаты, несмотря на множественные геометрические и графические преобразования данных, что говорит об их взаимозаменяемости.

Использование пунктов ГГС для оценки, в случае оперативного изучения новой территории, является более простым по сравнению с применением топографической поверхности [27], т.к. он исключает этап дополнительных преобразований моделей из регулярной решетки в TIN и обратно. Повышение достоверности данных возможно при

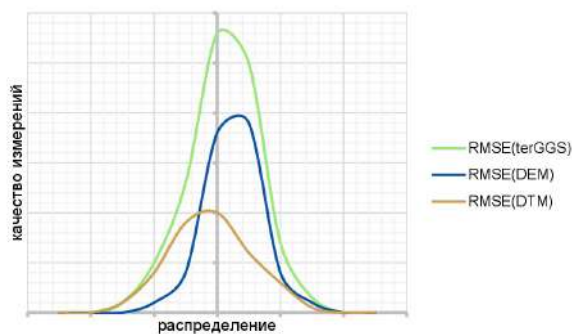


Рис. 5. Вероятностная модель распределения погрешностей при оценке точности ЦМР по классифицированным участкам

использовании также сведений натуральных измерений, имеющих высокую оперативность сбора. Такими методами служат геодезические спутниковые определения в динамических режимах. Таким образом, именно метод с использованием отдельной эталонной точечной выборки должен быть использован при оценке точности моделей. Также с целью повышения достоверности сведений возможно использование оперативных собранных данных натуральных (наземных) геодезических измерений с применением спутниковых навигационных систем, позволяющих оценить качественные показатели модели без существенных затрат. Полученные расхождения при анализе поверхности и собранных полевых данных можно использовать при дальнейшей корректуре рассматриваемой поверхности и приведении ее к топографической корректности.

В сравнении с первоначальным («сырым») вариантом откорректированных поверхности имеют более высокую степень точности, и основной объем отклонений (около 90 %) находится в пределах ± 3 м. Используя данные новых ЦМР, можно получить модель рельефа с высотой сечения в 5 метров (СКП 1,7 м, что составляет более 85 % всех данных SRTM и Aster GDEM).

Применение откорректированных (восстановленных) ЦМР может найти свое отражение в целом ряде гидрологических, геоморфологических, экологических и т.д. исследований. При этом такие ЦМР будут обладать достаточной точностью.

Заключение. Разработанный и обоснованный метод коррекции исходных данных для построения цифровых моделей рельефа средствами геоинформационных систем с применением метода локальной интерполяции в отличие от существующих методов восстановления поверхностей рельефа позволяет выполнить работы на неограниченных территориях вне зависимости от плотности растительного покрова и использовать малое количество информации (размерность матрицы для сглаживания от 3×3 до 5×5). Созданные с применением данного метода цифровые модели рельефа имеют высокое подобие действительной форме рельефа и могут быть использованы при региональных исследованиях в части определения морфометрических показателей рельефа. Недостатком использования такого метода остается то, что поправки в исходную модель вносятся повсеместно и полностью не устраняют влияние растительного покрова, т.е. на участках древесно-кустарниковой растительности будут встречаться остаточные отклонения, но имеющие абсолютные значения, локально поддающиеся повторной корректировке.

Библиографический список

1. Павлова А. И. Анализ методов интерполирования высот точек для создания цифровых моделей рельефа // *Автоматрия*. 2017. Т. 53, № 2. С. 86–94. DOI: 10.15372/AUT20170210. EDN: YKIFYZB.
2. Капралов Е. Г., Кошкарев А. В., Тикунов В. С. [и др.]. *Геоинформатика* / под ред. В. С. Тикунова. Москва: Академия, 2010. 391 с. ISBN 978-5-7695-6468-0.
3. Хромых В. В., Хромых О. В. Опыт автоматизированного морфометрического анализа долинных геосистем Южного Притомыя на основе цифровой модели рельефа // *Вестник Томского государственного университета*. 2007. № 298. С. 208–210. EDN: KHNFOP.
4. Jarvis A., Rubiano J., Nelson A. [et al.]. Practical use of SRTM data in the tropics — Comparisons with digital elevation

models generated from cartographic data // *Centro International de Agricultura Tropical (CIAT)*. Cali, Colombia, 2004. № 198. 36 p.

5. Tachikawa T., Kaku M., Iwasaki A. [et al.]. ASTER Global Digital Elevation Model Version 2 — Summary of Validation Results // *Archive Center and the Joint Japan-US ASTER Science Team*. 2011. 28 p. URL: https://www.researchgate.net/publication/255280829_ASTER_Global_Digital_Elevation_Model_Version_2_-_Summary_of_validation_results (дата обращения: 01.10.2023).
6. Song C., Fan C., Zhu J. [et al.]. A comprehensive geospatial database of nearly 100 000 reservoirs in China // *Earth System Science Data*. 2022. № 14 (9). P. 4017–4034. DOI: 10.5194/essd-14-4017-2022.
7. Павлова А. Н. Геоинформационное моделирование речного бассейна по данным спутниковой съемки STRM (на примере бассейна р. Терешки) // *Известия Саратовского университета*. Науки о Земле. 2009. Т. 9, № 1. С. 39–44. EDN: JVCBHW.
8. Yamazaki D., Ikeshima D., Tawatari R. [et al.]. A high-accuracy map of global terrain elevations // *Geophysical Research Letters*. 2017. № 44 (11). P. 5844–5853. DOI: 10.1002/2017GL072874.
9. Коротин А. С., Попов Е. В. Оценка точности цифровых моделей рельефа, применяемых для территориальных исследований // *ГРАФИКОН'2015: тр. юбилейной 25-й Междунар. науч. конф. Протвино, 22–25 сентября 2015 г. Москва: Изд-во ИФТИ (Протвино), 2015. С. 102–106. EDN: UNFQOB.*
10. Черниковский Д. М. Оценка связей морфометрических характеристик рельефа с количественными и качественными характеристиками лесов на основе цифровых моделей рельефа ASTER и SRTM // *Сибирский лесной журнал*. 2007. № 3. С. 28–39.
11. Lefsky M. A. A global forest canopy height map from the Moderate Resolution Imaging Spectroradiometer and the Geoscience Laser Altimeter System // *Geophysical Research Letters*. 2010. № 37 (15). P. 1–5. DOI: 10.1029/2010GL043622.
12. Huili C., Qiuhua L., Yong L. [et al.]. Hydraulic correction method (HCM) to enhance the efficiency of SRTM DEM in flood modeling // *Journal of Hydrology*. 2018. Vol. 559. P. 56–70. DOI: 10.1016/j.jhydrol.2018.01.056.
13. Hirt C. Artefact detection in global digital elevation models (DEMs): The Maximum Slope Approach and its application for complete screening of the SRTM v4.1 and MERIT DEMs // *Remote Sensing of Environment*. 2018. Vol. 207. P. 27–41. DOI: 10.1016/j.rse.2017.12.037.
14. Takaku J., Iwasaki A., Tadono T. Adaptive filter for improving quality of ALOS PRISM DSM // *International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*. 2016. P. 5370–5373. DOI: 10.1109/IGARSS.2016.7730399.
15. Robinson N., Regetz J., Guralnick R. P. EarthEnv-DEM90: a nearly-global, void-free, multi-scale smoothed, 90 m digital elevation model from fused ASTER and SRTM data // *Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*. 2014. № 87. P. 57–67. DOI: 10.1016/j.isprsjprs.2013.11.002.
16. Коротин А. С., Попов Е. В. Реконструкция местности на основе откорректированных цифровых моделей рельефа // *Проблемы машиноведения: материалы III Междунар. науч.-техн. конф. Омск, 23–24 апреля 2019 г. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2019. С. 283–289. EDN: ZHFUDB.*
17. Gesch D., Oimoen M., Danielson J. [et al.]. Validation of the ASTER global digital elevation model version 3 over the conterminous United States // *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*. Prague, Czech Republic, 2016. Vol. XLI-B4. P. 143–148. DOI: 10.5194/isprs-archives-XLI-B4-143-2016.
18. Reuter H. I., Nelson A., Jarvis A. An evaluation of void-filling interpolation methods for SRTM data // *International Journal of Geographical Information Science*. 2007. № 21 (9). P. 983–1008. DOI: 10.1080/13658810601169899.

19. Bonin O., Rousseaux F. Digital terrain model computation from contour lines: how to derive quality information from artifact analysis // *Geoinformatica*. 2005. № 9 (3). P. 253–268. DOI: 10.1007/s10707-005-1284-2.

20. Oksanen J., Sarjakoski T. Uncovering the statistical and spatial characteristics of fine topographic DEM error // *International Journal of Geographical Information Science*. 2006. № 20 (4). P. 345–369. DOI: 10.1080/13658810500433891.

21. Monckton C. G. An investigation into the spatial structure of error in digital elevation data // *Innovations in GIS*. London, 1994. P. 201–211. ISBN 978-0-429-20439-5.

22. Wise S. Assessing the quality for hydrological applications of digital elevation models derived from contours // *Hydrological Processes*. 2000. № 14 (11–12). P. 1909–1929. DOI: 10.1002/1099-1085(20000815/30)14:11/123.0.CO;2-6.

23. Wise S. M., Lane S. N., Richards K. S. [et al.]. The effect of GIS interpolation errors on the use of DEMs in geomorphology // *Landform Monitoring, Modeling and Analysis*. Wiley, Chichester, 1998. P. 139–164. ISBN 978-0-471-96977-8.

24. Florinsky I. V. Errors of signal processing in digital terrain modeling // *International Journal of Geographical Information Science*. 2002. № 16 (5). P. 475–501. DOI: 10.1080/13658810210129139.

25. Дворкин Б. А., Дудкин С. А. Новейшие и перспективные спутники дистанционного зондирования Земли // *Геоматика*. 2013. № 2. С. 16–36. EDN: SVUTID.

26. Wise S. Cross-validation as a means of investigating DEM interpolation error // *Computers & Geosciences*. 2011. Vol. 37, № 8. P. 987–991. DOI: 10.1016/j.cageo.2010.12.002.

27. Сонюшкин А. В. Совершенствование технологий создания ортофотопланов по космическим изображениям высокого разрешения: дис. ... канд. техн. наук. Москва: Изд-во МИИГАиК, 2015. 117 с.

КОРОТИН Антон Сергеевич, старший преподаватель кафедры геоинформатики, геодезии и кадастра Нижегородского государственного архитектурно-строительного университета (ННГАСУ), г. Нижний Новгород.

SPIN-код: 8401-4026

AuthorID (РИНЦ): 808295

AuthorID (SCOPUS): 57216799168

ORCID: 0009-0007-9636-3963

ResearcherID: JHS-4533-2023

Адрес для переписки: antonkorotin@yandex.ru

ПОПОВ Евгений Владимирович, доктор технических наук, профессор (Россия), профессор кафедры инженерной графики и информационного моделирования ННГАСУ, г. Нижний Новгород.

SPIN-код: 8156-5998

AuthorID (РИНЦ): 663542

AuthorID (SCOPUS): 56585437200

ORCID: 0000-0002-3058-2369

ResearcherID: F-6001-2013

Адрес для переписки: popov_eugene@list.ru

Для цитирования

Коротин А. С., Попов Е. В. Оценка точности открытых цифровых моделей рельефа местности // *Омский научный вестник*. 2024. № 3 (191). С. 64–72. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-64-72.

Статья поступила в редакцию 27.02.2024 г.

© А. С. Коротин, Е. В. Попов

ASSESSMENT OF THE ACCURACY OF OPEN DIGITAL TERRAIN MODELS

Prompt receipt of reliable information about the terrain with sufficient detail is one of the main tasks in the fields of national economy, territorial development or research of large territorial units. The multiplicity of error sources in Earth remote sensing materials is due to a number of factors, and the resulting terrain models have a certain degree of generalization, which directly affects the correctness of digital terrain models. This article is devoted to the analysis of existing methods for estimating errors of open digital terrain models in order to increase their accuracy. Correct digital elevation models have a high similarity to reality and can be used in regional studies to determine the morphometric indicators of the territory.

Keywords: digital terrain model, remote sensing of the Earth, tree and shrub vegetation, normal Gaussian distribution, Lagrange interpolation polynomial, local interpolation.

References

1. Pavlova A. I. Analiz metodov interpolirovaniya vysot tochek dlya sozdaniya tsifrovyykh modeley rel'yefa [Analysis of elevation interpolation methods for creating digital elevation models] // *Avtometriya. Avtometriya*. 2017. Vol. 53, no. 2. P. 86–94. DOI: 10.15372/AUT20170210. EDN: YKFYZB. (In Russ.).
2. Kapralov E. G., Koshkarev A. V., Tikunov V. S. [et al.]. *Geoinformatika [Geoinformatics]* / Ed. by V. S. Tikunova. Moscow, 2010. 391 p. ISBN 978-5-7695-6468-0. (In Russ.).
3. Khromykh V. V., Khromykh O. V. Opyt avtomatizirovannogo morfometricheskogo analiza dolinnykh geosistem Yuzhnogo Pritom'ya na osnove tsifrovoy modeli rel'yefa [The experience of automatized morphometric analysis of geosystems based on digital elevation model of the tom valley] // *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Tomsk State University Journal*. 2007. No. 298. P. 208–210. EDN: KHNFOF. (In Russ.).
4. Jarvis A., Rubiano J., Nelson A. [et al.]. Practical use of SRTM data in the tropics – Comparisons with digital elevation models generated from cartographic data // *Centro International de Agricultura Tropical (CIAT)*. Cali, Colombia, 2004. No. 198. 36 p. (In Engl.).
5. Tachikawa T., Kaku M., Iwasaki A. [et al.]. ASTER Global Digital Elevation Model Version 2 – Summary of Validation Results // *Archive Center and the Joint Japan-US ASTER Science Team*. 2011. 28 p. URL: https://www.researchgate.net/publication/255280829_ASTER_Global_Digital_Elevation_Model_Version_2_-_Summary_of_validation_results (accessed: 01.10.2023). (In Engl.).
6. Song C., Fan C., Zhu J. [et al.]. A comprehensive geospatial database of nearly 100 000 reservoirs in China // *Earth System Science Data*. 2022. No. 14 (9). P. 4017–4034. DOI: 10.5194/essd-14-4017-2022. (In Engl.).
7. Pavlova A. N. Geoinformatsionnoye modelirovaniye rechnogo basseyna po dannym sputnikovoy s"yemki STRM (na primere basseyna r. Tereshki) [Geoinformation modeling of the river basin based on STRM satellite imagery data (on the example of the Tereshki River basin)] // *Izvestiya Saratovskogo universiteta. Nauki o Zemle. Izvestiya of Saratov University. Earth Sciences*. 2009. Vol. 9, no. 1. P. 39–44. EDN: JVCBHW. (In Russ.).
8. Yamazaki D., Ikeshima D., Tawatari R. [et al.]. A high-accuracy map of global terrain elevations // *Geophysical Research Letters*. 2017. No. 44 (11). P. 5844–5853. DOI: 10.1002/2017GL072874. (In Engl.).
9. Korotin A. S., Popov E. V. Otsenka tochnosti tsifrovyykh modeley rel'yefa, primenyayemykh dlya territorial'nykh issledovaniy [Evaluation of precision of digital elevation models used for territorial studies] // *GRAFIKON'2015. GRAPHICON'2015*. Moscow, 2015. P. 102–106. EDN: UNFQOB. (In Russ.).
10. Chernikhovskiy D. M. Otsenka svyazey morfometricheskikh kharakteristik rel'yefa s kolichestvennyimi i kachestvennyimi kharakteristikami lesov na osnove tsifrovyykh modeley rel'yefa ASTER i SRTM [Assessment of relationships of morphometric characteristics of relief with quantitative and qualitative characteristics of forests based on digital elevation models ASTER and SRTM] // *Sibirskiy lesnoy zhurnal. Siberian Journal of Forest Science*. 2007. No. 3. P. 28–39. (In Russ.).
11. Lefsky M. A. A global forest canopy height map from the Moderate Resolution Imaging Spectroradiometer and the Geoscience Laser Altimeter System // *Geophysical Research Letters*. 2010. No. 37 (15). P. 1–5. DOI: 10.1029/2010GL043622. (In Engl.).
12. Huili C., Qiuhua L., Yong L. [et al.]. Hydraulic correction method (HCM) to enhance the efficiency of SRTM DEM in flood modeling // *Journal of Hydrology*. 2018. Vol. 559. P. 56–70. DOI: 10.1016/j.jhydrol.2018.01.056. (In Engl.).
13. Hirt C. Artefact detection in global digital elevation models (DEMs): The Maximum Slope Approach and its application for complete screening of the SRTM v4.1 and MERIT DEMs // *Remote Sensing of Environment*. 2018. Vol. 207. P. 27–41. DOI: 10.1016/j.rse.2017.12.037. (In Engl.).
14. Takaku J., Iwasaki A., Tadono T. Adaptive filter for improving quality of ALOS PRISM DSM // *International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*. 2016. P. 5370–5373. DOI: 10.1109/IGARSS.2016.7730399. (In Engl.).
15. Robinson N., Regetz J., Guralnick R. P. EarthEnv-DEM90: a nearly-global, void-free, multi-scale smoothed, 90 m digital elevation model from fused ASTER and SRTM data // *Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*. 2014. No. 87. P. 57–67. DOI: 10.1016/j.isprsjprs.2013.11.002. (In Engl.).

16. Korotin A. S., Popov E. V. Rekonstruktsiya mestnosti na osnove otkorrektirovannykh tsifrovyykh modeley rel'yefa [Terrain reconstruction based on corrected digital elevation models] // Problemy mashinovedeniya. *Problems of Mechanical Engineering*. Omsk, 2019. P. 283–289. EDN: ZHFUDB. (In Russ.).
17. Gesch D., Oimoen M., Danielson J. [et al.]. Validation of the ASTER global digital elevation model version 3 over the conterminous United States // The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences. Prague, Czech Republic, 2016. Vol. XLI-B4. P. 143–148. DOI: 10.5194/isprs-archives-XLI-B4-143-2016. (In Engl.).
18. Reuter H. I., Nelson A., Jarvis A. An evaluation of void-filling interpolation methods for SRTM data // International Journal of Geographical Information Science. 2007. No. 21 (9). P. 983–1008. DOI: 10.1080/13658810601169899. (In Engl.).
19. Bonin O., Rousseaux F. Digital terrain model computation from contour lines: how to derive quality information from artifact analysis // Geoinformatica. 2005. No. 9 (3). P. 253–268. DOI: 10.1007/s10707-005-1284-2. (In Engl.).
20. Oksanen J., Sarjakoski T. Uncovering the statistical and spatial characteristics of fine toposcale DEM error // International Journal of Geographical Information Science. 2006. No. 20 (4). P. 345–369. DOI: 10.1080/13658810500433891. (In Engl.).
21. Monckton C. G. An investigation into the spatial structure of error in digital elevation data // Innovations in GIS. London, 1994. P. 201–211. ISBN 978-0-429-20439-5. (In Engl.).
22. Wise S. Assessing the quality for hydrological applications of digital elevation models derived from contours // Hydrological Processes. 2000. No. 14 (11–12). P. 1909–1929. DOI: 10.1002/1099-1085(20000815/30)14:11/123.0.CO;2-6. (In Engl.).
23. Wise S. M., Lane S. N., Richards K. S. [et al.]. The effect of GIS interpolation errors on the use of DEMs in geomorphology // Landform Monitoring, Modeling and Analysis. Wiley, Chichester, 1998. P. 139–164. ISBN 978-0-471-96977-8. (In Engl.).
24. Florinsky I. V. Errors of signal processing in digital terrain modeling // International Journal of Geographical Information Science. 2002. No. 16 (5). P. 475–501. DOI: 10.1080/13658810210129139. (In Engl.).
25. Dvorkin B. A., Dudkin S. A. Noveyshiye i perspektivnyye sputniky distantsionnogo zondirovaniya Zemli [Up-to-date and advanced remote sensing satellites] // Geomatika. *Geomatics*. 2013. No. 2. P. 16–36. EDN: SVUTID. (In Russ.).
26. Wise S. Cross-validation as a means of investigating DEM interpolation error // Computers & Geosciences. 2011. Vol. 37, no. 8. P. 987–991. DOI: 10.1016/j.cageo.2010.12.002. (In Engl.).
27. Sonyushkin A. V. Sovershenstvovaniye tekhnologiy sozdaniya ortofotoplanov po kosmicheskim izobrazheniyam vysokogo razresheniya [Improvement of technologies for creating orthophotomaps from high-resolution space images]. Moscow, 2015. 117 p. (In Russ.).

KOROTIN Anton Sergeevich, Senior Lecturer of Geoinformatics, Geodesy and Cadastre Department, Nizhny Novgorod State University of Architecture and Civil Engineering (NNGASU), Nizhny Novgorod.
SPIN-code: 8401-4026
AuthorID (RSCI): 808295
AuthorID (SCOPUS): 57216799168
ORCID: 0009-0007-9636-3963
ResearcherID: JHS-4533-2023
Correspondence address: antonkorotin@yandex.ru

POPOV Evgeny Vladimirovich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of Engineering Graphics and Information Modeling Department, NNGASU, Nizhny Novgorod.
SPIN-code: 8156-5998
AuthorID (RSCI): 663542
AuthorID (SCOPUS): 56585437200
ORCID: 0000-0002-3058-2369
ResearcherID: F-6001-2013
Correspondence address: popov_eugene@list.ru

For citations

Korotin A. S., Popov E. V. Assessment of the accuracy of open digital terrain models // Omsk Scientific Bulletin. 2024. No. 3 (191). P. 64–72. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-64-72.

Received February 27, 2024.

© A. S. Korotin, E. V. Popov

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГРАНИЦ РАБОЧЕГО ПРОСТРАНСТВА ПЛАНАРНОГО ТРЕХЗВЕННОГО МАНИПУЛЯТОРА

Проведено исследование границ рабочего пространства трехзвенного планарного манипулятора, заданного аналитическими уравнениями. Предложена новая геометрическая трактовка этих уравнений. На ее основе установлено, что рабочее пространство представляет собой двухпараметрические множества эксцентрических и концентрических окружностей. При отображении таких окружностей в четырехмерное пространство получены два вида гиперповерхностей, которые являются геометрической моделью рабочего пространства манипулятора. Дискриминантами этих гиперповерхностей на гиперплоскости являются две двумерные поверхности. Получены как аналитическое описание этих поверхностей, так и их компьютерные модели. В результате установлено, что границами рабочего пространства на плоскости механизма являются дискриминанты таких поверхностей. Для подтверждения достоверности полученных результатов в качестве примера на дискриминантных поверхностях решена обратная задача кинематики — определены значения обобщенных координат в точках границ рабочего пространства манипулятора для заданных их декартовых координат.

Ключевые слова: геометрическое моделирование, компьютерная модель, манипулятор, центр схвата, рабочее пространство манипулятора, гиперповерхность, дискриминанта, трехзвенный планарный манипулятор.

Введение. Планарные двух- и трехзвенные манипуляторы нашли широкое применение, в частности, на сборочных линиях при установке мелких деталей для электронных компонентов, в качестве испытательных стендов при исследовании трехзвенных манипуляторов [1], а также в медицине и других отраслях промышленности. Основной характеристикой манипулятора, которая указывается в паспорте манипулятора, является рабочее пространство [2], так как оно влияет на конструкцию манипулятора, размещение в рабочей среде и планирование траекторий. В последние десятилетия многочисленные исследования рабочего пространства и его границ лишь подтверждают эту значимость.

Граничные кривые (для 2D-манипуляторов роботов), а также поверхности (для 3D-манипуляторов роботов) рабочего пространства робота были изучены графическими, аналитическими или численными методами, а также с использованием программного обеспечения.

В настоящее время наиболее исследованным, вследствие простоты его конструкции, является рабочее пространство двухзвенного планарного манипулятора.

Границы двухзвенного планарного манипулятора представляют собой дуги окружностей [2], в работе [3] это кольцо, определяемое двумя концентрическими окружностями радиуса $|l_1 + l_2|$ и $|l_1 - l_2|$ с центрами в начале координат (l_1 и l_2 — длины зве-

ньев). Внутренний круг может вырождаться в особую точку, когда два звена имеют одинаковую длину [3]. Подробнее границы двухзвенного планарного манипулятора исследованы в работе [4].

Хотя в области исследования границ трехзвенного манипулятора существует множество работ, до сих пор остаются открытые проблемы в характеристиках границы [5].

Сессарецци М. (1995) [6] был предложен алгоритм определения границ, использующий алгебраическую формулировку. Предварительная классификация типов кольцевых пустот и геометрические особенности были представлены в Ottaviano et al. (1999) [7]. Анализ бугров в границах рабочего пространства был предложен также в (Burdick, 1995; Saramago et al., 2002) [8, 9].

В статье [7] представлено алгебраическое решение задачи по установлению граничного рабочего пространства 3D-манипулятора в декартовом пространстве. Показано, что граничная кривая поперечного сечения может быть описана полиномом 16-го порядка. Исследованы геометрические особенности этой кривой [7].

В работе Bastien J. [10] граница манипулятора состоит из дуг окружностей, которые определяются геометрической интерпретацией вырожденной матрицы Якоби. В статье [11] используется аналитическое решение для определения рабочего пространства робота с использованием Matlab.

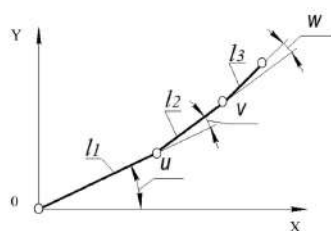


Рис. 1. Расчетная схема

К сожалению, аналитические методы не подходят с инженерной точки зрения из-за их сложности в расчетах.

Снайман и Плесси (2000) использовали численный метод определения границ [12]. В работе [13] исследование направлено на определение положения и ориентации базы манипулятора относительно заранее заданной рабочей среды. Численные методы размещения робота основаны на определении точной границы рабочего пространства. Задача решается без применения алгоритма обратной кинематики с использованием некоторой «меры ловкости». В качестве примера рассмотрен плоский манипулятор с тремя степенями свободы.

В ряде статей [14–16] был использован метод Монте-Карло, бета-распределение и программа Unigraphics для создания формы и объема рабочего пространства робота. В статье [13] в среде программы Unigraphics получено рабочее пространство путем вращения граничных кривых вокруг оси. В статье [14] для более сложных роботов использовался метод твердотельного моделирования Solidworks. Суть метода состоит, во-первых, в применении численного метода для создания плоских граничных кривых пространственного робота в своей основной рабочей плоскости, а затем 3D-форма и объем рабочего пространства робота генерируются программным обеспечением Unigraphics.

В статье [17] получена классификация для всех возможных плоских 3R-манипуляторов (где R — вращательная пара) в зависимости от соотношений длин звеньев. Выделено три класса манипуляторов.

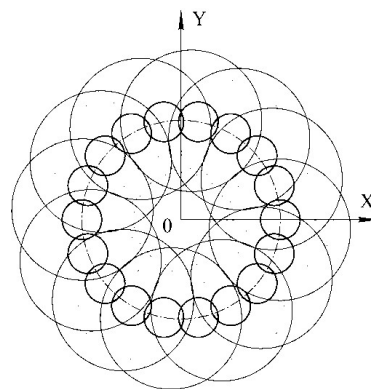
Практический интерес представляет нахождение бугров и пустот внутри рабочей области [7].

Наличие бугров и пустот можно обнаружить по анализу геометрических особенностей граничных поверхностей и кривых. Эффективным инструментом для достижения этих целей является разработка соответствующих геометрических моделей и компьютерных технологий.

Актуальными являются исследования, направленные на развитие методов геометрического и компьютерного моделирования рабочего пространства манипуляторов применительно к их использованию в среде интегрированных систем компьютерной графики.

Целью настоящей работы является исследование рабочего пространства планарных трехзвенных манипуляторов средствами геометрического и компьютерного моделирования с возможностью решения как прямой, так и обратной задач кинематики механизмов этих манипуляторов.

1. Теория. Для решения поставленной задачи выполним исследования кинематической схемы (рис. 1) планарного трехзвенного манипулятора. На этом рисунке заданы длины звеньев l_1 , l_2 и l_3 , а также углы поворота звеньев u , v и w (обобщенные координаты).

Рис. 2. Семейства экцентрических окружностей для различных значений параметра w : $w = 0^\circ$, $w = 180^\circ$

Аналитические зависимости, связывающие координаты центра схвата с обобщенными координатами манипулятора, определяются системой уравнений

$$\begin{aligned} x &= l_1 \cdot \cos(u) + l_2 \cdot \cos(u + v) + \\ &+ l_3 \cdot \cos(u + v + w) \\ y &= l_1 \cdot \sin(u) + l_2 \cdot \sin(u + v) + \\ &+ l_3 \cdot \sin(u + v + w). \end{aligned} \quad (1)$$

Проведенные исследования уравнений (1) позволили установить, что они задают семейство экцентрических окружностей, центры которых расположены на окружности радиусом $R_0 = l_1$ с центром в начале системы координат (рис. 2). Радиусы этих окружностей определяются зависимостью

$$R_i = \sqrt{(l_2)^2 + (l_3)^2 + 2(l_2)(l_3) \cos(w)} \quad (2)$$

Для каждого фиксированного значения u предлагается рассматривать семейства окружностей на плоскости (рис. 2) как проекции окружностей некоторого многообразия из четырехмерного пространства [18, 19]. Пусть каждая из окружностей этого семейства смещена параллельно плоскости XY на величину, пропорциональную параметрам v и u . Тогда семейство таких окружностей определит гиперповерхность в четырехмерном пространстве, которая записывается уравнениями

$$\begin{aligned} x &= l_1 \cdot \cos(u) + l_2 \cdot \cos(u + v) + \\ &+ l_3 \cdot \cos(u + v + w) \\ y &= l_1 \cdot \sin(u) + l_2 \cdot \sin(u + v) + \\ &+ l_3 \cdot \sin(u + v + w) \\ z &= C_2 \cdot v \\ t &= C_1 \cdot u, \end{aligned} \quad (3)$$

где C_1 и C_2 — некоторые константы.

Эта поверхность задает рабочее пространство трёхзвенного планарного манипулятора. Для определения границ этого пространства выполним отображение гиперповерхности (3) ортогональным проецированием вдоль оси Z на гиперплоскость XUT . В этом случае в точках дискриминанты гиперповерхности узлы обобщенных координат манипулятора устанавливается зависимость:

$$F(u, v, w) = \begin{vmatrix} x_u & y_u & t_u \\ x_v & y_v & t_v \\ x_w & y_w & t_w \end{vmatrix} = 0. \quad (4)$$

После вычисления и подстановки выражений для частных производных в уравнение (4) и преобразований, получим

$$w = 0 \text{ и } w = \pm 180^\circ. \quad (5)$$

Значения параметра w совместно с уравнениями (3) определяют две двумерные поверхности:

$$x = l_1 \cdot \cos(u) + (l_2 + l_3) \cdot \cos(u + v) \quad (6)$$

$$y = l_1 \cdot \sin(u) + (l_2 + l_3) \cdot \sin(u + v)$$

$$t = t(u)$$

и

$$x = l_1 \cdot \cos(u) + (l_2 - l_3) \cdot \cos(u + v) \quad (7)$$

$$y = l_1 \cdot \sin(u) + (l_2 - l_3) \cdot \sin(u + v)$$

$$t = t(u).$$

Эти поверхности задают границы рабочего пространства манипулятора в зависимости от обобщенных координат u и v . Модели полученных поверхностей приведены на рис. 3.

Выполнив преобразование уравнений (6), получим

$$\begin{aligned} [x - l_1 \cdot \cos(u)]^2 + \\ + [y - l_1 \cdot \sin(u)]^2 = (l_2 + l_3)^2. \end{aligned} \quad (8)$$

Уравнение (8) определяет семейство эксцентрических окружностей радиусом $l_2 + l_3$ с центрами: $x_0 = l_1 \cdot \cos(u)$, $y_0 = l_1 \cdot \sin(u)$ на окружности радиусом l_1 .

В свою очередь уравнения (7) определяют семейство эксцентрических окружностей радиусом $l_2 - l_3$ с центрами: $x_0 = l_1 \cdot \cos(u)$, $y_0 = l_1 \cdot \sin(u)$ на окружности радиусом l_1 .

Огибающие этих окружностей задают границы рабочего пространства манипулятора на плоскости XU в зависимости от значений параметра u .

2. Дискриминанты гиперповерхностей, задающих границы рабочего пространства. Границами рабочего пространства манипулятора являются дискриминанты (двумерные поверхности) указанных выше гиперповерхностей на гиперплоскости. Для нахождения границ рабочего пространства в плоскости манипулятора нужно найти дискриминанты полученных двумерных поверхностей.

2.1. Дискриминанта гиперповерхности, образованной семейством эксцентрических окружностей. Для установления границ рабочего пространства в плоскости манипулятора выполним отображение поверхностей (6) и (7) ортогональным проектированием на координатную плоскость XU . В точках дискриминант этих поверхностей выполняется условие

$$F(u, v) = \begin{vmatrix} x_u & y_u \\ x_v & y_v \end{vmatrix} = 0. \quad (9)$$

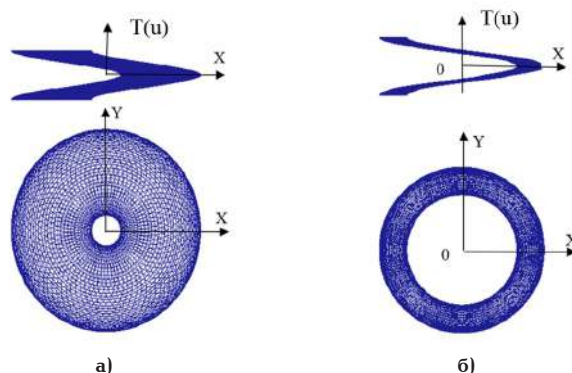


Рис. 3. Дискриминантные поверхности на гиперплоскости XU для а) $w = 0^\circ$, б) $w = \pm 180^\circ$

После подстановки выражений для частных производных переменных x и y из (6) в уравнение (9) и преобразований получим в точках дискриминанты значения параметра v : $v = 0^\circ$ и $v = \pm 180^\circ$. Тогда уравнения (6) и (7) для значения $v = 0^\circ$ имеют вид

$$\begin{aligned} x &= (l_1 + l_2 + l_3) \cdot \cos(u) \\ y &= (l_1 + l_2 + l_3) \cdot \sin(u) \end{aligned} \quad (10)$$

$$t = t(u),$$

$$\begin{aligned} x &= (l_1 + l_2 - l_3) \cdot \cos(u) \\ y &= (l_1 + l_2 - l_3) \cdot \sin(u) \end{aligned} \quad (11)$$

$$t = t(u),$$

а для $v = \pm 180^\circ$ будут

$$\begin{aligned} x &= (l_1 - l_2 - l_3) \cdot \cos(u) \\ y &= (l_1 - l_2 - l_3) \cdot \sin(u) \end{aligned} \quad (12)$$

$$t = t(u),$$

$$\begin{aligned} x &= (l_1 - l_2 + l_3) \cdot \cos(u) \\ y &= (l_1 - l_2 + l_3) \cdot \sin(u) \end{aligned} \quad (13)$$

$$t = t(u).$$

В результате уравнения (10)–(13) определяют цилиндрические винтовые линии. Проекциями этих линий на координатную плоскость XU являются четыре concentric окружности радиусами $R_{\max} = (l_1 + l_2 + l_3)$, $R_{\min} = (l_1 - l_2 - l_3)$, $R_1 = (l_1 - l_2 + l_3)$, $R_2 = (l_1 + l_2 - l_3)$. Дуги этих окружностей являются участками границы рабочего пространства в зависимости от диапазона изменения параметра u .

Для определения границ рабочего пространства манипулятора в зависимости от обобщенной координаты v выполним отображение гиперповерхности (3) ее ортогональным проектированием вдоль оси T .

В этом случае уравнение, устанавливающее связь обобщенных координат, будет

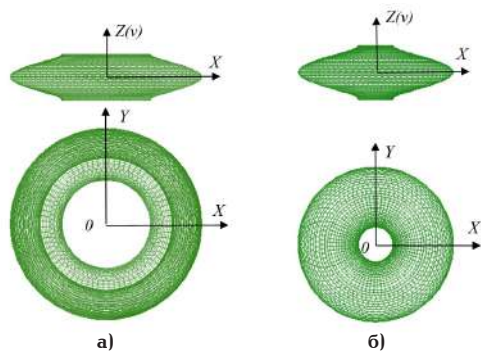


Рис. 4. Дискриминантные поверхности на гиперплоскости XYZ: а) $k = 0$; б) $k = \pm 1$

$$F(u, v, w) = \begin{vmatrix} x_u & y_u & z_u \\ x_v & y_v & z_v \\ x_w & y_w & z_w \end{vmatrix} = 0. \quad (14)$$

После подстановки зависимостей для частных производных в уравнение (14) и преобразований уравнение связи параметров v и w будет:

$$v = \pi \cdot k + (-1)^k \times \arcsin\left(\frac{l_2}{l_1} \cdot \sin(-w)\right) - w, \quad (15)$$

где $k = 0, \pm 1$.

Полученное уравнение (15) совместно с уравнениями (3) определяют две двумерные поверхности.

Модели этих поверхностей показаны на рис. 4.

Проекцией одной из поверхностей (рис. 4а) является семейство концентрических окружностей с центром в начале системы координат:

$$x^2 + y^2 = l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 + 2l_1 \cdot l_2 \times \cos\left(\arcsin\left(\frac{l_2}{l_1} \cdot \sin(-w)\right) - w\right) + 2l_2 \cdot l_3 \cdot \cos(w) + 2l_1 \cdot l_3 \cdot \cos\left(\arcsin\left(\frac{l_2}{l_1} \cdot \sin(-w)\right)\right), \quad (16)$$

и радиусами

$$Ri = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 + 2l_1 \cdot l_2 \times \cos\left(\arcsin\left(\frac{l_2}{l_1} \cdot \sin(-w)\right) - w\right) + 2l_2 \cdot l_3 \cdot \cos(w) + 2l_1 \cdot l_3 \cdot \cos\left(\arcsin\left(\frac{l_2}{l_1} \cdot \sin(-w)\right)\right)}.$$

Проекцией другой поверхности (рис. 4б) является семейство концентрических окружностей с центром в начале системы координат:

$$x^2 + y^2 = l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 + 2l_1 \cdot l_2 \times \cos\left(\pi - \arcsin\left(\frac{l_2}{l_1} \cdot \sin(-w)\right) - w\right) + 2l_2 \cdot l_3 \cdot \cos(w) + 2l_1 \cdot l_3 \times$$

$$\cos\left(\pi - \arcsin\left(\frac{l_2}{l_1} \cdot \sin(-w)\right)\right) \quad (17)$$

и радиусами

$$Ri = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 + 2l_1 \cdot l_2 \times \cos\left(\pi - \arcsin\left(\frac{l_2}{l_1} \cdot \sin(-w)\right) - w\right) + 2l_2 \cdot l_3 \cdot \cos(w) + 2l_1 \cdot l_3 \cdot \cos\left(\pi - \arcsin\left(\frac{l_2}{l_1} \cdot \sin(-w)\right)\right)}.$$

Для определения границы рабочего пространства на координатной плоскости XY в зависимости от параметра v определим дискриминанты поверхностей (рис. 4) с учетом уравнения связи (15). В точках дискриминант выполняется условие

$$F(u, w) = \begin{vmatrix} x_u & y_u \\ x_w & y_w \end{vmatrix} = 0. \quad (18)$$

После подстановки выражений для частных производных в равенство (18) и преобразований получим

$$v'(l_1 \cdot \sin(v) - l_3 \cdot \sin(w)) = 0, \quad (19)$$

где

$$v' = \left(\begin{matrix} \pi \cdot k + (-1)^k \times \\ \times \arcsin\left(\frac{l_2}{l_1} \cdot \sin(-w)\right) - w \end{matrix} \right)' = \frac{-(-1)^k \cdot \frac{l_2}{l_1} \cdot \cos(-w)}{\sqrt{1 - \left(\frac{l_2}{l_1} \cdot \sin(-w)\right)^2}} - 1. \quad (20)$$

Решением уравнения (19) являются значения v и w : $v = 0^\circ$ и $w = 0^\circ$; $v = \pm 180^\circ$ и $w = 0^\circ$; $v = \pm 180^\circ$ и $w = \pm 180^\circ$; $w = \pm 180^\circ$ и $v = 0^\circ$.

Подставляя в уравнения (16) и (17) значения параметров v и w , получим четыре окружности:

$$x = (l_1 + l_2 + l_3) \cdot \cos(u) \\ y = (l_1 + l_2 + l_3) \cdot \sin(u) \cdot \quad (21)$$

$$z = z(v) = 0^\circ$$

$$x = (l_1 + l_2 - l_3) \cdot \cos(u) \\ y = (l_1 + l_2 - l_3) \cdot \sin(u) \cdot \quad (22)$$

$$z = z(v) = 0^\circ$$

$$x = (l_1 - l_2 - l_3) \cdot \cos(u) \\ y = (l_1 - l_2 - l_3) \cdot \sin(u) \cdot \quad (23)$$

$$z = z(v) = \pm 180^\circ$$

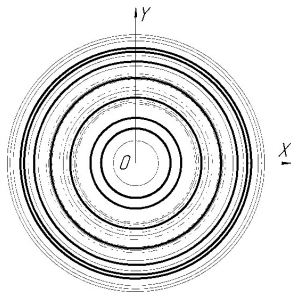


Рис. 5. Семейства концентрических окружностей для различных значений параметра w : $w = 0^\circ$, $w = 90^\circ$, $w = 180^\circ$

$$\begin{aligned} x &= (l_1 - l_2 + l_3) \cdot \cos(u) \\ y &= (l_1 - l_2 + l_3) \cdot \sin(u) \cdot \\ z &= z(v) = \pm 180^\circ \end{aligned} \quad (24)$$

2.2. Дискриминанта гиперповерхности, образованной семейством концентрических окружностей. Выполним еще одно преобразование уравнений системы (1), в результате которого получим

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 + 2l_1 \cdot l_2 \times \\ &\times \cos(v) + 2l_1 \cdot l_3 \cdot \cos(v + w) + \\ &+ 2l_2 \cdot l_3 \cdot \cos(w). \end{aligned} \quad (25)$$

Это уравнение определяет двухпараметрическое семейство концентрических окружностей с центром в начале системы координат и радиусами (рис. 5)

$$Ri = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 + 2l_1 \cdot l_2 \times \cos(v) + 2l_1 \cdot l_3 \times \cos(v + w) + 2l_2 \cdot l_3 \cdot \cos(w)}. \quad (26)$$

Тогда уравнения гиперповерхности в четырехмерном пространстве, образованной семейством концентрических окружностей, имеют вид

$$\begin{aligned} x &= l_1 \cdot \cos(u) + l_2 \cdot \cos(u + v) + l_3 \cdot \cos(u + v + w) \\ y &= l_1 \cdot \sin(u) + l_2 \cdot \sin(u + v) + l_3 \cdot \sin(u + v + w) \\ z &= C_2 \cdot w \\ t &= C_1 \cdot u, \end{aligned} \quad (27)$$

где C_1 и C_2 — некоторые константы.

Такая гиперповерхность, как и (3), задает рабочее пространство трехзвенного планарного манипулятора. Для определения границ этого пространства выполним отображение гиперповерхности (27) ортогональным проецированием вдоль оси T на гиперплоскость XYZ . В этом случае в точках дискриминанты гиперповерхности связь обобщенных координат манипулятора устанавливается, как и ранее, зависимостью (14).

После подстановки выражений для соответствующих частных производных в (14) и преобразований получим:

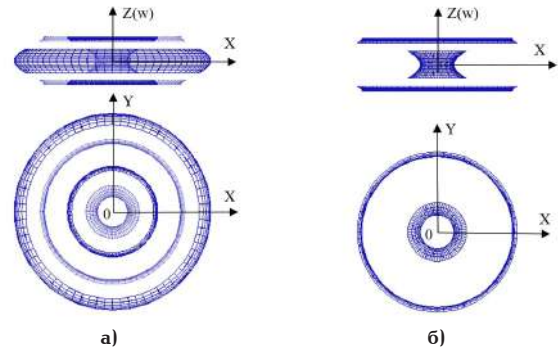


Рис. 6. Дискриминантные поверхности на гиперплоскости XYZ : а) $k = 0$; б) $k = \pm 1$

$$w = \pi \cdot k + (-1)^k \cdot \arcsin\left(\frac{l_2}{l_3} \cdot \sin(-v)\right) - v, \quad (28)$$

где $k = 0, \pm 1$.

Значения параметра w совместно с уравнениями (27) определяют две двумерные поверхности.

Эти поверхности задают границы рабочего пространства манипулятора в зависимости от обобщенной координаты w .

Модели полученных поверхностей приведены на рис. 6.

Выполнив преобразование уравнений (27) с учетом (28), получим

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 + 2l_1 \times \\ &\times l_3 \cdot \cos\left(\arcsin\left(\frac{l_2}{l_3} \cdot \sin(-v)\right)\right) + \\ &+ 2l_1 \cdot l_2 \cdot \cos(v) + 2l_2 \cdot l_3 \times \\ &\times \cos\left(\arcsin\left(\frac{l_2}{l_3} \cdot \sin(-v)\right) - v\right). \end{aligned} \quad (29)$$

В результате уравнение (29) описывает однопараметрическое семейство концентрических окружностей с центром в точке $(0,0)$ и радиусами

$$Ri = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 + 2l_1 \cdot l_3 \times \cos\left(\arcsin\left(\frac{l_2}{l_3} \cdot \sin(-v)\right)\right) + 2l_1 \cdot l_2 \cdot \cos(v) + 2l_2 \cdot l_3 \cdot \cos\left(\arcsin\left(\frac{l_2}{l_3} \cdot \sin(-v)\right) - v\right)}.$$

Выполнив аналогично предыдущему, но для $k = 1$, преобразования системы уравнений (27), получим:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 + 2l_1 \cdot l_3 \times \\ &\times \cos\left(\pi - \arcsin\left(\frac{l_2}{l_3} \cdot \sin(-v)\right)\right) + \\ &+ 2l_1 \cdot l_2 \cdot \cos(v) + 2l_2 \cdot l_3 \times \\ &\times \cos\left(\pi - \arcsin\left(\frac{l_2}{l_3} \cdot \sin(-v)\right) - v\right). \end{aligned} \quad (30)$$

Тогда уравнение (30) задает семейство концентрических окружностей с центром $(0,0)$ и радиусами

$$Ri = \sqrt{\begin{aligned} & l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 + 2l_1 \cdot l_3 \times \\ & \times \cos\left(\pi - \arcsin\left(\frac{l_2}{l_3} \cdot \sin(-v)\right)\right) + \\ & + 2l_1 \cdot l_2 \cdot \cos(v) + \\ & + 2l_2 \cdot l_3 \cdot \cos\left(\pi - \arcsin\left(\frac{l_2}{l_3} \cdot \sin(-v)\right) - v\right). \end{aligned}}$$

Огибающие этих окружностей задают границы рабочего пространства манипулятора на плоскости XU в зависимости от значений параметра w .

Для нахождения границы рабочего пространства на координатной плоскости XU в зависимости от параметра w определим дискриминанты поверхностей (рис. 6) с учетом уравнения связи (28). В точках дискриминант выполняется равенство (9), из которого получим

$$w'(l_3 \cdot \sin(w) - l_1 \cdot \sin(v)) = 0. \quad (31)$$

Решением уравнения (31) являются значения v и w : $v = 0^\circ$ и $w = 0^\circ$; $v = \pm 180^\circ$ и $w = 0^\circ$; $v = \pm 180^\circ$ и $w = \pm 180^\circ$; $w = \pm 180^\circ$ и $v = 0^\circ$

Подставляя в уравнения (27) значения параметров v и w , получим четыре окружности:

$$\begin{aligned} x &= (l_1 + l_2 + l_3) \cdot \cos(u) \\ y &= (l_1 + l_2 + l_3) \cdot \sin(u) \\ z &= z(w) = 0^\circ \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} x &= (l_1 + l_2 - l_3) \cdot \cos(u) \\ y &= (l_1 + l_2 - l_3) \cdot \sin(u) \\ z &= z(w) = 0^\circ \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} x &= (l_1 - l_2 - l_3) \cdot \cos(u) \\ y &= (l_1 - l_2 - l_3) \cdot \sin(u) \\ z &= z(w) = \pm 180^\circ \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} x &= (l_1 - l_2 + l_3) \cdot \cos(u) \\ y &= (l_1 - l_2 + l_3) \cdot \sin(u) \\ z &= z(w) = \pm 180^\circ. \end{aligned} \quad (35)$$

Выполненное отображение гиперповерхности (27) ортогональным проецированием вдоль оси Z позволило установить, что ее дискриминанта совпадает с дискриминантой гиперповерхности (3).

3. Результаты компьютерных экспериментов.

Так как обобщенные координаты в промышленных манипуляторах изменяются в определенных границах, то изложенные выше результаты применим для моделирования рабочего пространства в конкретных диапазонах изменения этих координат. Компьютерные модели выполнены по разработанным авторами алгоритмам и программам в среде САД-системы [20].

Для рассмотренной выше дискриминанты (6) гиперповерхности (3) построим модели рабочего про-

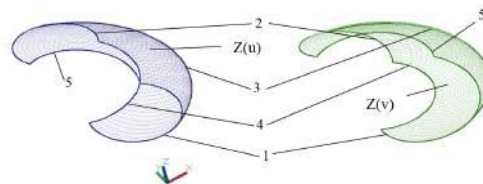


Рис. 7. Модели дискриминант U - и V -поверхностей рабочего пространства манипулятора для $w = 0^\circ$, $-80^\circ \leq u \leq 80^\circ$, $-120^\circ \leq v \leq 120^\circ$

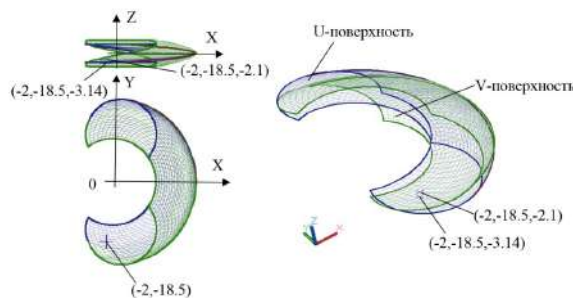


Рис. 8. Определение обобщенных координат (u, v, w) рабочего пространства на моделях дискриминант U - и V -поверхностей для $w = 0^\circ$, $-80^\circ \leq u \leq 80^\circ$, $-120^\circ \leq v \leq 120^\circ$

странства при изменении параметров u и v . Они определяются моделями двух дискриминант и представлены на рис. 7 и 8. Границами дискриминанты (6) являются дуги окружностей поз. 1–5, при этом дуге 1 соответствует параметр $v = -80^\circ$, 2 – $v = 80^\circ$, 3 – $w = 0^\circ$, 4 – $w = -120^\circ$, 5 – $w = 120^\circ$.

Для решения обратной задачи кинематики манипулятора воспользуемся предложенной геометрической интерпретацией рабочего пространства. Модели сечений гиперповерхности (3), определяющей рабочее пространство манипулятора, приведены в [19]. На горизонтальной проекции моделей дискриминант U - и V -поверхностей, задав точку 1 (рис. 8) с координатами $(x, y) = (-2; -18,5)$, получим на дискриминантах U - и V -поверхностей третью координату $z(u) = 2u \cdot \frac{3,14}{180^\circ} = -2,1$; $z(v) = 2v \cdot \frac{3,14}{180^\circ} = -3,14$; или $u = -60^\circ$, $v = -90^\circ$.

Заключение. Проведенные исследования границ рабочего пространства трехзвенного планарного манипулятора, заданного аналитическими зависимостями, позволили получить ряд новых результатов. Так, на основе предложенной геометрической трактовки этих зависимостей установлено, что рабочее пространство в плоскости манипулятора состоит из двух множеств окружностей. Одно из них представляет собой двухпараметрическое множество эксцентрических, а второе — двухпараметрическое множество концентрических окружностей. Выполненные отображения таких окружностей в четырехмерное пространство позволили получить два вида гиперповерхностей. Дискриминантами этих гиперповерхностей на две гиперплоскости являются двумерные поверхности. Получено как аналитическое описание этих поверхностей, так и их компьютерные модели. В результате определены границы рабочего пространства на плоскости механизма. Они являются дискриминантами двумерных поверхностей при их ортогональном отображении на координатную плоскость манипу-

лятора. Для решения обратной задачи кинематики манипулятора на дискриминантных поверхностях определены значения обобщенных координат в точках границ рабочего пространства манипулятора для заданных их декартовых координат.

Библиографический список

- Duka A. V. Neural network based inverse kinematics solution for trajectory tracking of a robotic arm // *Procedia Technology*. 2014. Vol. 12. P. 20–27. DOI: 10.1016/j.protcy.2013.12.451.
- Зенкевич С. Л., Ющенко А. С. Основы управления манипуляционными роботами. Москва: Изд-во МГТУ, 2004. 478 с.
- Zar T., Lin P. W., Win S. Y. Workspace Analysis of Two-link Planar Manipulator // *International Journal of Science and Engineering Applications*. 2019. Vol. 8. P. 380–383. DOI: 10.7753/IJSEA0808.1028.
- Ляшков А. А., Шевелева Т. А. Моделирование рабочего пространства планарного двухзвенного манипулятора средствами компьютерной графики // *Автоматизация в промышленности*. 2023. № 12. С. 46–50. DOI: 10.25728/avtprom.2023.12.08. EDN: ORUSIA.
- Ottaviano E., Husty M., Ceccarelli M. Identification of the Workspace Boundary of a General 3-R Manipulator // *Journal of Mechanical Design*. 2006. Vol. 128 (1). DOI: 10.1115/1.2120807.
- Ceccarelli M. A synthesis algorithm for three-revolute manipulators by using an algebraic formulation of workspace boundary // *Journal of mechanical design*. Vol. 117 (2A). P. 298–302. URL: <https://www.dmg-lib.org/dmglib/streambook/index.jsp?bookid=23666009> (дата обращения: 11.02.2024).
- Ottaviano E., Ceccarelli M., Lanni C. A Characterization of Ring Void in Workspace of Three-Revolute Manipulators // *Proceedings 10th World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms*. 1999. Vol. 3. P. 1039–1044.
- Burdick J. W. A Classification of 3R Regional Manipulator Singularities and Geometries // *Proceedings. 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. 1991. Vol. 3. P. 2670–2675. DOI: 10.1109/ROBOT.1991.132033.
- Lanni C., Saramago S., Ceccarelli M. Optimum Design of General 3R Manipulators by Using Traditional and Random Search Optimization Techniques // *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences*. 2002. Vol. 24. P. 293–301.
- Bastien J. Description analytique complète des limites de l'espace de travail pour un manipulateur en série plan // *Comptes Rendus Mécanique*. 2018. Vol. 346. P. 13–25. DOI:10.1016/j.crme.2017.10.004.
- Goyal K., Sethi D. An analytical method to find workspace of a robotic manipulator // *Journal of Mechanical Engineering*. 2010. Vol. 41 (1). DOI: 10.3329/jme.v41i1.5359.
- Serweryouns S., Hasan D. S. Kinematic Workspace Modelling of Two Links Robotic Manipulator // *Anbar Journal of Engineering Science*. 2020. Vol. 4. P. 101–106. DOI: 10.37649/aengs.2020.171281.
- Abdel-Malek K., Yu W. Placement of Robot Manipulators to Maximize Dexterity // *International Journal of Robotics and Automation*. 2004. Vol. 19 (1). DOI: 10.2316/Journal.206.2004.1.206-2029.
- Cao Y., Qi S. P., Lu K. [et al.]. An integrated method for workspace computation of robot manipulator // *Proceedings of International Joint Conference on Computational Sciences and Optimization*. 2009. Vol. 1. P. 309–312. DOI:10.1109/CSO.2009.161.
- Cao Y., Zang H., Wu L., Lu T. An engineering oriented method for the three dimensional workspace generation of robot manipulator // *Journal of Information and Computational Science*. 2011. Vol. 8, no. 1. P. 51–61.
- Cao Y., Lu K., Zang Y. Accurate Numerical Methods for Computing 2D and 3D Robot Workspace // *International Journal of Advanced Robotic Systems*. Vol. 8, Issue 6. 2011. DOI: 10.5772/45686.
- Guo W. Z., Gao F., Mekid S. A new analysis of workspace performances and orientation capability for 3-dof planar manipulators // *International Journal of Robotics and Automation*. 2010. Vol. 25, № 2. P. 89–101. DOI: 10.2316/Journal.206.2010.2.206-3326.
- Thom R. Sur la theorie des envelopes // *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*. 1962. Vol. 41, № 2. P. 177–192.
- Ляшков А. А., Шевелева Т. А. Моделирование рабочего пространства планарного двухзвенного манипулятора средствами компьютерной графики // *Онтология проектирования*. 2024. Т. 14, № 1. С. 71–81. DOI: 10.18287/2223-9537-2024-14-1-71-81.
- Ляшков А. А., Шевелева Т. А. Программа компьютерного моделирования трехмерной гиперповерхности, являющейся моделью рабочего пространства плоского трёхзвенного механизма: программа для ЭВМ. Москва: ФИПС, 2022. № 2022685586.

ШЕВЕЛЕВА Татьяна Анатольевна, аспирант кафедры «Инженерная геометрия и САПР» Омского государственного технического университета (ОмГТУ), г. Омск.

SPIN-код: 5059-6717

ORCID: 0009-0002-2577-8348

Адрес для переписки: tatyana0781@mail.ru

ЛЯШКОВ Алексей Ануфриевич, доктор технических наук, доцент (Россия), профессор кафедры «Инженерная геометрия и САПР» ОмГТУ, г. Омск.

SPIN-код: 2377-7912

ORCID: 0000-0003-0100-8584

AuthorID (SCOPUS): 55237710400

ResearcherID: C-2426-2017

Адрес для переписки 3dogibmod@mail.ru

Для цитирования

Шевелева Т. А., Ляшков А. А. Моделирование границ рабочего пространства планарного трёхзвенного манипулятора // *Омский научный вестник*. 2024. № 3 (191). С. 73–81. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-73-81.

Статья поступила в редакцию 14.05.2024 г.

© Т. А. Шевелева, А. А. Ляшков

MODELING THE BOUNDARIES OF THE WORKING SPACE OF A PLANAR THREE-LINK MANIPULATOR

A study of the boundaries of the working space of a three-link planar manipulator, specified by analytical equations, is carried out. A new geometric interpretation of these samples is proposed. On its basis, it is established that outer space consists of two-parameter volumes of eccentric and concentric circles. When transforming such environments into four-dimensional space, two types of hypersurfaces are obtained, which represent a geometric model of the manipulator's workspace. The discriminants of these hypersurfaces on the hyperplane are two two-dimensional surfaces. Both an analytical description of these surfaces and their computer models are obtained. As a result, it is established that the boundaries of the working space on the plane of the mechanism are the discriminants of such surfaces. To confirm the reliability of the results obtained, as an example, an inverse kinematics problem is solved on discriminant surfaces — the values of generalized coordinates at the boundary points of the manipulator's workspace are determined for their given Cartesian coordinates.

Keywords: geometric modeling, computer model, manipulator, gripper center, manipulator workspace, hypersurface, discriminant, three-link planar manipulator.

References

1. Duka A. V. Neural network based inverse kinematics solution for trajectory tracking of a robotic arm // *Procedia Technology*. 2014. Vol. 12. P. 20–27. DOI: 10.1016/j.protcy.2013.12.451. (In Engl.).
2. Zenkevich S. L., Yushchenko A. S. *Osnovy upravleniya manipulyatsionnymi robotami [Fundamentals of manipulative robot control]*. Moscow, 2004. 478 p. (In Russ.).
3. Zar T., Lin P. W., Win S. Y. Workspace Analysis of Two-link Planar Manipulator // *International Journal of Science and Engineering Applications*. 2019. Vol. 8. P. 380–383. DOI: 10.7753/IJSEA0808.1028. (In Engl.).
4. Lyashkov A. A., Sheveleva T. A. Modelirovaniye rabocheho prostranstva planarnogo dvukhzhvonnogo manipulyatora sredstvami komp'yuternoy grafiki [Modeling the workspace of a three-link planar manipulator] // *Avtomatizatsiya v promyshlennosti. Automation in Industry*. 2023. No. 12. P. 46–50. DOI: 10.25728/avtprom.2023.12.08. EDN: ORUSIA. (In Russ.).
5. Ottaviano E., Husty M., Ceccarelli M. Identification of the Workspace Boundary of a General 3-R Manipulator // *Journal of Mechanical Design*. 2006. Vol. 128 (1). DOI: 10.1115/1.2120807. (In Engl.).
6. Ceccarelli M. A synthesis algorithm for three-revolute manipulators by using an algebraic formulation of workspace boundary // *Journal of mechanical design*. Vol. 117 (2A). P. 298–302. URL: <https://www.dmg-lib.org/dmglib/streambook/index.jsp?bookid=23666009> (accessed: 11.02.2024). (In Engl.).
7. Ottaviano E., Ceccarelli M., Lanni C. A Characterization of Ring Void in Workspace of Three-Revolute Manipulators // *Proceedings 10th World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms*. 1999. Vol. 3. P. 1039–1044. (In Engl.).
8. Burdick J. W. A Classification of 3R Regional Manipulator Singularities and Geometries // *Proceedings. 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. 1991. Vol. 3. P. 2670–2675. DOI: 10.1109/ROBOT.1991.132033. (In Engl.).
9. Lanni C., Saramago S., Ceccarelli M. Optimum Design of General 3R Manipulators by Using Traditional and Random Search Optimization Techniques // *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences*. 2002. Vol. 24. P. 293–301. (In Engl.).
10. Bastien J. Description analytique complète des limites de l'espace de travail pour un manipulateur en série plan // *Comptes Rendus Mécanique*. 2018. Vol. 346. P. 13–25. DOI: 10.1016/j.crme.2017.10.004. (In Engl.).
11. Goyal K., Sethi D. An analytical method to find workspace of a robotic manipulator // *Journal of Mechanical Engineering*. 2010. Vol. 41 (1). DOI: 10.3329/jme.v41i1.5359. (In Engl.).
12. Serveryouns S., Hasan D. S. Kinematic Workspace Modelling of Two Links Robotic Manipulator // *Anbar Journal of Engineering Science*. 2020. Vol. 4. P. 101–106. DOI: 10.37649/aengs.2020.171281. (In Engl.).
13. Abdel-Malek K., Yu W. Placement of Robot Manipulators to Maximize Dexterity // *International Journal of Robotics and Automation*. 2004. Vol. 19 (1). DOI: 10.2316/Journal.206.2004.1.206-2029. (In Engl.).
14. Cao Y., Qi S. P., Lu K. [et al.]. An integrated method for workspace computation of robot manipulator // *Proceedings of International Joint Conference on Computational Sciences and Optimization*. 2009. Vol. 1. P. 309–312. DOI: 10.1109/CSO.2009.161. (In Engl.).
15. Cao Y., Zang H., Wu L., Lu T. An engineering oriented method for the three dimensional workspace generation of robot manipulator // *Journal of Information and Computational Science*. 2011. Vol. 8, no. 1. P. 51–61. (In Engl.).

16. Cao Y., Lu K., Zang Y. Accurate Numerical Methods for Computing 2D and 3D Robot Workspace // International Journal of Advanced Robotic Systems. 2011. Vol. 8, Issue 6. DOI: 10.5772/45686. (In Engl.).

17. Guo W. Z., Gao F., Mekid S. A new analysis of workspace performances and orientation capability for 3-DOF planar manipulators // International Journal of Robotics and Automation. 2010. Vol. 25, no. 2. P. 89–101. DOI: 10.2316/Journal.206.2010.2.206-3326. (In Engl.).

18. Thom R. Sur la theorie des envelopes // Journal de Mathématiques Pures et Appliquées. 1962. Vol. 41, no. 2. P. 177–192. (In Engl.).

19. Lyashkov A. A., Sheveleva T. A. Modelirovaniye rabochego prostranstva planarnogo dvukhzvennogo manipulyatora sredstvami komp'yuternoy grafiki [Modeling the workspace of a three-link planar manipulator] // Ontologiya proyektirovaniya. *Ontology of Designing*. 2024. Vol. 14, no. 1. P. 71–81. DOI: 10.18287/2223-9537-2024-14-1-71-81. (In Russ.).

20. Lyashkov A. A., Sheveleva T. A. Programma komp'yuternogo modelirovaniya trekhmernoy giperpoverkhnosti, yavlyayushcheyasya model'yu rabochego prostranstva ploskogo trakhzvennogo mekhanizma [A program for computer modeling of a three-dimensional hypersurface, which is a model of the working space of a flat three-link mechanism]. Moscow, 2022. No. 2022685586. (In Russ.).

SHEVELEVA Tatyana Anatolyevna, Graduate Student of Engineering Geometry and CAD Department, Omsk State Technical University (OmSTU), Omsk.

SPIN-code: 5059-6717

ORCID: 0009-0002-2577-8348

Correspondence address: tatyana0781@mail.ru

LYASHKOV Aleksey Anufriyevich, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of Engineering Geometry and CAD Department, OmSTU, Omsk.

SPIN-code: 2377-7912

ORCID: 0000-0003-0100-8584

AuthorID (SCOPUS): 55237710400

ResearcherID: C-2426-2017

Correspondence address: dogibmod@mail.ru

For citations

Sheveleva T. A., Lyashkov A. A. Modeling the boundaries of the working space of a planar three-link manipulator // Omsk Scientific Bulletin. 2024. No. 3 (191). P. 73–81. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-73-81.

Received May 14, 2024.

© T. A. Sheveleva, A. A. Lyashkov



ЭНЕРГЕТИКА И ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

УДК 621.316
DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-82-92
EDN: UYVIPA

В. П. КУЗЬМЕНКО

Санкт-Петербургский
государственный университет
аэрокосмического приборостроения,
г. Санкт-Петербург

ТРЕХУРОВНЕВЫЙ АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЕМ В РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЯХ С СОЛНЕЧНЫМИ ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

Современные энергетические системы характеризуются растущей интеграцией возобновляемых источников энергии, что порождает новые задачи в области регулирования напряжения. Целью исследования являлось моделирование процесса регулирования напряжения в контексте распределительных электрических сетей низкого и среднего напряжения (до 35 кВ) с солнечными фотоэлектрическими системами. Разработан трехуровневый алгоритм управления напряжением, который анализирует и объединяет данные о солнечной генерации, определяет оптимальные действия для управления системами хранения энергии, рассчитывает уровни напряжения и определяет необходимые меры по управлению реактивной мощностью инвертора для эффективного уменьшения колебаний напряжения. В исследовании применялись методы математического усреднения временных рядов и оптимизации, основанные на анализе реальных данных. Алгоритм был протестирован на открытом наборе данных генерации энергии солнечной электростанцией. Результаты показывают значительное улучшение показателей регулирования напряжения в пределах нормативов, установленных ГОСТ 32144-2013, что подтверждает эффективность предложенного метода управления напряжением в электрических сетях с солнечными фотоэлектрическими системами.

Ключевые слова: солнечные фотоэлектрические системы, распределенные электрические сети, регулирование напряжения, возобновляемые источники энергии, алгоритмы управления реактивной мощностью, реактивная мощность инвертора.

В связи с ростом потребности в устойчивых и более экологически чистых энергетических системах распределенные энергосистемы с значительной долей возобновляемых источников энергии (ВИЭ) становятся ведущим направлением развития. Однако такой переход сопровождается проблемами, связанными с ухудшением стабильности сети,

что требует глубокого анализа методов управления системой, особенно в части обеспечения минимального отклонения напряжения от номинальных значений [1].

Колебания напряжения, вызванные изменчивостью параметров ВИЭ, снижают эффективность распределенных энергетических систем (РЭС).

В связи с этим разработка алгоритмов управления отклонениями напряжения от номинальных значений для РЭС является актуальной задачей, требующей подхода в управлении как активной, так и реактивной мощностью, где активная мощность используется для непосредственного снабжения нагрузки, а реактивная мощность — для поддержания напряжения в пределах допустимых значений.

В работе рассматриваются районные РЭС низкого и среднего напряжения (до 35 кВ), работающие на частоте 50 Гц со значительной долей возобновляемых источников энергии в виде фотоэлектрических панелей.

Существует потребность в использовании адаптивных методов управления напряжением для обеспечения адекватного времени отклика системы управления. Наибольшее распространение и изменчивость характерны для солнечных фотоэлектрических панелей (ФП), обусловленное их развитой технологией и доступностью, а их широкое применение в различных типах зданий по всему миру увеличивает установленные мощности солнечной генерации [1–3]. Управление энергетическими системами с существенной долей ФП, а также прогнозирование нагрузочных режимов сопряжено с неопределенностью, неравномерным распределением нагрузок и колебаниями напряжения, что напрямую влияет на показатели качества электрической энергии (КЭЭ) в распределенных электрических сетях среднего и низкого напряжения, включая такие параметры, как длительность и частота отклонений напряжения от номинальных значений согласно ГОСТ 32144-2013 [4].

В часы пиковой солнечной активности напряжение в сети может повышаться из-за увеличения обратного потока активной мощности, когда генерируемая фотоэлектрическими системами мощность превышает потребление, что приводит к повышению напряжения в локальных сегментах электрической сети [5]. Это становится одним из ключевых факторов, ограничивающих эффективность и стабильность параметров электрических сетей, интегрированных с фотоэлектрическими системами.

Повышение эффективности методов регулирования напряжения не только способствует улучшению показателей качества электрической энергии, но и создает благоприятные условия для интеграции новых фотоэлектрических систем в распределенные электроэнергетические системы (РЭС). В связи с этим разработка и усовершенствование методов управления напряжением в распределенных энергетических системах с фотоэлектрическими панелями является необходимым условием для обеспечения их надежной и эффективной работы и подчеркивает актуальность данных исследований.

1. Методы управления мощностью и регулирования перенапряжения. Одним из эффективных методов повышения точности управления напряжением в системах с фотоэлектрическими панелями является использование оптических методов для моделирования распространения радиационного тепла, дополненное моделированием теплопередачи и геометрическим анализом. Это позволяет учитывать температурные изменения, которые влияют на производительность фотоэлектрических панелей и, следовательно, на генерацию мощности, что важно для точного регулирования напряжения в сети.

Классическими методами управления напряжением в электрических сетях являются использование трансформаторов с регулировкой под

нагрузкой (РПН) и ступенчатых регуляторов. В распределенных сетях также широко применяются инверторные установки для управления реактивной мощностью [5].

В системах с фотоэлектрическими панелями рекомендуется использовать комбинированные методы управления активной и реактивной мощностью с помощью сетевых фотоэлектрических инверторов для поддержания напряжения в пределах заранее определенных ограничений [6].

Фотоэлектрические панели обычно работают в сетях низкого и среднего напряжения, где инверторы могут эффективно управлять параметрами напряжения. Использование систем накопления электрической энергии также является эффективным решением для управления напряжением в данных сетях. Эти системы заряжаются в периоды высокой генерации ФП и разряжаются в другие периоды, что помогает поддерживать напряжение в допустимых пределах. В распределительных сетях с номинальными уровнями напряжения до 35 кВ системы накопления энергии могут значительно улучшить качество электроснабжения, компенсируя кратковременные скачки и падения напряжения, а также сглаживая пики нагрузки.

Сочетание методов управления активной и реактивной мощностью с применением систем накопления электрической энергии является оптимальным решением для регулирования напряжения в распределительных сетях [7]. Однако такие подходы обычно требуют значительных вычислительных ресурсов, и их техническая реализация связана с финансовыми вложениями.

Из-за распределенного характера фотоэлектрических систем децентрализованные методы управления напряжением представляют собой эффективную альтернативу для управления напряжением в распределительных сетях. Хотя эти стратегии широко используются в энергосистемах, их применение на сетях низкого напряжения (до 10 кВ) может быть затруднено [8, 9].

Различные условия генерации мощности могут существенно влиять на уровень напряжения в распределительных сетях. Например, в дневное время, когда фотоэлектрические панели (ФП) активно вырабатывают электрическую энергию, напряжение в сети может повышаться из-за обратного потока активной мощности, который возникает, если генерация энергии ФП превышает потребление в сети. Это может привести к превышению допустимых уровней напряжения и нестабильности сети.

Основной задачей владельцев солнечных электростанций является обеспечение максимальной выработки активной мощности, при этом не менее важной задачей является поддержание минимизации колебаний напряжения и поддержание его в заданных пределах. Таким образом, целью данного исследования является разработка методов, которые обеспечивают поддержание напряжения в пределах допустимых значений согласно действующим нормам ГОСТ 29322-2014 [10] в распределенных сетях с ФП.

2. Разработка стратегии контроля напряжения для распределительных сетей с солнечными фотоэлектрическими панелями. Анализ двухуровневых алгоритмов регулирования напряжения в контексте распределительных сетей, интегрированных с солнечными фотоэлектрическими панелями, выявил их ограниченную эффективность в достижении оптимальных показателей управления [5, 9]. В ответ

на это предлагается усовершенствованный трехуровневый алгоритм, который обеспечивает более гибкое и точное управление напряжением в таких системах.

Этот алгоритм включает:

1. Уровень 1: управление реактивной мощностью через инверторы. Современные фотоэлектрические инверторы обладают расширенными функциями управления реактивной мощностью. Устройства способны поглощать или выделять реактивную мощность для воздействия на напряжение в точках подключения. В зависимости от уровня напряжения инверторы автоматически настраивают свою реактивную мощность для поддержания напряжения в заданных пределах.

2. Уровень 2: координированное управление активной мощностью и компенсация реактивной мощности. В случаях, когда регулирование реактивной мощности оказывается недостаточным для поддержания напряжения близким к номинальному уровню, фотоэлектрические системы могут временно снизить свою активную мощность. Это достигается путем ограничения мощности, выдаваемой инверторами, которые управляют генерацией энергии от фотоэлектрических панелей. Системой управления инвертора могут динамически изменяться предустановленные значения (часто называемые «уставки активной мощности»), до которых может быть снижена мощность в зависимости от текущих значений напряжения и условий нагрузки в сети. Это позволяет избежать чрезмерного повышения напряжения без значительных потерь в выработке электроэнергии.

3. Уровень 3: реконфигурация сети и использование систем накопления энергии (СНЭЭ). Реконфигурация распределительной сети достигается за счет изменения её топологии, например, путем включения или выключения секционных выключателей. Это позволяет перераспределить потоки энергии и снизить напряжение в определенных участках сети. Ключевым элементом является интеграция СНЭЭ, согласно ГОСТ Р 58092.1-2021 [11] это могут быть подсистемы накопления на основе аккумуляторных батарей, маховичные или конденсаторные системы накопления энергии. В условиях изменяющейся нагрузки и генерации СНЭЭ могут выполнять функции регулирования потока активной мощности, срезания, выравнивания или смещения пиков нагрузки.

3. Описание модели. В этом разделе формулируются основные допущения, правила и ограничения модели, а также определяется целевая функция. Для каждого уровня модели разработаны свои специфические цели и методы достижения оптимального регулирования напряжения.

В рамках разработки модели для трехуровневой стратегии контроля напряжения в распределительных сетях с солнечными фотоэлектрическими панелями формулируются следующие допущения:

- каждый фидер распределительной сети может быть подключен к СНЭЭ, фотоэлектрической системе и различным нагрузкам;

- в модели учитывается двустороннее движение активной и реактивной мощности в зависимости от условий сети;

- падение напряжения происходит из-за импеданса фидера, что учитывается при моделировании;

- напряжение на шинах коррелирует с потоком мощности и импедансом фидера;

- обеспечена аппаратная возможность регули-

рования активной и реактивной мощности на каждой шине для контроля напряжения;

- напряжение на шинах (6–10 кВ) коррелирует с потоком мощности и импедансом фидера и для упрощения вычислений рассматривается в относительных единицах; предполагается, что напряжение на шинах может находиться в диапазоне от 0,8 до 1,2 о.е., где 1 о.е. — номинальное напряжение;

- активная и реактивная мощность на шинах может изменяться в диапазоне от $-0,5$ до $0,5$ о.е., где отрицательные значения соответствуют избытку генерации, а положительные — избытку потребления; реактивная мощность может потребляться инверторами фотоэлектрических систем и системами накопления энергии, настроенными на соответствующие режимы.

Первый уровень: управление реактивной мощностью через инверторы.

Цель: управление реактивной мощностью через инверторы для поддержания оптимального напряжения на фидерах.

Целевая функция: минимизация отклонений напряжения от заданного уровня (1 о.е.), учитывая динамику потребления и генерации.

$$L_{\min} = \sum_{i=1}^{N_f} \sum_{\omega=1}^{N_{\Omega}} \sum_{t=1}^{N_T} \pi_{\omega} \times \left(\left| U_{i,\omega,t} - 1 \right| + \lambda \left| P_{i,\omega,t+1} - P_{i,\omega,t} \right| \right),$$

где L_{\min} — функция потерь, которая включает в себя отклонение напряжения и изменение мощности;

N_f — общее количество фидеров;

N_{Ω} — общее количество сценариев или условий, например, изменения погодных условий, пиковых нагрузок, технических условий работы РС;

N_T — общее количество временных интервалов;

π_{ω} — весовой коэффициент для каждого сценария или условия. Данный коэффициент указывает на важность конкретного сценария или условия в модели;

$U_{i,\omega,t}$ — напряжение на i -й шине в сценарии ω и момент времени t , выраженное в единицах относительного измерения (о.е.);

$\left| U_{i,\omega,t} - 1 \right|$ — абсолютное отклонение напряжения от 1 о.е.;

$P_{i,\omega,t+1}$ — прогнозируемая нагрузка или выработка на i -й шине в сценарии ω и времени $t+1$, (Вт), где положительные значения соответствуют избытку потребления, а отрицательные значения — избытку генерации;

$P_{i,t}$ — нагрузка или выработка на шине i в момент времени t (исторические данные (Вт));

λ — коэффициент, определяющий влияние прогнозируемых изменений нагрузки или выработки энергии на целевую функцию.

Здесь, в отличие от метода, описанного в [5], вводится новый параметр прогнозируемой нагрузки для учета будущих изменений в нагрузке и генерации, позволяя системе хранения энергии адаптироваться к предполагаемым условиям, а не только реагировать на текущие. Коэффициент λ определяется исходя из анализа чувствительности системы к различным его значениям. Это может включать оценку влияния λ на ключевые показатели эффективности системы, такие как отклонение напряжения от номинальных значений, эффективность систем хранения энергии.

Диапазон для λ может быть выбран исходя из эмпирических наблюдений и тестирования системы в диапазоне λ от 0 до 1. При аналитическом определении λ оптимальное будет там, где производная $L(\lambda)$ по λ равна нулю (точка экстремума). Чтобы убедиться, что найденное значение λ соответствует минимуму функции L_{\min} , необходимо проверить знак второй производной.

При формировании целевой функции L_{\min} , важно, чтобы в ней учитывался вклад изменений мощности в общие потери, что должно сохраняться независимо от значения параметра λ . Параметр λ , в свою очередь, определяет степень воздействия этого вклада на общую функцию потерь. В рамках разрабатываемого алгоритма это означает, что значение параметра λ не влияет на важность изменений мощности по сравнению с отклонениями напряжений — они остаются равнозначными для всех значений λ . Диапазон выбора значений λ составляет от 0,1 до 0,3, что указывает на ограниченное воздействие изменений мощности на общую функцию потерь. Такой подход позволяет учитывать динамику мощности, не придавая ей доминирующего значения.

Следует отметить, что выработка активной и реактивной мощности солнечных электростанций (СЭС) сильно зависит от времени суток и года. Чтобы более точно учитывать это в представленном алгоритме, в дальнейшем планируется включить методы машинного обучения (МО) для выполнения функции прогнозирования на основе исторических данных и текущих условий системы, чтобы адаптировать работу инверторов и СНЭЭ. Прогнозирование нагрузки и выработки энергии может быть выполнено с использованием методов машинного обучения или статистических временных рядов. Например, можно использовать авторегрессионные интегрированные модели скользящего среднего (АИМСС) или модели машинного обучения, такие как случайный лес или другие.

Формула для АИМСС модели:

$$P_{i,t+1} = \phi_1 P_{i,t} + \phi_2 P_{i,t-1} + \dots + \phi_p P_{i,t-p+1} + \theta_{1ct} + \dots + \theta_{qct-q+1} + \epsilon_t,$$

где $P_{i,t}$ — нагрузка или выработка на шине i в момент времени t , (Вт);

ϕ_1, \dots, ϕ_p — параметры авторегрессии;
 θ_{qct} — параметры скользящего среднего;
 ϵ_t — ошибка прогноза, (Вт).

Ограничения должны включать баланс мощности на шинах, допустимые пределы напряжения, ограничения на параметры работы СНЭЭ добавляются только на третьем уровне алгоритма.

Для активной мощности:

$$P_{i,\omega,t} = P_{g,i,\omega,t} - P_{li,t}$$

где $P_{g,i,\omega,t}$ — активная мощность, генерируемая на i -й шине в сценарии ω в момент времени t , (Вт);

$P_{li,t}$ — активная мощность, потребляемая на i -й шине в момент времени t , (Вт).

Для реактивной мощности:

$$Q_{i,\omega,t} = \pm Q_{g,i,\omega,t} - Q_{li,t}$$

где $Q_{g,i,\omega,t}$ и $Q_{li,t}$ — генерируемая и потребляемая реактивная мощность на шине i соответственно, (вар). Знак \pm отражает возможность как генерации, так и потребления реактивной мощности.

Ограничения по напряжению:

$$U_{\min} \leq U_{i,\omega,t} \leq U_{\max},$$

где U_{\min} и U_{\max} — минимальное и максимальное допустимые значения напряжения соответственно, (о.е.).

Второй уровень: компенсация реактивной мощности.

На данном этапе происходит формирование алгоритмом вариантов регулирования напряжения путем управления реактивной мощностью.

Целевая функция та же, что и на первом уровне.

Для определения топологических связей сети вводится индекс модульности сети (или топологический индекс) ρ , который используется для оценки структуры сети, в частности, как сильно сеть отклоняется от случайного распределения связей [5]. В контексте распределительных сетей электроэнергетики это может помочь понять, насколько сеть оптимизирована или фрагментирована.

Индекс модульности сети (или топологический индекс, безразмерная величина):

$$\rho = \frac{1}{2M} \sum_i \sum_j \left[A_{ij} - \frac{k_i k_j}{2M} \right] \cdot \frac{Z_{i,j}}{Z_{\text{норм}}} \cdot \frac{1}{C_{i,j}},$$

где A_{ij} — элемент матрицы смежности, указывающий на наличие (1) или отсутствие (0) связи между узлами сети i и j ;

k_i и k_j — степени узлов сети i и j соответственно, представляющие количество связей каждого узла;

M — общее количество связей (ребер) в сети;

$Z_{i,j}$ — импеданс линии между узлами i и j (Ом);

$Z_{\text{норм}}$ — нормализующий коэффициент для импеданса; нормализующий коэффициент для импеданса $Z_{\text{норм}}$ используется для приведения импедансов всех линий сети к единому масштабу, определяется как среднее значение пропускных способностей всех линий в сети (См);

$C_{i,j}$ — пропускная способность линии между узлами i и j (См).

$C_{i,j}$ определяется следующим образом:

$$C_{i,j} = 1/Z_{i,j} \cdot L_{i,j}$$

$L_{i,j}$ — длина линии между узлами i и j , (м).

Баланс активной мощности [5]:

$$P_{i,\omega,t} = \sum_{j=1, j \neq i}^N U_{i,\omega,t} U_{j,\omega,t} Y_{i,j} \times \cos(\delta_{i,\omega,t} - \delta_{j,\omega,t} - \theta_{i,j});$$

где $U_{i,\omega,t}$ и $U_{j,\omega,t}$ — напряжения на шинах i и j соответственно (В);

$Y_{i,j}$ — адмиттанс в электрической цепи между шинами i и j (См);

$\delta_{i,\omega,t}$ и $\delta_{j,\omega,t}$ — фазовый угол напряжения на шинах i и j соответственно, (рад), который представляет собой разность фаз между вектором напряжения на шине и некоторым опорным вектором напряжения, указывая на временной сдвиг между максимумом напряжения и выбранной точкой отсчета во времени;

$\theta_{i,j}$ — угол фазы адмиттанса в электрической цепи между шинами i и j , (рад), показывающий фазовый сдвиг между компонентами комплексных величин адмиттанса и импеданса.

Учет того, что напряжение на каждой шине сети зависит от потока активной и реактивной мощности через фидер, а также от импеданса фидера выражается линейной зависимостью изменения напряжения от изменения мощности с учетом импеданса фидера:

$$\Delta U = v \cdot (P \cdot R + Q \cdot X),$$

где ΔU — изменение напряжения (В);

R и X — активное и реактивное сопротивления фидера, (Ом);

v — коэффициент пропорциональности (безразмерная величина).

Значение v должно быть получено экспериментально или рассчитано на основе базовых параметров электрической сети, в общем случае v определяется:

$$v = U_{\text{ном}}^2 / (S_{\text{баз}} \cdot Z_{\text{баз}}),$$

где $U_{\text{ном}}$ — номинальное напряжение линии (В);

$S_{\text{баз}}$ — базовая мощность (полная мощность, используемая для нормализации величин мощности в расчетах), (ВА);

$Z_{\text{баз}}$ — базовое сопротивление (определяется на основе номинального напряжения линии и базовой мощности), (Ом).

Базовые параметры выбираются в зависимости от конкретной системы и условий эксплуатации.

Уравнение баланса активной мощности изменять нецелесообразно, а в уравнении баланса реактивной мощности [5] необходимо учесть дополнительные факторы, влияющие на работу сети, такие как влияние распределенной генерации и изменчивость потребления:

$$Q_{i,\omega,t} = \sum_{j=1, j \neq i}^{Nl} U_{i,\omega,t} U_{j,\omega,t} Y_{i,j} \times \sin(\delta_{i,\omega,t} - \delta_{j,\omega,t} - \theta_{i,j}) + Q_{\text{инв},i,\omega,t},$$

где $Q_{\text{инв},i,\omega,t}$ — реактивная мощность, генерируемая или поглощаемая инверторами на шине i , (вар).

Это позволяет отразить вклад инверторов в общий баланс реактивной мощности на каждой шине.

Кривая возможностей инвертора для управления реактивной мощностью определяется как [3]:

$$S_{\text{инв},i,\omega,t} = \sqrt{P_{g,i,\omega,t}^2 + Q_{g,i,\omega,t}^2},$$

где $S_{\text{инв},i,\omega,t}$ — полная мощность инвертора (ВА).

Данная кривая возможностей инвертора является базовым представлением, формируя простую окружность в плоскости P-Q, которая не полностью отражает эксплуатационные пределы и возможности современных инверторов, в действительности она является более сложной.

Для более точного регулирования следует рассматривать варианты работы инвертора в квадрантах, так как современные инверторы могут работать во всех четырех квадрантах плоскости P-Q. Это связано с тем, что инверторы часто имеют ограничения по коэффициенту мощности, которые ограничивают количество реактивной мощности, вырабатываемой или поглощенной при заданной активной мощности, так как инвертор имеет максимальную полную мощность ($S_{\text{инв,max}}$), с которой он может работать [12]. Таким образом, необходимо

учитывать как опережающий, так и запаздывающий коэффициенты мощности в управлении инверторами, поскольку электрические сети включают индуктивные нагрузки, а также обладают индуктивностью, характерной для трехфазных систем. Это значит, что необходимо ввести дополнительные ограничения по превышению максимального предела опережающего и запаздывающего коэффициента мощности:

$$\begin{cases} P_{g,i,\omega,t}^2 + Q_{g,i,\omega,t}^2 \leq S_{\text{инв,max}}^2 \\ Q_{g,i,\omega,t} \leq \min \left(\begin{array}{l} P_{g,i,\omega,t} \times \\ \times \tan(\cos^{-1}(KM_{\text{опереж}})) \end{array} \right), Q_{\text{инв,max}} \\ Q_{g,i,\omega,t} \geq \max \left(\begin{array}{l} -P_{g,i,\omega,t} \times \\ \times \tan(\cos^{-1}(KM_{\text{запад}})) \end{array} \right) - Q_{\text{инв,min}} \end{cases},$$

где $P_{g,i,\omega,t}$ — активная мощность, выдаваемая инвертором (Вт);

$Q_{g,i,\omega,t}$ — реактивная мощность инвертора, (вар);

$S_{\text{инв,max}}$ — максимальная полная мощность инвертора (ВА);

$KM_{\text{опереж}}$ — максимальное значение опережающего коэффициента мощности;

$KM_{\text{запад}}$ — максимальное значение запаздывающего коэффициента мощности;

$Q_{\text{инв,max}}$ и $Q_{\text{инв,min}}$ — максимальная и минимальная реактивная мощность, которую может обеспечить инвертор, соответственно.

Третий уровень: реконфигурация сети и использование систем накопления энергии (СНЭЭ).

Цель: минимизировать отклонение напряжения от 1 о.е. при рассмотрении дополнительных механизмов регулирования. Регулирование нагрузки в зависимости от уровня напряжения:

$$P_{\text{Спроса},i,t} = \alpha \cdot (U_{i,\omega,t} - 1),$$

где α — коэффициент, отражающий реакцию нагрузки на изменение напряжения.

Коэффициент α , характеризующий реакцию нагрузки на колебания напряжения в электроэнергетической сети, был определен на основе анализа исторических данных [12]. Исследование показало нелинейную зависимость между отклонением напряжения и изменением нагрузки: при малых отклонениях реакция минимальна, но она возрастает при увеличении отклонения от нормального значения. В рамках данного исследования для моделирования типичных условий распределенной сети был выбран диапазон значений α от 0,05 до 0,15.

Применение СНЭЭ, включая подсистемы накопления на основе аккумуляторных батарей, маховичных или конденсаторных систем накопления энергии, предусматривает различные подходы к регулированию мощности в ответ на колебания напряжения, но для регулирования активной мощности в ответ на колебания напряжения используются аккумуляторные батареи или маховичные системы накопления энергии:

$$P_{\text{накопителя},i,t} = \beta \cdot (U_{i,\omega,t} - 1),$$

где β — коэффициент, отражающий реакцию системы хранения на изменение напряжения.

Коэффициент β , определяющий эффективность системы хранения энергии в процессе реагирования на изменения в сети, был установлен на уровне $0,1 - 0,2$ на основе моделирования идеальной динамики заряда/разряда этих систем и их вклада в регулирование напряжения.

Ограничения на параметры работы СНЭЭ, мощность заряда:

$$0 \leq P_{\text{заряд},i,t} \leq P_{\text{заряд},\text{max},i}$$

где $P_{\text{заряд},i,t}$ — мощность заряда системы хранения энергии на шине i в момент времени t , (Вт или о.е.);
 $P_{\text{заряд},\text{max},i}$ — максимально допустимая мощность заряда для шины i , (Вт или о.е.);

Ограничения на мощность разряда:

$$P_{\text{разряд},\text{min},i} \leq P_{\text{разряд},i,t} \leq 0,$$

где $P_{\text{разряд},i,t}$ — мощность разряда системы хранения на шине i в момент времени t , (Вт или о.е.);

$P_{\text{разряд},\text{min},i}$ — минимально допустимая мощность разряда для шины i , (Вт или о.е.).

Ограничения на уровень заряда (УЗ) батареи на шине i в момент времени t на минимальный уровень заряда (о.е.):

$$\text{УЗ}_{\text{min},i} \leq \text{УЗ}_{i,t}$$

аналогично на максимальный уровень заряда:

$$\text{УЗ}_{i,t} \leq \text{УЗ}_{\text{max},i}$$

Ограничения по напряжению: $U_{\text{min}} \leq U_{i,t} \leq U$.

В контексте управления электроэнергетическими системами реакция на спрос (demand response) — это механизм управления потреблением электроэнергии с целью поддержания баланса между спросом и предложением на электроэнергию. Пределы реакции на спрос определяют, насколько и в каких пределах можно изменять потребление электроэнергии в ответ на сигналы управления или изменения состояния электрической сети.

В данном случае пределы на реакцию на спрос:

$$0 \leq P_{PC,i,t} \leq P_{PC,\text{max},i}$$

$P_{PC,i,t}$ — изменение активной мощности (реакция на спрос) в узле i в момент времени t , (Вт или о.е.);
 $P_{PC,\text{max},i}$ — максимальное возможное изменение активной мощности в узле i , (Вт или о.е.).

СНЭЭ играют важную роль в регулировании работы распределенных электроэнергетических систем, предоставляя возможность накапливать избыточную энергию в периоды низкого спроса и выдавать её в периоды высокого спроса. Для эффективной работы разрабатываемого алгоритма важно учитывать пределы мощности, которую могут выдавать или поглощать СНЭЭ, которые зависят от технических характеристик систем накопления энергии, таких как их емкость, эффективность и текущий уровень заряда.

Пределы систем хранения энергии:

$$P_{\text{накопитель},\text{min}} \leq P_{\text{накопитель},i,t} \leq P_{\text{накопитель},\text{max},i}$$

где $P_{\text{накопитель},\text{min}}$ — минимально возможное количество энергии, которое система накопления может выдавать или поглощать (Вт или о.е.);

$P_{\text{накопитель},\text{max},i}$ — максимально возможное количество энергии, которое система накопления может выдавать или поглощать.

4. Результаты моделирования. Моделирование основывалось на предложенном трехуровневом алгоритме управления напряжением в распределенных сетях с ФП. Для анализа работы алгоритма использовался набор данных, которые были получены с данных «Solar Power Generation Data» на двух электростанциях в Индии [13] и включали информацию о выработке электроэнергии, проходящей через инверторы, а также данные датчиков инверторной системы (температура, солнечная иррадиация и другие параметры). Данные о генерации и данные с датчиков собирались с интервалом в 15 минут в течение 34 дней. Выбор используемого набора данных обусловлен его открытой информацией и подтвержденной корректностью информации открытой международной платформы Kaggle [13]. Важно

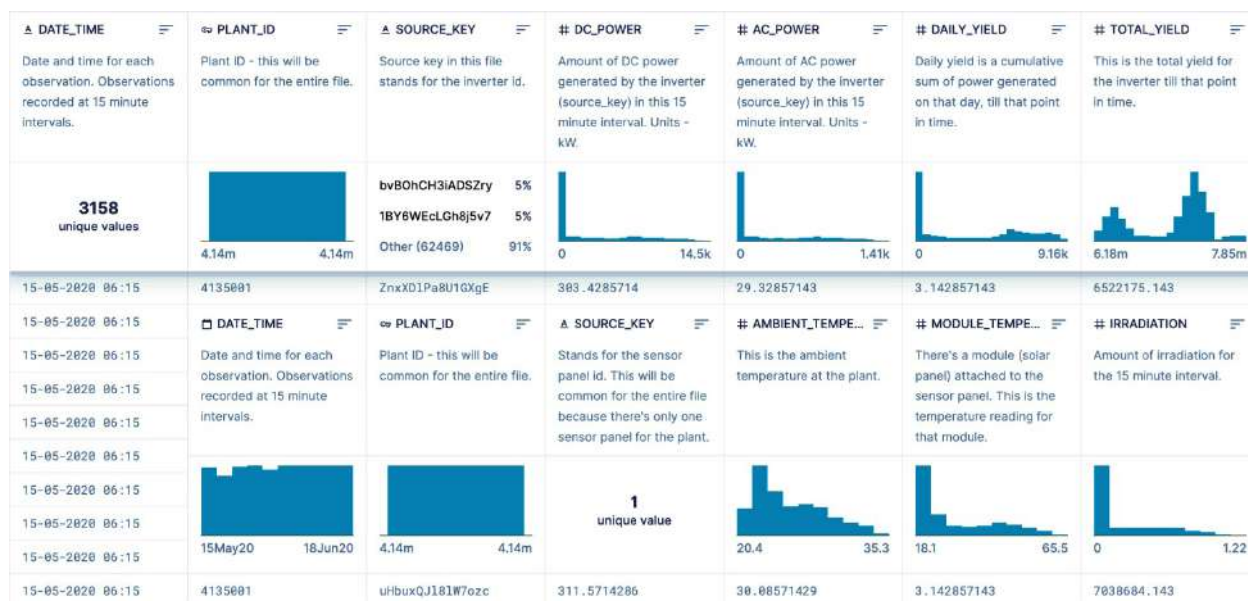


Рис. 1. Пример используемого открытого набора данных

отметить, что энергетические данные Российской Федерации в настоящее время являются стратегически важной информацией и не публикуются в открытом доступе для общих целей. Это обстоятельство ограничивает возможность использования российских данных для проведения исследований. Поэтому в данном исследовании были использованы открытые данные, доступные на платформе Kaggle, что позволяет провести аналогичное моделирование и верификацию разработанных алгоритмов управления энергосистемами.

Представленный набор данных состоит из набора файлов, где один файл содержит подробную информацию о выработке электроэнергии на уровне инвертора (каждый инвертор подключен к нескольким линиям ФП), а другой — показания датчиков инверторной системы на уровне установки, полученных с одного оптимально расположенного массива датчиков. Пример данных из набора представлен на рис. 1, заголовки таблицы не переводились с английского языка, чтобы показать исходный формат (тот, в котором данные представлены в источнике) используемого набора данных.

На первом уровне алгоритма проводилось ежедневное планирование работы системы хранения энергии с целью поддержания напряжения в пределах номинальных значений. Результаты демонстрируют снижение среднесуточного отклонения напряжения, что подтверждает эффективность предложенного подхода.

На втором уровне была выполнена компенсация реактивной мощности, что, согласно визуализированным данным, позволило эффективно регулировать напряжение в сети при колебаниях активной мощности.

Третий уровень обеспечивал управление напряжением с использованием СНЭЭ. Результаты показали значительное улучшение стабильности напряжения даже при значительных отклонениях.

Реализация алгоритма на представленном наборе данных происходила на языке программирования Python в среде Jupyter Notebook под управлением операционной системы Mac OS. Данная система была выбрана исключительно по причине ее наличия и удобства использования, так как она является Linux-подобной. Использование Linux-подобных систем предпочтительно при работе с языком программирования Python, поскольку они обеспечивают доступ к наиболее актуальным обновлениям библиотек, которые могут быть недоступны на системах Windows. Для визуализации и интерпретации результатов работы было построено несколько графиков с использованием библиотек Matplotlib и Seaborn.

Процесс адаптации алгоритма к реальным данным включал преобразование модели для анализа данных о мощности как постоянного, так и переменного тока (DC/AC inverter power). Построенные графики иллюстрировали связь между отклонением напряжения и мощности как DC, так и AC части инвертора, что позволило более глубоко проанализировать динамику системы. Важно отметить, что регулирование напряжения изменением реактивной мощности относится только к сетям переменного тока, поскольку в сетях постоянного тока такой проблемы не существует. В данных наборах присутствует информация о мощности постоянного (DC) и переменного (AC) тока, что позволяет учитывать различные режимы работы инверторов [13].

Построенные графики иллюстрировали связь между отклонением напряжения и мощности постоянного тока, что позволило более глубоко проанализировать динамику системы.

На рис. 2 изображен график, отражающий зависимость отклонения напряжения от отклонения мощности постоянного тока, согласно исследуемому набору данных. На всех графиках месяц май был выбран для примера, разработанный программный код позволяет выбрать любую дату из существующих, при условии наличия данной информации в выбранную дату в наборе данных. Отображение времени используется согласно установленному формату набора данных, где первое число — это номер месяца (05-май), второе число — это день месяца, третье число — время суток этого дня. Анализируемый интервал в 24 часа позволяет детально рассмотреть суточную динамику системы. Зависимость отклонения активной мощности постоянного тока (DC) от времени в течение суток. Это позволяет оценить суточные изменения мощности и их влияние на работу системы.

На рис. 3 изображен график реактивной мощности, иллюстрирующий пределы регулирования реактивной мощности в ответ на изменение активной мощности, тем самым регулируя напряжение в сети.

На рис. 4 показана реакция на спрос в зависимости от температуры окружающей среды. Алгоритм учитывает коэффициент α , который используется для регулирования потребления энергии на основе отклонений температуры окружающей среды от её среднего значения. Алгоритм реагирует на изменение температуры окружающей среды, корректируя потребление энергии. Коэффициент α определяет степень влияния температуры на потребление. Таким образом, график демонстрирует реакцию системы на изменение температуры, где температура сначала возрастает, а затем опускается в течение дня.

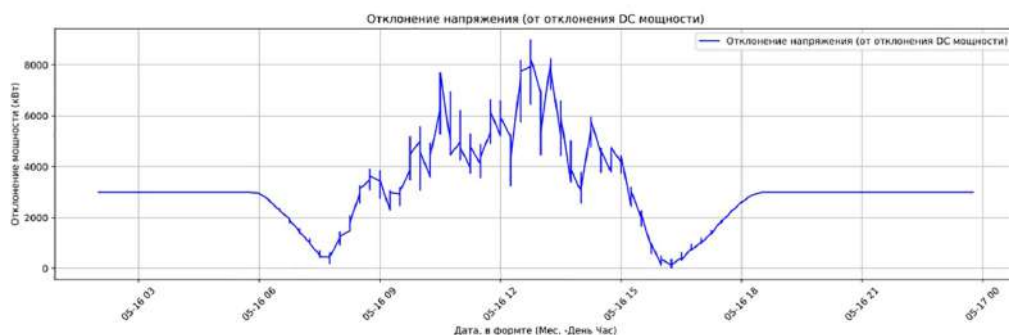


Рис. 2. График интерпретации отклонения напряжения от отклонения мощности постоянного тока

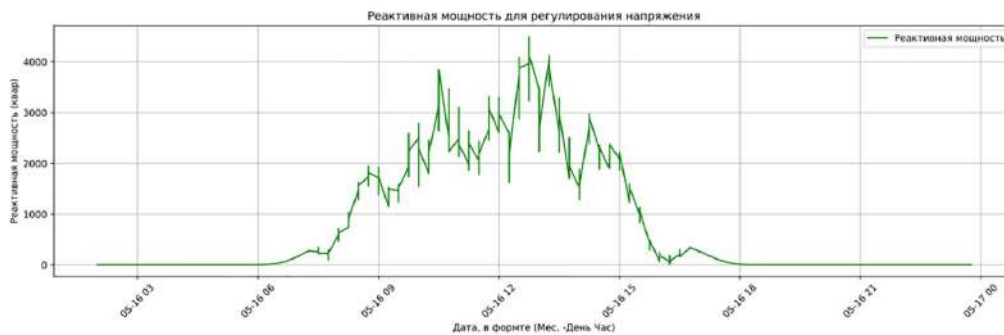


Рис. 3. График предела реактивной мощности в рассматриваемой системе в конкретное время



Рис. 4. График реакции спроса на электроэнергию в зависимости от температуры окружающей среды

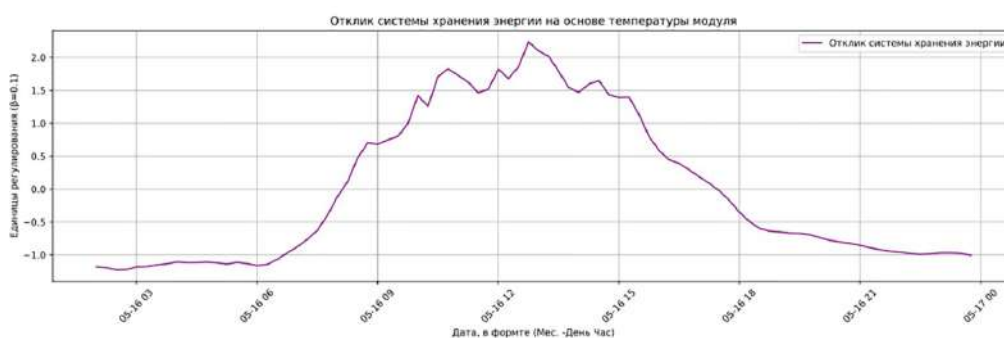


Рис. 5. График реакции системы хранения энергии на температуру модуля

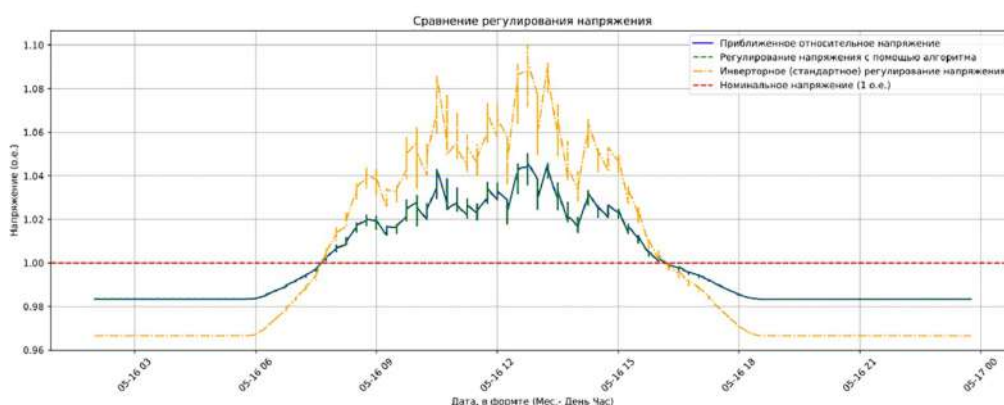


Рис. 6. Демонстрация работы алгоритма на исследуемом наборе данных

На рис. 5 показан отклик системы хранения энергии на изменение температуры модуля. Алгоритм учитывает коэффициент β , который используется для регулирования отклика системы хранения энергии на основе отклонений температуры модуля от её среднего значения. Алгоритм реагирует на из-

менение температуры модуля, корректируя отклик системы хранения энергии. Коэффициент β определяет степень влияния температуры на отклик системы. График демонстрирует, как система хранения энергии адаптируется к изменениям температуры модуля в течение суток.

В представленной симуляции работы алгоритма включены две стратегии управления, одна из которых для «жесткого», другая — для «мягкого» регулирования напряжения, чтобы обеспечить максимальную эффективность в различных условиях. Жесткое регулирование предполагает строгое соблюдение установленных параметров напряжения, в то время как мягкое регулирование позволяет большую гибкость в поддержании напряжения. Сравнительный график, представленный на рис. 6, иллюстрирует эффективность обеих стратегий и подчеркивает универсальность модели, где приближенное относительное напряжение — это величина, которая показывает отклонение фактического напряжения от номинального значения в относительных единицах (о.е.). Номинальное значение напряжения принимается за 1 о.е. (единицу), и все отклонения выражаются относительно этого значения.

Заключение. Разработанная модель управления напряжением в распределительных сетях с интеграцией солнечных фотоэлектрических панелей демонстрирует эффективность в обеспечении стабильности и надежности системы. Трехуровневый подход позволяет комплексно решать задачи управления и оптимизации энергосистемы.

На первом уровне осуществляется планирование работы инверторов с учетом предполагаемых показателей генерации солнечной энергии, обеспечивая оптимальное распределение нагрузок.

Второй уровень включает в себя меры по компенсации изменений реактивной мощности, что позволяет управлять напряжением в сети, учитывая переменчивость условий и нагрузок.

Третий уровень охватывает дополнительные механизмы управления, такие как использование ответного спроса и систем хранения энергии, для обеспечения стабильности напряжения даже при значительных изменениях внешних условий.

Графические материалы и анализ открытого набора данных реальных условий эксплуатации солнечных электростанций подтверждают универсальность и адаптивность предложенного алгоритма, демонстрируя его способность обеспечивать стабильное управление напряжением в широком диапазоне условий.

Библиографический список

1. Кубарьков Ю. П., Кулаев И. С., Алехин Р. А. Оптимизация уровней напряжения в активно-адаптивных сетях с распределенной генерацией // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки. 2018. № 3 (59). С. 154–164. EDN: YPDAIP.
2. Николаева И. О. Особенности интеграции фотоэлектрических установок в архитектуру зданий (на примере научно-производственных комплексов) // Архитектура и современные информационные технологии. 2023. № 2 (63). С. 115–129. DOI: 10.24412/1998-4839-2023-2-115-129. EDN: VZDYPK.
3. Ефимова А. Н., Тимофеев Е. В., Эрк А. Ф. [и др.]. Результаты экспериментальных исследований солнечной электростанции // АгроЭкоИнженерия. 2021. № 3 (108). DOI: 10.24412/2713-2641-2021-3108-4-12. EDN: KWRADK.
4. ГОСТ 32144-2013. Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы каче-

ства электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения. Введ. 01–07–2014. Москва: Стандартинформ, 2014. 16 с.

5. Emarati M., Barani M., Farahmand H. [et al.]. A two-level over-voltage control strategy in distribution networks with high PV penetration // International Journal of Electrical Power & Energy Systems. 2021. Vol. 130. P. 106763. DOI: 10.1016/j.ijepes.2021.106763.
6. Абдали Л. М., Кувшинов В. В., Бекиров Э. А. [и др.]. Моделирование параметров управления интегрированной системой солнечной генерации и накопления энергии // Строительство и техногенная безопасность. 2020. № 18 (70). DOI: 10.37279/2413-1873-2020-18-133-142.
7. Фишов А. Г., Клавсуц И. Л., Хайрулина М. В. [и др.]. Технологическое решение проблемы регулирования напряжения в распределенной энергетике // Вестник ЮУрГУ. Серия: Энергетика. 2016. № 3. С. 41–48. DOI: 10.14529/power160305. EDN: WNDUFL.
8. Булатов Ю. Н. Групповые прогностические регуляторы напряжения и частоты для установок распределенной генерации // iPolytech Journal. 2021. Т. 25, № 5. С. 568–585. DOI: 10.21285/1814-3520-2021-5-568-585.
9. Kim B., Nam Y.-H., Ko H. [et al.]. Novel Voltage Control Method of the Primary Feeder by the Energy Storage System and Step Voltage Regulator // Energies. 2019. Vol. 12. 3357. DOI: 10.3390/en12173357.
10. ГОСТ 29322-2014. Напряжения стандартные. Введ. 01–10–2015. Москва: Стандартинформ, 2015. 12 с.
11. ГОСТ Р 58092.1-2021. Системы накопления электрической энергии (СНЭЭ). Термины и определения. Введ. 01–21–2021. Москва: Стандартинформ, 2021. 44 с.
12. Kontis E. O., Kryonidis G. C., Nousedilis A. I. [et al.]. A two-layer control strategy for voltage regulation of active unbalanced LV distribution networks // International Journal of Electrical Power & Energy Systems. 2019. Vol. 111. P. 216–230. DOI: 10.1016/j.ijepes.2019.04.020.
13. Sethia R. Descriptive Analysis for Solar Power Generation [Data set]. Kaggle. 2020. URL: <https://www.kaggle.com/code/rishabh6377/descriptive-analysis-for-solar-power-generation> (дата обращения: 04.12.2023).

КУЗЬМЕНКО Владимир Павлович, кандидат технических наук, доцент кафедры электромеханики и робототехники (№ 32) Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения, г. Санкт-Петербург.
SPIN-код: 3159-4202
AuthorID (РИНЦ): 1111872
AuthorID (SCOPUS): 57215003337
ORCID: 0000-0002-0270-4875
Адрес для переписки: mr.konnny@gmail.com

Для цитирования

Кузьменко В. П. Трехуровневый алгоритм управления напряжением в распределенных электрических сетях с солнечными фотоэлектрическими системами // Омский научный вестник. 2024. № 3 (191). С. 82–92. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-82-92.

Статья поступила в редакцию 17.01.2024 г.

© В. П. Кузьменко

THREE-LEVEL VOLTAGE CONTROL ALGORITHM IN DISTRIBUTED ELECTRICAL NETWORKS WITH SOLAR PHOTOVOLTAIC SYSTEMS

Modern energy systems are increasingly integrating renewable energy sources, presenting new challenges for voltage regulation. This study aims to model the voltage regulation process in the context of distributed electrical grids equipped with solar photovoltaic systems. A three-tier voltage control algorithm is proposed, which analyzes and integrates data on solar generation, suggests optimal actions for managing energy storage systems, calculates voltage levels, and recommends measures for controlling inverter reactive power to effectively mitigate voltage fluctuations. The study employs methods of mathematical averaging of time series and optimization based on the analysis of real data. The algorithm's performance is evaluated using an open dataset of solar energy generation. The results show a significant improvement in voltage regulation metrics, conforming to the standards established by GOST 32144-2013. This validates the effectiveness of the proposed voltage control method in electrical grids incorporating solar photovoltaic systems.

Keywords: solar photovoltaic systems, distributed electrical grids, voltage regulation, renewable energy sources, reactive power control algorithms, inverter reactive power.

References

1. Kubarkov Yu. P., Kulayev I. S., Alekhin R. A. Optimizatsiya urovney napryazheniya v aktivno-adaptivnykh setyakh s raspredelennoy generatsiyey [Optimization of voltage levels in active-adaptive networks with distributed generation] // Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Tekhnicheskiye nauki. *Vestnik of Samara State Technical University (Technical Sciences Series)*. 2018. No. 3 (59). P. 154–164. EDN: YPDAIP. (In Russ.)
2. Nikolayeva I. O. Osobennosti integratsii fotoelektricheskikh ustanovok v arkhitekturu zdaniy (na primere nauchno-proizvodstvennykh kompleksov) [Features of the integration of photovoltaic systems into the architecture of buildings (on the example of research, development, and production facilities)] // Arkhitektura i sovremennyye informatsionnyye tekhnologii. *Architecture and Modern Information Technologies*. 2023. No. 2 (63). P. 115–129. DOI: 10.24412/1998-4839-2023-2-115-129. EDN: VZDYPK. (In Russ.)
3. Efimova A. N., Timofeyev E. V., Erk A. F. [et al.]. Rezul'taty eksperimental'nykh issledovaniy solnechnoy elektrostantsii [Results of the experimental study of a solar power plant] // AgroEkoInzheneriya. *AgroEcoEngineering*. 2021. No. 3 (108). DOI: 10.24412/2713-2641-2021-3108-4-12. EDN: KWRADK. (In Russ.)
4. GOST 32144-2013. Elektricheskaya energiya. Sovmestimost' tekhnicheskikh sredstv elektromagnitnaya. Normy kachestva elektricheskoy energii v sistemakh elektrosnabzheniya obshchego naznacheniya [Electric energy. Electromagnetic compatibility of technical equipment. Power quality limits in the public power supply systems]. Moscow, 2014. 16 p. (In Russ.)
5. Emarati M., Barani M., Farahmand H. [et al.]. A two-level over-voltage control strategy in distribution networks with high PV penetration // International Journal of Electrical Power & Energy Systems. 2021. Vol. 130. P. 106763. DOI: 10.1016/j.ijepes.2021.106763. (In Engl.)
6. Abdali L. M., Kuvshinov V. V., Bekirov E. A. [et al.]. Modelirovaniye parametrov upravleniya integrirovannoy sistemoy solnechnoy generatsii i nakopleniya energii [Development of the simulation and control system for an integrated solar energy generation and storage] // Stroitel'stvo i tekhnogennaya bezopasnost'. *Construction and Industrial Safety*. 2020. No. 18 (70). DOI: 10.37279/2413-1873-2020-18-133-142. (In Russ.)
7. Fishov A. G., Klavuts I. L., Khayrullina M. V. [et al.]. Tekhnologicheskoye resheniye problemy regulirovaniya napryazheniya v raspredelennoy energetike [Technological solution to voltage regulation problem in distributed generation] // Vestnik YuUrGU. Seriya: Energetika. *Bulletin of South Ural State University. Series Power Engineering*. 2016. No. 3. P. 41–48. DOI: 10.14529/power160305. EDN: WNDUFL. (In Russ.)
8. Bulatov Yu. N. Gruppyvye prognosticheskiye regulatory napryazheniya i chastoty dlya ustanovok raspredelennoy generatsii [Group predictive voltage and frequency regulators for distributed generation installations] // Vestnik YuUrGU. Seriya: Energetika. *iPolytech Journal*. 2021. Vol. 25, no. 5. P. 568–585. DOI: 10.21285/1814-3520-2021-5-568-585. (In Russ.)
9. Kim B., Nam Y.-H., Ko H. [et al.]. Novel Voltage Control Method of the Primary Feeder by the Energy Storage System and Step Voltage Regulator // Energies. 2019. Vol. 12. 3357. DOI: 10.3390/en12173357. (In Engl.)
10. GOST 29322-2014. Napryazheniya standartnyye. [Standard voltages]. Moscow, 2015. 12 p. (In Russ.)
11. GOST R 58092.1-2021. Sistemy nakopleniya elektricheskoy energii (SNEE). Terminy i opredeleniya [Electric Energy Storage

(ESS) Systems. Terms and definitions]. Moscow, 2021. 44 p. (In Russ.).

12. Kontis E. O., Kryonidis G. C., Nousedis A. I. [et al.]. A two-layer control strategy for voltage regulation of active unbalanced LV distribution networks // International Journal of Electrical Power & Energy Systems. 2019. Vol. 111. P. 216–230. DOI: 10.1016/j.ijepes.2019.04.020. (In Engl.).

13. Sethia R. Descriptive Analysis for Solar Power Generation [Data set]. Kaggle. 2020. URL: <https://www.kaggle.com/code/rishabh6377/descriptive-analysis-for-solar-power-generation> (accessed: 04.12.2023). (In Engl.).

KUZMENKO Vladimir Pavlovich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Electromechanics and Robotics Department (No.

32), Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Saint Petersburg.

SPIN-code: 3159-4202

AuthorID (RSCI): 1111872

AuthorID (SCOPUS): 57215003337

ORCID: 0000-0002-0270-4875

Correspondence address: mr.konnny@gmail.com

For citations

Kuzmenko V. P. Three-level voltage control algorithm in distributed electrical networks with solar photovoltaic systems // Omsk Scientific Bulletin. 2024. No. 3 (191). P. 82–92. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-82-92.

Received January 17, 2024.

© V. P. Kuzmenko

ГЕНЕРАТОР ХАОТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

В статье проведен анализ существующих схем генераторов хаоса. Проведено численное и имитационное моделирование, направленное на выявление хаотической динамики. На основании известных концепций разработан генератор хаоса и построена имитационная модель. Дано математическое описание генератора и получены фазовые портреты. Представлены диаграммы хаотических колебаний модели Лоренца и модели Колпитца. Рассмотрена работа генератора Ван дер Поля и показаны хаотические процессы, возникающие при внешних гармонических колебаниях. Приведена модель Чуа, дано ее математическое описание и представлен анализ колебаний в режиме детерминированного хаоса.

Ключевые слова: хаос, генераторы хаоса, хаотические колебания, аттрактор, динамическая система, дифференциальные уравнения, фазовый портрет.

I. Введение. В современном мире, где стремительно развивается наука и технологии, генераторы хаоса играют значительную роль. Они помогают изучать и понимать сложные хаотические процессы, которые ранее были неизвестны или трудно изучаемы. Генераторы хаоса — это устройства, способные генерировать непредсказуемые, сложные и случайные последовательности. Это свойство позволяет исследователям использовать их для изучения и моделирования различных процессов. Они нашли применение во многих областях науки и технологий, таких как физика, математика, медицина, биология, криптография, инженерия и многих других.

Генераторы хаоса являются незаменимыми инструментами в области физики. Они применяются в изучении динамических систем, где предсказание будущего состояния этих систем сложно и требует сложных математических моделей. Например, в хаотических колебательных системах генераторы хаоса используются для моделирования и предсказания хаотической динамики. В таком случае это дает исследователям возможность понять, как физические параметры влияют на эти системы и как можно управлять ими. Это важно, например, для определения стабильности и надежности сложных технических систем, таких как энергетические сети или системы автоматического управления [1].

II. Цель исследования. Провести анализ существующих схем генераторов хаоса, провести численное и имитационное моделирование, направленное на выявление хаотической динамики. На основании известных концепций разработать схему и построить имитационную модель генератора хаотических колебаний. Представить математическое описание генератора и получить результаты численного решения уравнений.

III. Теоретические исследования. Рассмотрим известные реализации генераторов. Одним из наиболее интересных исследований в области изуче-

ния динамических систем является анализ математического аттрактора Лоренца. Данный аттрактор был впервые представлен американским математиком Эдвардом Лоренцем в 1963 году и считается одним из фундаментальных применений динамических систем в метеорологии и физике. Аттрактор Лоренца представляется в трехмерном пространстве и описывается системой дифференциальных уравнений (1) [2].

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \sigma(y - x) \\ \frac{dy}{dt} = x(\rho - z) - y \\ \frac{dz}{dt} = xy - \beta z \end{cases} \quad (1)$$

Эта система моделирует конвекционные потоки, которые могут возникать в атмосфере или других физических системах. Основная задача состоит в анализе динамики этой системы и исследовании поведения аттрактора Лоренца в разных условиях. Одним из примеров, иллюстрирующих аттрактор Лоренца, является изменение температуры воздуха в атмосфере.

Решим систему (1) и получим аттрактор в трехмерном пространстве.

Таким образом, аттрактор Лоренца представляет компактное инвариантное множество в трехмерном фазовом пространстве (рис. 1), описывающий хаотическое поведение системы. В фазовом пространстве видна закрученная структура траекторий и внутри выделены две области. Система может находиться в каждой области в любой момент времени, а переход между ними непредсказуем и не зависит от времени. Эта система представляет большой интерес для математиков, физиков и метеорологов, так как она моделирует некоторые аспекты атмос-

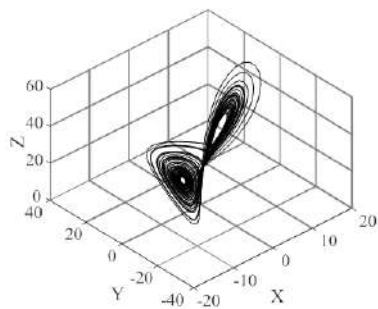


Рис. 1. Аттрактор Лоренца в трехмерном пространстве. Результаты численного моделирования

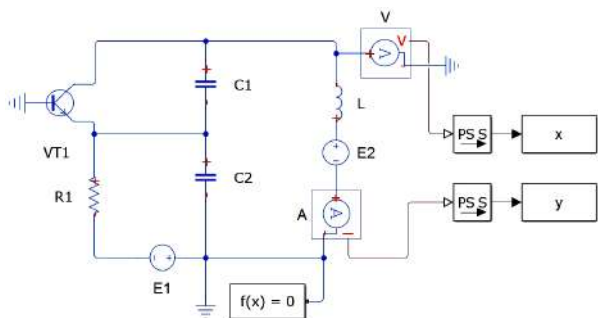


Рис. 2. Реализация имитационной модели генератора Колпитца

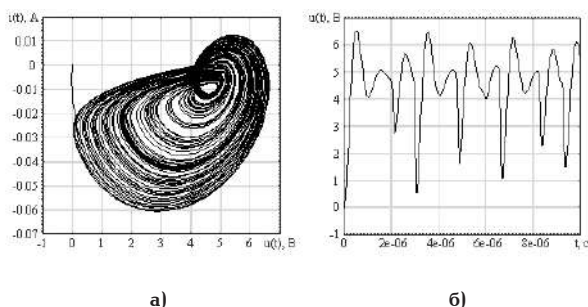


Рис. 3. Фазовый портрет (а) и напряжение на коллекторе транзистора (б)

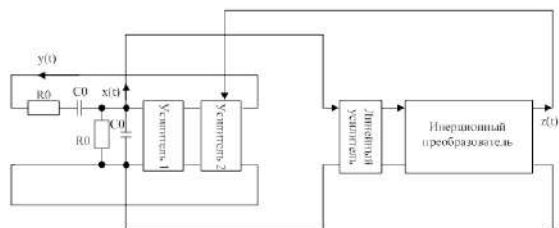


Рис. 4. Схема генератора Анищенко-Астахова

ферных явлений и может помочь в изучении хаотических процессов в природе.

Рассмотрим и приведем электрические схемы, которые обладают хаотической динамикой. Начнем обзор со схемы генератора Колпитца. Достоинство генератора заключается в его простой схемной реализации. Схема Колпитца позволяет генерировать

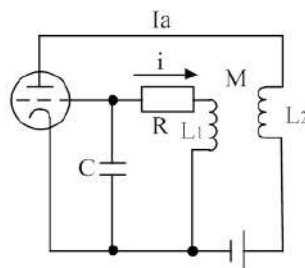


Рис. 5. Схема генератора Ван дер Поля

высокочастотные сигналы синусоидальной формы. Однако при определенных величинах активных и реактивных элементов в схеме возникают хаотические колебания. Составим имитационную модель генератора и проведем исследования ее работы. Имитационная модель генератора представлена на рис. 2 [3].

Схема генератора Колпитца состоит из трех основных элементов: катушки индуктивности, конденсаторов и биполярного транзистора. Хаотические колебания возникают при величинах $C_1 = C_2 = 5$ нФ, $L = 10$ мкГн, $R_1 = 400$ Ом, $E_1 = E_2 = 5$ В. Осциллограмма напряжения, снятая с коллектора транзистора, и фазовый портрет представлены на рис. 3.

Генератор демонстрирует хаотическое поведение при определенных указанных параметрах. Сложные хаотические колебания образуют странный аттрактор в фазовом пространстве. Таким образом, генератор Колпитца широко используется для радиочастотных сигналов. Генератор работает в разных диапазонах частот и подходит для изучения хаотических колебаний.

Рассмотрим генератор Анищенко-Астахова, который показан на рис. 4. Он состоит из осциллятора Микельсена и элемента инерции, и демонстрирует свойства хаотической динамики. Эти свойства позволяют ему генерировать сигналы с высокой степенью случайности и непредсказуемости. Одним из главных преимуществ данного генератора является его стабильность при изменении температуры. В отличие от других аналогичных систем, генератор Анищенко-Астахова сохраняет высокую стабильность своего сигнала даже при значительных колебаниях окружающей среды [4].

Благодаря своей хаотической динамике, генератор Анищенко-Астахова успешно применяется в различных областях. Он может использоваться в системах шифрования информации или рандомизации данных, где случайность и непредсказуемость сигнала являются важными аспектами. Также этот генератор может быть использован в системах передачи радиосигналов.

Проведем исследования генератора, который был изобретен голландским инженером-физиком Бальтазаром Ван дер Полем. Он предложил осциллятор с нелинейным затуханием. Им были зафиксированы на определенных частотах шумы вблизи собственных частот колебаний, они достигались путем введения нелинейного и инерционного активного сопротивления. Классический осциллятор Ван дер Поля — генератор с дополнительной нелинейной инерционной обратной связью показан на рис. 5. Опишем уравнения генератора. В них присутствуют два параметра: параметр инерцион-

ности нелинейного преобразователя и параметр сигнала. Значение параметра инерционности определяет характер генерируемых сигналов. При небольшом значении данного параметра генератор создает простые сигналы, имеющие регулярную структуру. При увеличении значения параметра инерционности сигналы становятся все более сложными и хаотичными [5].

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = m \cdot x + y - x \cdot z \\ \frac{dy}{dt} = -x \\ \frac{dz}{dt} = -g \cdot z + g \cdot I(x) \cdot x^2 \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{где } I(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

Добавим в схему источник вынужденных колебаний и решим систему.

Осциллятор с вынужденными колебаниями описывается следующим уравнением [6]

$$\frac{d^2x}{dt^2} - \mu(1 - x^2) \frac{dx}{dt} + x - A_m \cdot \sin(\omega t) = 0 \quad (3)$$

Решим уравнение (2) и покажем работу генератора с вынужденными колебаниями и без них (рис. 6).

В процессе решения уравнения использовались следующие коэффициенты: $\mu = 3$, $A_m = 20$, $\omega = 4,5$. Время расчета составило 100 сек с шагом $\Delta t = 0,01$ сек. Модель позволяет получить динамический хаос в случаях, когда значение параметра инерционности превышает единицу. Таким образом, можно расширить спектр сгенерированных сигналов и получить более широкие возможности по управлению их структурой.

Приведем схему генератора Чуа (рис. 7). Это электронное устройство, которое может генерировать хаотические колебания. Он основан на операционном усилителе и включает в себя ёмкости, индуктивности.

Математическая модель генератора Чуа может быть описана системой дифференциальных уравнений [7]:

$$\begin{cases} \frac{dU_c}{dt} = \alpha(U_b - U_c - f(U_c)) \\ \frac{dU_b}{dt} = U_c - U_b + U_d \\ \frac{dU_d}{dt} = -\beta \cdot U_b \end{cases} \quad (4)$$

Здесь U_c , U_b и U_d представляют собой напряжения на ёмкости, индуктивности и внешнем элементе соответственно. Параметры α и β определяют характеристики генератора Чуа.

Принцип работы генератора Чуа основан на нелинейной крутопадающей характеристике с отрицательным дифференциальным сопротивлением. При определенных значениях параметров α и β на выходе генератора Чуа появляются хаотические колебания высокой частоты. Генератор представляет собой трехмерную динамическую систему с возможностью генерации сигналов разной слож-

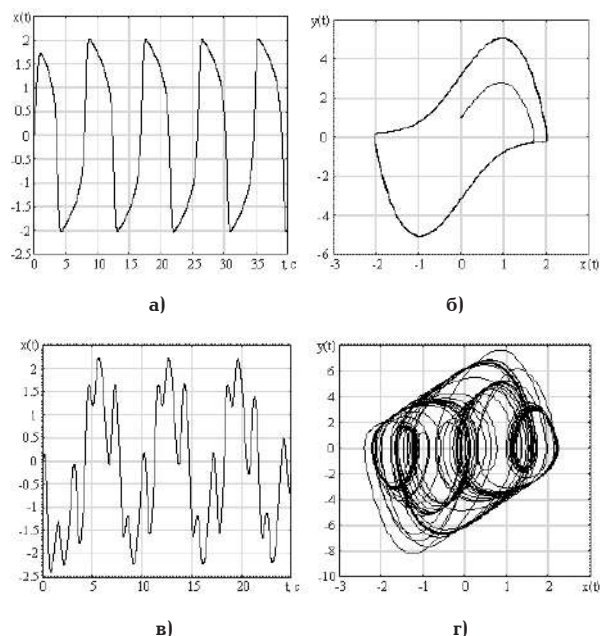


Рис. 6. Демонстрация работы генератора с помощью численного решения уравнения (2): а) диаграмма колебаний без вынужденных колебаний; б) фазовый портрет для случая без вынужденных колебаний; в), г) диаграмма и фазовый портрет для случая с вынужденными колебаниями

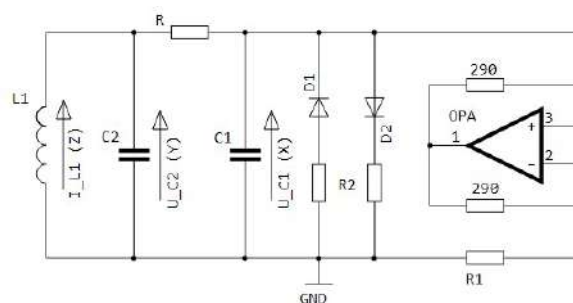


Рис. 7. Генератор Чуа

ности и хаотичности. Когда напряжение подается на конденсаторы и катушку индуктивности, возникает неустойчивость и начинаются хаотические колебания. Нелинейный резистор с отрицательным сопротивлением и крутопадающей характеристикой усиливает эту неустойчивость и делает колебания более сложными.

Он имеет свои преимущества и недостатки, которые можно учитывать при разработке систем связи и контроля. Генератор Чуа является одной из наиболее известных электронных цепей, применяемых для создания хаотических колебаний. Схема была предложена Леоном Чуа в 1983 году и быстро стала популярной среди исследователей и электронных инженеров.

Генератор Чуа также обладает свойством самоподобия, т.е. структура и форма сигналов повторяются на разных временных и пространственных масштабах. Это свойство позволяет использовать генератор Чуа в симуляции хаотических систем и анализе динамических систем. Его сложное и хаотичное поведение находит применение в разных областях и может сыграть важную роль в развитии науки и технологий.

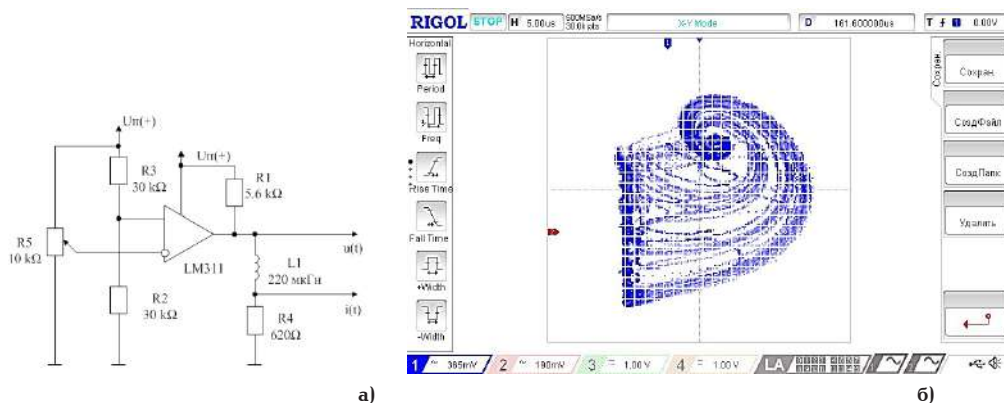


Рис. 8. Принципиальная схема разработанного генератора (а) и фазовый портрет хаотических колебаний, полученный в ходе экспериментов (б)

IV. Разработка генератора хаотических колебаний. Исходя из сравнительного анализа приведённых схем и моделей, была разработана математическая и физическая модель генератора хаотических колебаний, основанного на сравнении двух сигналов [8]. В качестве элемента сравнения использован аналоговый компаратор. На рис. 8 представлена принципиальная схема генератора и фазовый портрет хаотических колебаний.

На выход аналогового компаратора подключена активно-индуктивная нагрузка, что позволяет осуществить сглаживание импульсов выходного тока. Хаотическая генерация возникает в момент равенства входных сигналов постоянного напряжения. Предположительно это вызвано действием тепловых шумов, которые усиливаются микросхемой.

Составим математическое описание предложенной схемы и покажем результаты вычислений. Разработаем математическую модель, описывающую динамику рассматриваемого процесса с указанным предположением. Флуктуации теплового шума, действующие на входе компаратора, можно записать с помощью выражения:

$$y(t) = G(t) \cdot k |A_{m1} \cdot \sin(\omega t + \varphi_1)| + A_{m2} \cdot \sin(\omega t + \varphi_2) + m, \quad (5)$$

где $G(t)$ — белый гауссовский шум, k — масштабный коэффициент, m — постоянная составляющая сигнала.

Выходное напряжение компаратора найдем следующим образом:

$$U_{\text{вых}} = \begin{cases} 1, & y(t) > x \\ 0, & y(t) < x \end{cases}, \quad (6)$$

где x — порог срабатывания.

Воспользуемся приведенными выражениями, составим имитационную модель и продемонстрируем ее работу. На рис. 9 показана модель и диаграмма сигнала с выхода компаратора.

Из рис. 9 видно, что выходной сигнал имеет одинаковую амплитуду во всем диапазоне временного промежутка, однако частота этого сигнала изменяется хаотическим образом. Для сглаживания импульсного выходного сигнала и получения изображения фазового портрета в виде странного аттрактора добавим в модель активные и реактивные компоненты. Завершенная модель разработанного генератора показана на рис. 10.

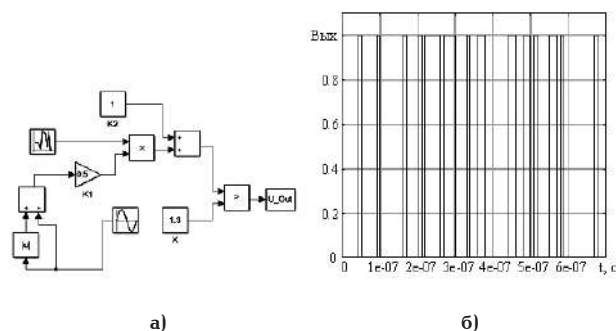


Рис. 9. Имитационная модель (а) и сигнал на выходе элемента сравнения (б)

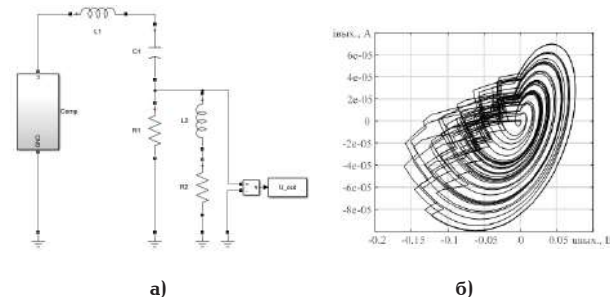


Рис. 10. Модель генератора (а) и фазовый портрет (б)

Форма фазового портрета, полученного на физической модели, и форма фазового портрета, полученного с помощью имитационной модели, практически совпадают. Это подтверждает предположение о том, что тепловой шум приводит к переключению состояния компаратора и таким образом усиливается. В таком случае на выходе микросхемы генерируются близкий к прямоугольной форме выходной частоте сигнала источника теплового шума [9, 10]. Колебания получены при $L1 = 2 \text{ мкГн}$, $C1 = 40 \text{ нФ}$, $R1 = 6 \text{ Ом}$, $L2 = 220 \text{ мкГн}$, $R2 = 620 \text{ Ом}$.

V. Вывод. Предложен генератор хаотических колебаний на аналоговом компараторе. Генератор способен формировать хаотические колебания в широкой полосе частот. Форма фазового портрета имеет один завиток и схожа со странным аттрактором, полученным с помощью схемы Колпитца. В разработанном генераторе причиной хаотических колебаний предположительно является тепловой шум, усиливающийся компаратором. По резуль-

татам эксперимента составлена имитационная модель, которая включает в себя источник теплового шума, образованный гауссовским распределением. Хаотические колебания возникают в случае, если величина теплового шума будет больше порогового значения компаратора. Такой генератор найдет свое применение в устройствах генерирования широкополосных хаотических сигналов [11]. Таким образом, генераторы хаотических колебаний являются важной частью современных систем. Они представляют собой устройства, способные создавать электрические сигналы определенной формы и частоты.

Библиографический список

1. Кузнецов С. П. Простые электронные генераторы хаоса и их схемотехническое моделирование // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2018. Т. 26, № 3. С. 35–61. DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-3-35-61. EDN: RWBUFH.
2. Lorenz E. N. Deterministic nonperiodic Flow // Journal of the Atmospheric Sciences. 1963. Vol. 20. P. 130–141. DOI: 10.1175/1520-0469(1963)020<0130:DNF>2.0.CO;2.
3. Colpitts E. H. Oscillation generator. US patent 1624537; filed February 01st, 1918; published April 12th, 1927.
4. Анищенко В. С., Астахов В. С., Вадивасова Т. Е. Генератор Анищенко-Астахова как одна из базовых моделей детерминированного хаоса // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2005. Т. 5, № 1. С. 54–68. EDN: JVHXIV.
5. Balth Van der Pol. On relaxation-oscillations // Philosophical Magazine and Journal of Science. 1926. Vol. 2 (11). P. 978–992. DOI: 10.1080/14786442608564127.
6. Hartley R. V. L. Oscillation-generator. US patent 1356763; filed June 01st, 1915; published October 26th, 1920.
7. Chua L. O., Komuro M., Matsumoto T. The double scroll family // IEEE Transactions on Circuits & Systems. 1986. Vol. 33 (11). P. 1072–1118. DOI: 10.1109/TCS.1986.1085869.
8. Федянин В. В., Федоров В. К., Пестрикова И. Е. [и др.]. Программа реализации генератора хаоса на компараторе: свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. Москва: ФИПС, 2024. № 2024615852.
9. Аношенкова Е. В., Захаров И. Л., Пестрикова И. Е. Моделирование беспорядочных процессов в нелинейных элек-

тронных цепях с несколькими генераторами // Омский научный вестник. 2016. № 6 (150). С. 105–108. EDN: XBVXQZ.

10. Федянин В. В., Федоров В. К., Федоров Д. В. [и др.] Трехфазные режимы частотно-регулируемого асинхронного электропривода при широтно-импульсной модуляции с несущей частотой в режиме детерминированного хаоса // Динамика систем, механизмов и машин. 2018. Т. 6, № 3. С. 114–119. DOI: 10.25206/2310-9793-2018-6-3-114-119.

11. Федоров В. К., Пестрикова И. Е., Федоров И. В. [и др.] Максимальная энтропия и принцип наименьшего действия для электротехнических систем в режиме детерминированного хаоса // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. 2021. № 2 (36). С. 5–14. DOI: 10.21685/2307-5538-2021-2-1.

ФЕДЯНИН Виктор Викторович, кандидат технических наук, доцент кафедры «Электрическая техника» Омского государственного технического университета (ОмГТУ), г. Омск.

SPIN-код: 1728-1697

ORCID: 0000-0003-3126-9865

AuthorID (SCOPUS): 57194235343

ResearcherID: O-9899-2015

Адрес для переписки: k13201@rambler.ru

ФЕДОРОВ Владимир Кузьмич, доктор технических наук, профессор (Россия), профессор кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий» ОмГТУ, г. Омск.

SPIN-код: 2389-6978

AuthorID (РИНЦ): 512746

AuthorID (SCOPUS): 57194237212

ПЕСТРИКОВА Ирина Евгеньевна, ассистент кафедры «Электрическая техника» ОмГТУ, г. Омск.

SPIN-код: 7948-8208

AuthorID (РИНЦ): 622404

Адрес для переписки: pik9@yandex.ru

Для цитирования

Федянин В. В., Федоров В. К., Пестрикова И. Е. Генератор хаотических колебаний // Омский научный вестник. 2024. № 3 (191). С. 93–98. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-93-98.

Статья поступила в редакцию 17.04.2024 г.

© В. В. Федянин, В. К. Федоров, И. Е. Пестрикова

CHAOTIC OSCILLATION GENERATOR

The article analyzes existing schemes of chaos generators. Numerical and simulation modeling is carried out aimed at identifying chaotic dynamics. Based on well-known concepts, a chaos generator is developed and a simulation model is built. A mathematical description of the generator is given and phase portraits are obtained. Diagrams of chaotic oscillations of the Lorentz model and the Colpitts model are presented. The operation of the Van der Pol generator is considered and the chaotic processes that arise during external harmonic oscillations are shown. Chua's model is presented, its mathematical description is given, and an analysis of oscillations in the deterministic chaos regime is presented.

Keywords: chaos, chaos generators, chaotic oscillations, attractor, dynamic system, differential equations, phase portrait.

References

1. Kuznetsov S. P. Prostyye elektronnyye generatory khaosa i ikh skhemotekhnicheskoye modelirovaniye [Simple electronic chaos generators and their circuit simulation] // *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Prikladnaya nelineynaya dinamika. Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2018. Vol. 26, no. 3. P. 35–61. DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-3-35-61. EDN: RWBUFH. (In Russ.).
2. Lorenz E. N. Deterministic nonperiodic Flow // *Journal of the Atmospheric Sciences*. 1963. Vol. 20. P. 130–141. DOI: 10.1175/1520-0469(1963)020<0130:DNF>2.0.CO;2. (In Engl.).
3. Colpitts E. H. Oscillation generator. US patent 1624537; filed February 01st, 1918; published April 12th, 1927. (In Engl.).
4. Anishchenko V. S., Astakhov V. S., Vadivasova T. E. Generator Anishchenko-Astakhova kak odna iz bazovykh modeley determinirovannogo khaosa [Anishchenko-Astakhov generator as one of the basic models of deterministic chaos] // *Izvestiya Saratovskogo universiteta. Novaya seriya. Seriya: Fizika. Izvestiya of Saratov University. Physics*. 2005. Vol. 5, no. 1. P. 54–68. EDN: JVHXIV. (In Russ.).
5. Balth Van der Pol. On relaxation-oscillations // *Philosophical Magazine and Journal of Science*. 1926. Vol. 2 (11). P. 978–992. DOI: 10.1080/14786442608564127. (In Engl.).
6. Hartley R. V. L. Oscillation-generator. US patent 1356763; filed June 01st, 1915; published October 26th, 1920. (In Engl.).
7. Chua L. O., Komuro M., Matsumoto T. The double scroll family // *IEEE Transactions on Circuits & Systems*. 1986. Vol. 33 (11). P. 1072–1118. DOI: 10.1109/TCS.1986.1085869. (In Engl.).
8. Fedyanin V. V., Fedorov V. K., Pestrikova I. E. [et al.]. Programma realizatsii generatora khaosa na komparatore: svidetel'stvo o gosudarstvennoy registratsii programmy dlya EVM [Program of realization of the chaos generator on the comparator: certificate of state registration of the computer program]. Moscow, 2024. No. 2024615852. (In Russ.).
9. Anoshenkova E. V., Zakharov I. L., Pestrikova I. E. Modelirovaniye besporядochnykh protsessov v nelineynykh elektronnykh tsepyakh s neskol'kimi generatorami [Modeling of chaotic processes in nonlinear electronic circuits with multiple generators] // *Omskiy nauchnyy vestnik. Omsk Scientific Bulletin*. 2016. No. 6 (150). P. 105–108. EDN: XBVBXQZ. (In Russ.).
10. Fedyanin V. V., Fedorov V. K., Fedorov D. V. [et al.]. Trekhfaznyye rezhimy chastotno-reguliruyemogo asinkhronnogo elektroprivoda pri shirotno-impul'snoy modulyatsii s nesushchey chastotoy v rezhime determinirovannogo khaosa [Three-phase modes of frequency-controlled asynchronous electric drive under pulse-width modulation with carrier frequency in the deterministic chaos mode] // *Dinamika sistem, mekhanizmov i mashin. Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines*. 2018. Vol. 6, no. 3. P. 114–119. DOI: 10.25206/2310-9793-2018-6-3-114-119. (In Russ.).
11. Fedorov V. K., Pestrikova I. E., Fedorov I. V. [et al.]. Maksimal'naya entropiya i printsip naimen'shego deystviya dlya elektrotekhnicheskikh sistem v rezhime determinirovannogo khaosa [Maximum entropy and the principle of least action for electrical systems in the mode of deterministic chaos] // *Izmereniye. Monitoring. Upravleniye. Kontrol'. Measuring. Monitoring. Management. Control*. 2021. No. 2 (36). P. 5–14. DOI: 10.21685/2307-5538-2021-2-1. (In Russ.).

FEDYANIN Viktor Viktorovich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Electrical Engineering Department, Omsk State Technical University (OmSTU), Omsk.
SPIN-code: 1728-1697
ORCID: 0000-0003-3126-9865
AuthorID (SCOPUS): 57194235343
ResearcherID: O-9899-2015
Correspondence address: k13201@rambler.ru

FEDOROV Vladimir Kuzmich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of Electrical Supply of Industrial Enterprises Department, OmSTU, Omsk.
SPIN-code: 2389-6978
AuthorID (RSCI): 512746
AuthorID (SCOPUS): 57194237212

PESTRIKOVA Irina Evgenyevna, Assistant of Electrical Engineering Department, OmSTU, Omsk.
SPIN-code: 7948-8208
AuthorID (RSCI): 622404
Correspondence address: pik9@yandex.ru

For citations

Fedyanin V. V., Fedorov V. K., Pestrikova I. E. Chaotic oscillation generator // *Omsk Scientific Bulletin*. 2024. No. 3 (191). P. 93–98. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-93-98.

Received April 17, 2024.

© V. V. Fedyanin, V. K. Fedorov, I. E. Pestrikova

АНАЛИЗ ПОТЕРЬ В ЗАЩИЩЕННЫХ И НЕИЗОЛИРОВАННЫХ ПРОВОДАХ В СТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМАХ С УЧЕТОМ ПОГОДНЫХ УСЛОВИЙ

В воздушных линиях систем электроснабжения на напряжения 6–110 кВ все большую популярность приобретает использование защищенных проводов, которые обладают целым рядом преимуществ перед традиционными неизолированными алюминиевыми проводами. С другой стороны, наличие изоляции требует разработки более сложных математических моделей для адекватного описания их поведения и исследования характеристик новых проводов при эксплуатации.

Приведены результаты использования разработанных математических моделей и программ расчета для сравнительного анализа защищенных и неизолированных проводов в условиях изменения токов нагрузки и погодных условий. Исследованы зависимости температуры и потери активной мощности от толщины изоляции. Показано, что наличие изоляции позволяет при определенных условиях уменьшить температуру и потери по сравнению с проводами без изоляции при прочих равных условиях.

Полученные результаты могут быть использованы для повышения пропускной способности и надежности линий электропередач.

Ключевые слова: потери активной мощности, температура проводника, изолированный провод, защищенный провод, активная мощность, воздушные линии, сопротивление линии.

Введение. Рост численности населения, значительные темпы развития отраслей промышленности, связанных с использованием электроэнергии, обуславливают постоянный рост потребления электрической энергии. Согласно различным сценариям развития энергетики (Net Zero, Accelerated, New Momentum), доля электроэнергии к 2050 году в общем потреблении энергии увеличится в 1,9–2,4 раза по сравнению со значением в 2019 году [1]. Прогнозируемый спрос на электрическую энергию будет ежегодно возрастать на 1,7–5 % до 2050 года [1]. Естественно, будет расти и мощность, передаваемая по воздушным линиям (ВЛ) электропередачи. В связи с увеличением выработки электроэнергии возникает необходимость в увеличении пропускной способности линий электропередач для надежной и безопасной эксплуатации [2]. Существует несколько методов увеличения пропускной способности линии: повышение уровня рабочего напряжения, увеличение количества цепей, использование специальных проводников и уточненный расчет допустимой мощности [3–6]. Одним из вариантов до-

стижения указанной цели является усиление сети за счет строительства новых линий электропередачи или реконструкции уже существующих. Однако реализация указанного направления требует существенных затрат, средств и времени. Наиболее часто строительство новых линий ограничено в связи с отсутствием свободных территорий.

Пропускная способность линий электропередачи зависит от площади поперечного сечения провода. Площадь возможно увеличить за счет добавления дополнительного провода на фазу. Данный вариант негативен тем, что увеличивается нагрузка на существующую опору линий электропередач, подвесного и соединительного оборудования. Возможно увеличение провисания провода и превышение показателей безопасной высоты. Таким образом, установка дополнительного провода требует увеличения затрат, так как необходима замена существующих опор и подвесного оборудования. Сроки окупаемости для подобных значительных затрат за приемлемое время весьма сомнительно. Поэтому на практике акцент делается на полное ис-

пользование возможностей существующих линий электропередач.

Реальной альтернативой строительству новых линий электропередачи в вышеуказанных условиях может быть использование погодных условий для уточнения пропускной способности сети в режимах эксплуатации близких к номинальным.

На пропускную способность и температуру провода существенное воздействие оказывают такие погодные условия, как температура окружающей среды, скорость и направление ветра, солнечная радиация. На температуру проводов может также влиять уровень загрязнения окружающей среды, старение проводов и др.

Традиционно для прогнозирования пропускной способности воздушных линий используются заранее заданные значения консервативного набора метеоусловий. Такой подход получил определение как метод статического расчета (SLR). Дальнейшее развитие расчетов с учетом погодных условий связано с динамическим методом расчета (DLR) — метод динамического рейтинга линий электропередач. Указанный метод позволяет учитывать реальные метеоусловия для нахождения пропускной способности электрических сетей. Практика использования метода DLR показала возможность значительного увеличения пропускной способности в режиме реального времени и реальных метеоусловий.

Созданные методы DLR можно условно разделить на две группы, которые объединяют косвенные методы и прямые методы. В прямых методах информация о характеристиках линий электропередачи (температура провода, натяжение и провисание провода) определяют с помощью датчиков непосредственного мониторинга.

Конкретные рекомендации по учету погодных условий для улучшения пропускной способности приведены в стандарте IEEE Std. 738 [7] и стандарте CIGRE 601 [8].

При сравнении стандартов IEEE и CIGRE можно отметить незначительное отличие в методах расчета в первую очередь солнечной радиации и конвективных потерь. Различия в расчетах, по стандартам, в экстремальных случаях может достигать 5–15%. Вместе с тем в работах по использованию методов IEEE и CIGRE утверждается, что результаты расчетов по указанным методам могут быть достаточно точными по сравнению с экспериментальными значениями. В ряде работ также отмечается, что математический аппарат CIGRE в большинстве случаев более точный, чем в методе IEEE.

Стандарты IEEE и CIGRE включают рекомендации по учету метеоусловий при определении пропускной способности электрических сетей. В стандартах содержится соотношение, связывающее электрические и тепловые параметры линий электропередач. Уравнение теплового баланса из IEEE в установившемся режиме совместно с уравнениями тепловых параметров успешно используется для определения пропускной способности с учетом погодных условий, а также с учетом геометрических и физических характеристик воздушных линий электропередачи.

В методе SLR для расчета пропускной способности воздушных линий применяются консервативные значения погодных условий: температура окружающей среды — 40 °С, скорость ветра — 0,6 м/с, солнце — яркое.

Таким образом, метод статического расчета SLR используется для определения пропускной способ-

ности в наихудших условиях, в то время как реальные погодные факторы могут обеспечить передачу более высоких значений электрической мощности и тока. Определение пропускной способности на базе метода SLR, который обеспечивает минимальные значения пропускной способности, ограничивает реальные возможности существующих линий, с одной стороны, и приводит к пустой трате ресурсов на строительство новых линий — с другой.

Ввиду того, что в различные сезоны года указанные значения могут быть слишком консервативными, в ряде случаев используется разновидность метода SLR, базирующаяся на сезонном статическом определении пропускной способности (S-SLR). В рамках обозначенной разновидности S-SLR для исследования пропускной способности применение находят соответствующие сезону совокупности заранее выбранных значений погодных условий отдельно для лета и отдельно для зимы. Указанные две совокупности погодных условий определяют два различных значения допустимого тока в линии. Представляется, что указанная разновидность S-SLR может считаться улучшенным вариантом подхода SLR. Однако учет изменений погодных условий в реальном времени в методе S-SLR не реализуется. Другим важным ограничением подхода S-SLR является то, что такие важные параметры, как направление и скорость ветра считаются одинаковыми для лета и зимы.

Особенности защищенных проводов. Важным направлением повышения пропускной способности воздушных линий электропередачи является применение при их строительстве и эксплуатации защищенных изоляцией проводов [7]. Внедряемые новые провода являются прогрессивной альтернативой традиционным алюминиевым неизолированным проводам.

Неизолированные провода широко применяются на воздушных линиях распределительных сетей России 6–35 кВ. К недостаткам воздушных линий с неизолированными проводами напряжением 6–35 кВ следует отнести:

- 1) недостающий уровень надежности;
- 2) высокий уровень потерь электроэнергии;
- 3) зачастую неполное выполнение требований по качеству электроэнергии;
- 4) увеличенное количество электрических сетей, отработавших нормативный срок.

Уменьшению негативного влияния указанных недостатков способствует внедрение воздушных линий с самонесущими и защищенными проводами (ВЛЗ) [9–11]. Основными типами защищенных проводов являются СИП-3 (6–35 кВ), ПЗВ (35 кВ), ПЗВГ (35 кВ), СИП-7 (110 кВ).

Согласно названию, защищенный провод представляет конструкцию, выполненную из проводника, покрытого слоем светостабилизированного сшитого полиэтилена. Оболочка из сшитого полиэтилена обладает рядом положительных свойств. Наиболее полезным качеством является стабильность механических изоляционных и химических свойств при изменении температуры в широком диапазоне. Характеристики сшитого полиэтилена позволяют эксплуатировать защищенные провода в течение длительного времени при температуре 90 °С. Значение допустимой температуры определяется величиной допустимого тока нагрузки, протекающего по защищенным проводам при температуре окружающей среды +25 °С. Допустимые токи

Значения токовых нагрузок защищенных проводов

Номинальное сечение основных жил, мм ²	Допустимый ток короткого замыкания, кА		Допустимый ток нагрузки не более, А		
	До 1 кВ	До 35 кВ	До 1 кВ	Защищенные провода	
				До 20 кВ	До 35 кВ
240	22,0	20,6	515	600	670
185	16,5	15,9	436	560	600
150	13,2	12,9	380	485	520
120	10,9	10,3	340	430	460
95	8,8	8,2	300	370	400
70	6,5	6,0	240	310	340
50	4,6	4,3	195	245	270
35	3,2	3,0	160	200	220
25	2,3	–	130	–	–
16	1,5	–	100	–	–

покрытых изоляцией проводов для различных сечений и напряжений показаны в табл. 1.

К преимуществам использования СИП-3 следует отнести:

1) на поверхности провода практически не образуется гололед и мокрый снег. Мокрый снег достаточно легко стекает с гладкой поверхности защищенного провода. В неизолированных проводах марок А и АС снег может удерживаться в углублениях между проволоками и обеспечивает дальнейшее обрастание;

2) значительное уменьшение габаритов воздушных защищенных линий (ВЛЗ) по сравнению с ВЛ с неизолированными проводами;

3) стоимость ВЛЗ с СИП-3 ориентировочно на 35 % выше линий с неизолированными проводами, однако снижение эксплуатационных расходов у ВЛЗ может достигать 80 %. Сокращение эксплуатационных расходов обусловлено исключением систематической расчистки трасс, заменой поврежденных изоляторов, уменьшением аварийно-восстановительных работ;

4) уменьшение сроков монтажа из-за простоты работ;

5) сокращение сроков ремонта за счет возможности работ под напряжением без отключения потребителей от электроснабжения;

6) высокая механическая прочность делает маловероятной возможность обрыва ВЛЗ;

7) практическое исключение междуфазных коротких замыканий и замыканий на землю при схлестывании проводов или падении на линию дерева. При падении провода на землю ВЛЗ выдерживает рабочее напряжение, и линия может продолжать работу;

8) за счет уменьшения междуфазного расстояния уменьшается реактивное сопротивление и, как следствие, уменьшаются потери электрической энергии, а также уменьшается падение напряжения на ВЛЗ;

9) улучшение пожаробезопасности ВЛЗ, основанное на уменьшении возможности короткого замыкания при схлестывании, падении на землю, падении веток, попаданию посторонних предметов;

10) возможность использования более низких опор уменьшает вероятность попадания молнии и не требует мощной спецтехники при монтаже;

11) повышенная надежность особенно в зонах интенсивного гололедаобразования.

При реконструкции и строительстве новых воздушных линий электропередачи целесообразен переход на более высокие классы среднего напряжения. Особенности защищенных проводов СИП-3 заключаются в возможности уменьшения межфазного расстояния, что облегчает переход современных электрических сетей 6–10 кВ на более высокое напряжение.

Переход с 10 кВ на 20 кВ или 35 кВ, с 6 кВ на 10 кВ обеспечивает решение очень важной задачи — уменьшение потерь электрической энергии при её передаче. Более того, технические характеристики СИП-3 дают возможность реализации воздушных линий 35 кВ в габаритах воздушных линий 10 кВ. Особенности ВЛЗ позволяют перейти на штыревую изоляцию вместо подвесной и, как следствие, способствует уменьшению высоты опор ВЛЗ 35 кВ до габаритов воздушных линий на напряжение 10 кВ. Указанная операция перехода на более высокие классы напряжения обеспечивает передачу в 2,5 раза большей мощности при одновременном сокращении потерь.

Отмеченные преимущества защищенных проводов делают весьма привлекательным их использование по целому ряду направлений. Однако с возрастанием сроков эксплуатации и увеличением протяженности возникают вопросы негативного характера [12]. Они касаются процессов старения изоляции и возникновения в ней дефектов при воздействии климатических нагрузок. Особенно остро стоит проблема их защиты от грозových перенапряжений при ударе молнии.

Присутствие изоляции определяет и необходимость разработки более сложных математических моделей, удобных при проектировании и эксплуатации воздушных линий [13].

К недостаткам применения защищенных проводов следует также отнести более высокую их стоимость.

Результаты исследования. Разработанные модели и программы [14–16] использовались для изучения воздействия размеров изоляционной оболочки СИП-3 сечением 50 мм² для напряжения 20 кВ и температуры воздуха +25 °С (табл. 2).

Таблица 2

Параметры изучаемого провода

Сравнительная характеристика	СИП-3 1×50-20
Поперечное сечение проводящей жилы, мм ²	50
Минимальная температура для прокладки провода без разогрева, °С	-20
Номинальная толщина изоляционного слоя при напряжении 20 кВ, мм	2,3
Номинальная толщина изоляционного слоя при напряжении 35 кВ, мм	3,5
Активное сопротивление жилы при 20°С, Ом/км	0,72
Срок службы не менее, лет	40
Гарантийный срок эксплуатации, лет	3
Длительно допустимая температура проводящей жилы, °С	+90
Температура проводящей жилы в режиме перегрузки, °С	+130
Предельная температура проводящей жилы при коротком замыкании, °С	250
Допустимая температура окружающей среды, °С	от -60 до +50
Масса провода, кг/км	239
Разрывное усилие провода, Н	14200
Номинальное переменное напряжение, кВ	20/30
Количество жил, шт.	1
Номинальная частота, Гц	50
Активное сопротивление жилы при 90°С, Ом/км	0,92
Длительно допустимая токовая нагрузка при напряжении 20 кВ, А	245
Длительно допустимая токовая нагрузка при напряжении 35 кВ, А	270
Допустимый ток КЗ продолжительностью 1 сек, кА	4,3
Минимально допустимый радиус изгиба, мм	160

Программы обеспечивают возможность легко вводить требуемые величины для проведения исследований. После ввода всей информации программа приступает к выполнению необходимых расчетов и отображает результаты на экране.

В табл. 1 для изолированных проводов указаны рабочие напряжения 20 и 35 кВ. В практике эксплуатации защищенных проводов отмечаются и другие напряжения (до 1, 6, 10, 110 кВ). С увеличением напряжения растет толщина изоляции: для напряжения до 20 кВ номинальное значение толщины изоляции составляет 2,3 мм, для напряжения 35 кВ — 3,5 мм. Однако несовершенство технологии производства проводов реально обеспечивает или обуславливает разброс толщины изоляции проводов для напряжения 20 кВ в диапазоне 2,06–2,58 мм [17]. Для изолированных проводов СИП-3 1×50 отечественного производства на 20 кВ минимальная толщина изоляции составляет 1,97 мм [9]. Интересным представляется факт увеличения значения допустимого тока в проводах с увеличением напряжения. Так, для сечения 50 мм² допустимый

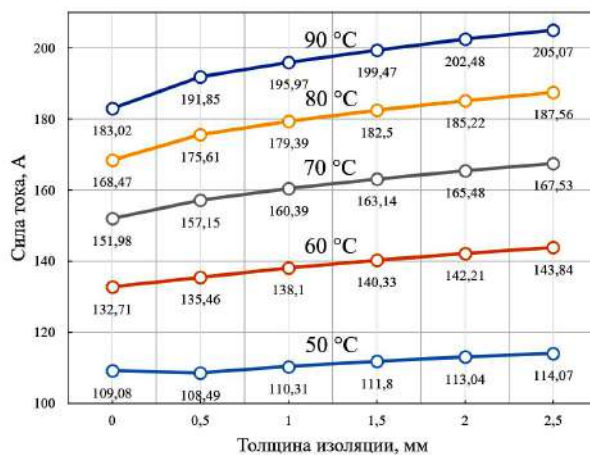


Рис. 1. График зависимости силы тока от толщины изоляции провода СИП-3 1×50-20 при температуре жилы провода 50, 60, 70, 80, 90 °С

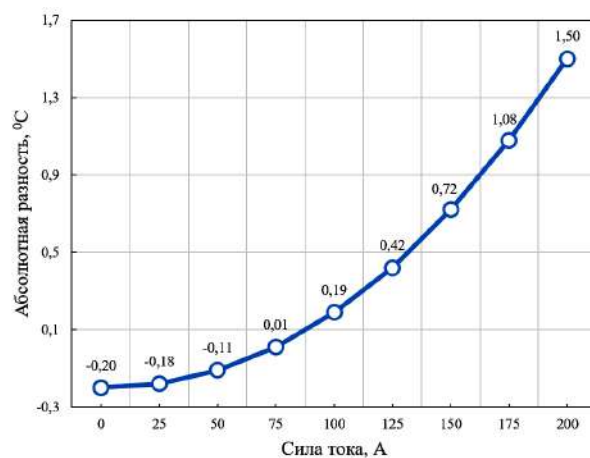


Рис. 2. График зависимости абсолютной разности температуры при толщине изоляции 2 мм ($d_{пр} = 11,85$ мм) и 2,5 мм ($d_{пр} = 12,85$ мм) провода СИП-3 1×50-20

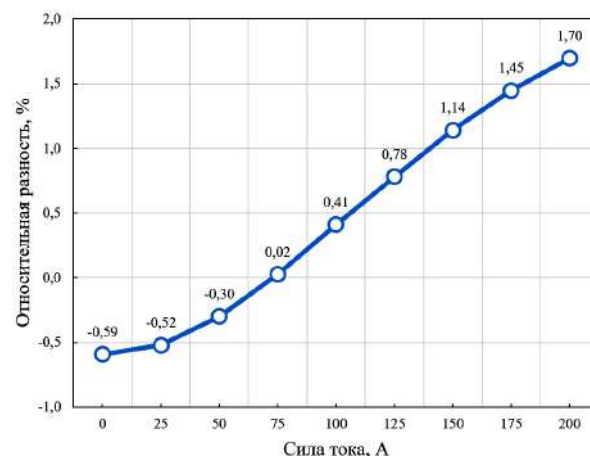


Рис. 3. График зависимости относительной разности температуры при толщине изоляции 2 мм ($d_{пр} = 11,85$ мм) и 2,5 мм ($d_{пр} = 12,85$ мм) провода СИП-3 1×50-20

ток равен 245 А при напряжении 20 кВ, а для напряжения 35 кВ — 270 А.

Созданное математическое и программное обеспечение дает возможность исследовать влияние

Моделирование температуры СИП-3 1×50-20 при вариации толщины изоляции

I, A	$\theta_{np} (d_{np}=11,85 \text{ мм}), ^\circ C$	$\theta_{np} (d_{np}=12,85 \text{ мм}), ^\circ C$	Абсолютная разность $\theta_{np} (d_{np}=11,85 \text{ мм}) - \theta_{np} (d_{np}=12,85 \text{ мм}), ^\circ C$	Относительная разность $(\theta_{np} (d_{np}=11,85 \text{ мм}) - \theta_{np} (d_{np}=12,85 \text{ мм})) / \theta_{np} (d_{np}=11,85 \text{ мм}) \cdot 100\%$
0	33,79	33,99	-0,20	-0,59
25	34,55	34,73	-0,18	-0,52
50	36,86	36,97	-0,11	-0,30
75	40,77	40,76	0,01	0,02
100	46,37	46,18	0,19	0,41
125	53,77	53,35	0,42	0,78
150	63,13	62,41	0,72	1,14
175	74,63	73,55	1,08	1,45
200	88,48	86,98	1,50	1,70

Таблица 4

Условия расчета

Наименование и обозначение параметров	АС-120/27	СИП-3 1x120-20
Погонное сопротивление провода при 20 °С, ом/км	0,25	0,29
Диаметр жилы провода d_1 , мм	15,4	13,1
Внешний диаметр провода d_2 , мм	—	17,5
Коэффициент теплопроводности изоляции, λ Вт/(м·°С)	—	0,4
Температурный коэффициент сопротивления α , °С ⁻¹	0,00403	
Степень черноты поверхности провода ε	0,6	0,8
Поглощательная способность поверхности провода для солнечного излучения A_s	0,6	0,9
Температура воздуха $t_{в'}$, °С	5	
Атмосферное давление $P_{атм'}$ кПа	100	
Скорость ветра v , м/с	1	
Коэффициент угла атаки ветра k_v	0,5	
Угол между солнечным излучением и осью провода, °	45	
Коэффициент затененности	0,7	
Плотность потока прямой солнечной радиации на поверхность, перпендикулярную солнечным лучам $q_{s,пр'}$ Вт/м ²	500	
Плотность потока рассеянной солнечной радиации $q_{s,расс'}$ Вт/м ²	100	
Длина линии, км	1	

толщины изоляционной оболочки на температуру изолированных проводов при фиксированных значениях интенсивности солнечной радиации, протекающего тока, скорости ветра при температуре окружающей среды +25 °С.

Результаты исследования для провода СИП-3 с сечением 50 мм² на 20 кВ изображены на рис. 1 – 3 и в табл. 3. За счет различной толщины изоляции в эксперименте меняется внешний диаметр провода от 7,85 до 12,85 мм. Следует отметить, что температура и потери в проводах с большей толщиной изоляции в области допустимых токов меньше, чем для начальных значений тока.

Разработанные программы [14, 15] использовались и для сравнительного анализа неизолированного провода АС-120/27 и защищенного провода СИП-3 1×120-20. Исходные данные для расчетов отражены в табл. 4. Указанная в табл. 4 величина скорости ветра 1 м/с превышает минимальную, кото-

рая по различным оценкам варьируется в пределах от 0,2 до 0,6 м/с. Расчеты ведутся в предположении использования разработанного математического аппарата при численном моделировании, основанном на вынужденной конвекции.

При сравнении использовались следующие соотношения:

$$\varepsilon_{11} = (t_{СИП} - t_{АС}) / t_{СИП} \quad (1)$$

$$\varepsilon_{P1} = (P_{СИП} - P_{АС}) / P_{СИП} \quad (2)$$

$$\varepsilon_{t2} = (t_{СИП} - t'_{СИП}) / t'_{СИП} \quad (3)$$

$$\varepsilon_{P2} = (P_{СИП} - P'_{СИП}) / P'_{СИП} \quad (4)$$

$$\varepsilon_{t3} = (t'_{СИП} - t_{АС'}) / t_{АС'} \quad (5)$$

$$\varepsilon_{P3} = (P'_{СИП} - P_{АС'}) / P_{АС'} \quad (6)$$

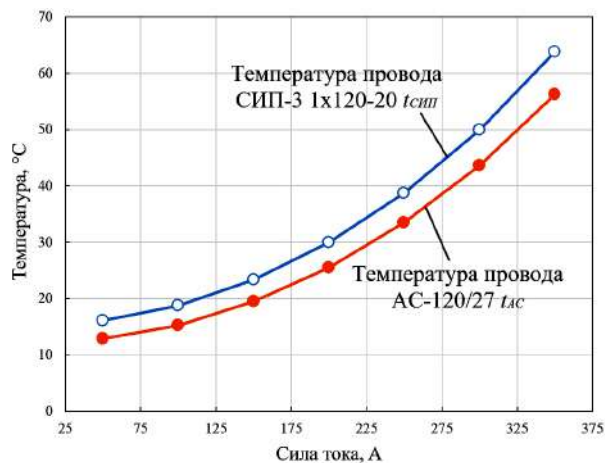


Рис. 4. Распределение температуры защищенного $t_{СИП}$ и неизолированного $t_{АС}$ провода при вариации силы тока

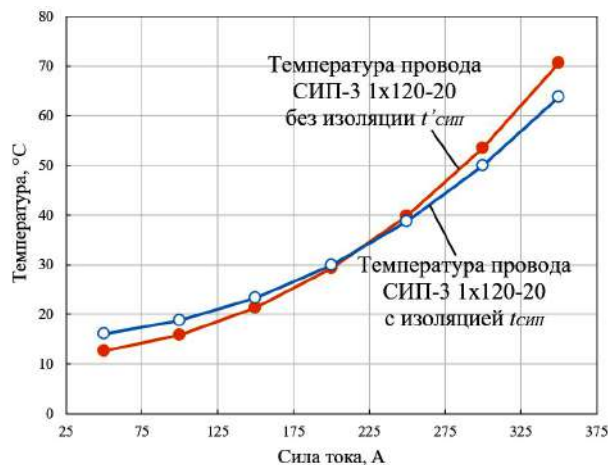


Рис. 7. Значения температуры СИП-3 1x120-20 с изоляцией $t_{СИП}$ и СИП-3 1x120-20 со снятой изоляцией $t'_{СИП}$ при вариации силы тока

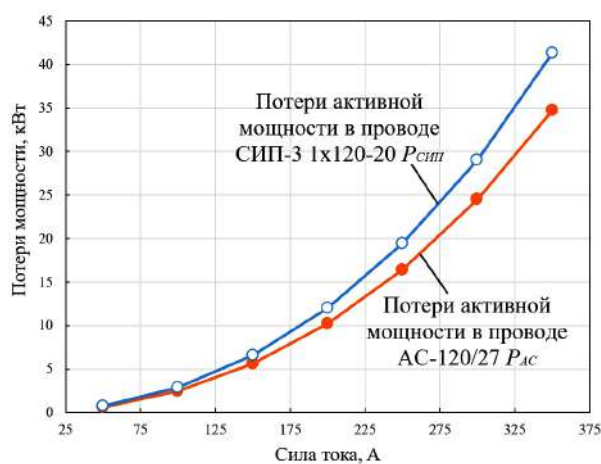


Рис. 5. Потери активной мощности в защищенном $P_{СИП}$ и неизолированном $P_{АС}$ проводе при вариации силы тока

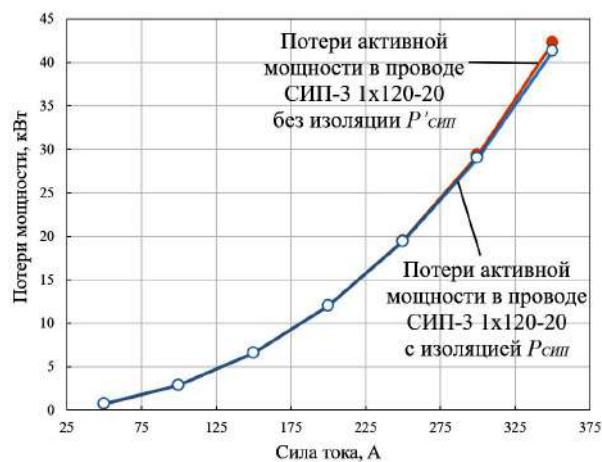


Рис. 8. Потери активной мощности СИП-3 1x120-20 с изоляцией $P_{СИП}$ и СИП-3 1x120-20 со снятой изоляцией $P'_{СИП}$ при вариации силы тока

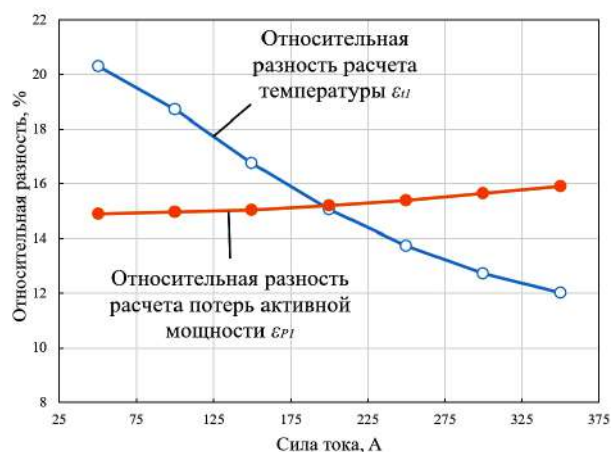


Рис. 6. Значения ϵ_t и ϵ_{P1} для СИП-3 1x120-20 и АС-120/27

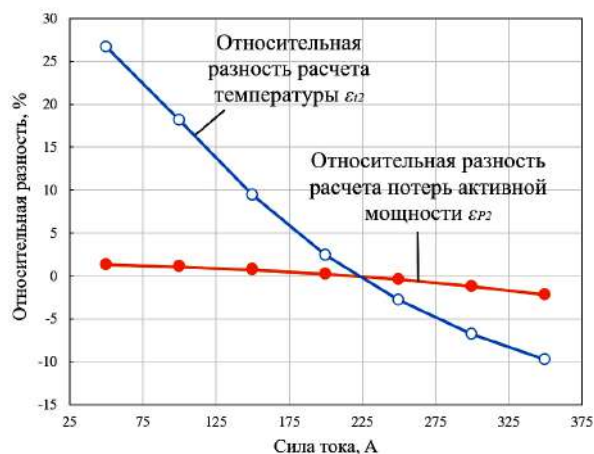


Рис. 9. Значения ϵ_{t2} и ϵ_{P2} для СИП-3 1x120-20 с изоляцией и СИП-3 1x120-20 со снятой изоляцией

где ϵ_{t1} , ϵ_{t2} и ϵ_{t3} — относительная разность расчета температуры; ϵ_{P1} , ϵ_{P2} и ϵ_{P3} — относительная разность расчета потерь активной мощности; $t_{АС}$ — температура проводника АС-120/27; $t_{СИП}$ и $t'_{СИП}$ — температура проводника СИП-3 1x120-20 с изоляцией и без изоляции; $P_{АС}$ — потери активной мощности в проводе АС-120/27; $P_{СИП}$ и $P'_{СИП}$ — потери актив-

ной мощности в СИП-3 1x120-20 с изоляцией и без изоляции.

Результаты моделирования представлены на рис. 4–12. Анализ рис. 4–5 показывает, что при одинаковом токе нагрузки значения потерь активной мощности и температуры в защищенном проводе несколько выше, чем в проводе АС-120/27.

Таблица 5

Отличия защищенного провода СИП-3 1×120-20 и провода СИП-3 1×120-20 со снятой изоляцией

Тип провода Наименование параметра	СИП-3 1×120-20 с изоляцией	СИП-3 1×120-20 со снятой изоляцией
Внешний диаметр провода, мм	17,5	13,1
Степень черноты поверхности провода ϵ	0,8	токопроводящая жила 0,6
Поглощательная способность поверхности провода для солнечного излучения A_s	0,9	токопроводящая жила 0,6

Полученный результат отражает отличие удельных сопротивлений проводов АС-120/27 и СИП-3 1×120-20. Материал токопроводящей жилы защищенного провода имеет более высокое удельное сопротивление. Отметим особенности превышения по потерям активной мощности и по температуре (рис. 4–5). В относительных единицах при увеличении тока различия по потерям активной мощности незначительно возрастают ориентировочно с 15 % до 16 % (рис. 6). Характер изменения различий по температуре другой. При увеличении тока различия по температуре монотонно убывают с 20 % до 12 %. Зависимость по температуре (рис. 6) можно объяснить со следующих позиций. Абсолютные разности значений температуры $t_{СИП} - t_{АС}$ при возрастании нагрузки практически не меняются (рис. 4). В то же время при росте тока температура $t_{АС}$ постоянно растет (рис. 4). Следовательно, согласно уравнению (1), величина ϵ_{11} уменьшается при увеличении нагрузки (рис. 6). Проведенное аналогичное сравнительное исследование проводов АС-50 и SАХ-50 показывают похожие по форме графики [18]. Можно отметить лишь незначительное количественное отличие. В этом случае различия по потерям возрастают с 18 % до 20 % (для сечения 120 мм², как следует из предыдущего текста, изменение было с 15 % до 16 %). Различия по температуре монотонно убывает с 28 % до 11 % (для сечения 120 мм² изменение было с 20 % до 12 %).

Представляется, что незначительное возрастание величины потерь активной мощности ϵ_{P1} в проводах СИП-3 1×120-20 и АС-120/27 (рис. 7) возможно объяснить температурной зависимостью сопротивлений проводов. При росте нагрузки увеличивается сопротивление проводов. Кроме того, разница сопротивлений проводов СИП-3 1×120-20 и АС-120/27, а следовательно, и разница значений активной мощности не остаются постоянными. Они также увеличиваются и при росте тока.

В целом погодные условия влияют на температуру и потери активной мощности в проводах по двум каналам: через температуру воздуха и через коэффициент теплоотдачи. Температура воздуха определяет исходный уровень температуры провода, относительно которого происходит нагрев током. Таким образом, изменение температуры воздуха приводит примерно к такому же изменению температуры провода. Коэффициент теплоотдачи зависит в большей степени не от температуры воздуха, а от скорости и направления ветра. Его изменение влияет на разность температур провода и воздуха при заданном токе.

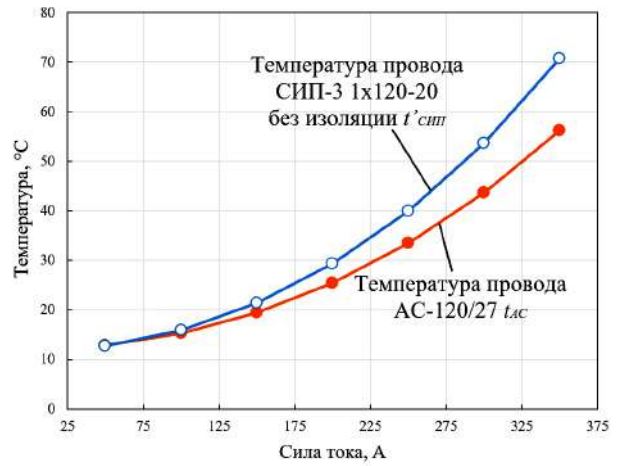


Рис. 10. Значения температуры АС-120/27 $t_{АС}$ и СИП-3 1×120-20 со снятой изоляцией $t'_{СИП}$ при вариации силы тока

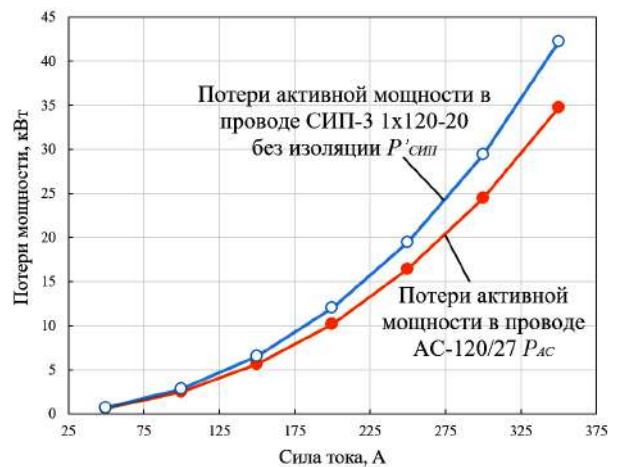


Рис. 11. Потери активной мощности АС-120/27 $P_{АС}$ и СИП-3 1×120-20 со снятой изоляцией $P'_{СИП}$ при вариации силы тока

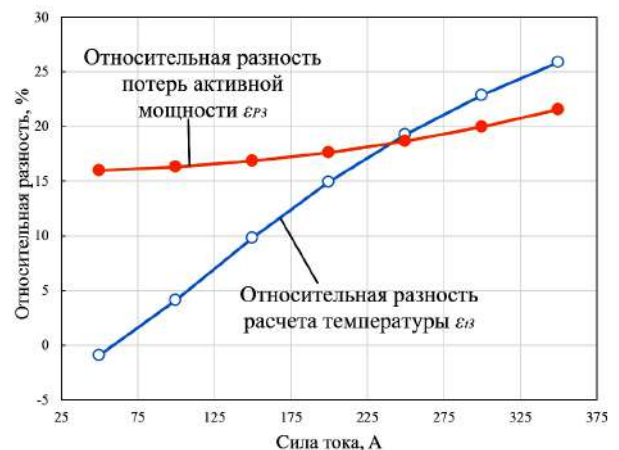


Рис. 12. Значения ϵ_{Δ} и $\epsilon_{P\Delta}$ для АС-120/27 и СИП-3 1×120-20 со снятой изоляцией

Особый интерес представляет изучение влияния изоляции на температуру и потери активной мощности в проводах воздушных линий. На рис. 7–9 построена зависимость на основе проведенного исследования в указанном направлении. На рис. 7–9 приведены графики изменения температуры и потерь активной мощности для защищенного прово-

да СИП-3 1×120-20 с изоляцией и провода СИП-3 1×120-20 с удаленной изоляцией при прочих равных условиях для проводов при проведении численного эксперимента. Отличия указанных типов проводов представлены в табл. 5.

Для малых значений тока наблюдается превышение температуры СИП-3 1×120-20 относительно температуры провода СИП-3 1×120-20 со снятой изоляцией. При дальнейшем возрастании тока (рис. 7) отмечается более высокая температура в проводе СИП-3 1×120-20 без изоляции. Более четко указанная тенденция представлена на рис. 9.

Соотношения по потерям активной мощности (рис. 8–9) аналогичны соотношениям по температуре, но представлены менее ярко, чем по температуре.

На рис. 10–12 представлены результаты моделирования для сравнения потерь активной мощности и температуры в проводе АС-120/27 и в проводе СИП-3 1×120-20 с удаленной изоляцией. Приведенные зависимости указывают на превышение потерь активной мощности и температуры в проводе СИП-3 1×120-20 во всем диапазоне изменения тока. В этом проявляется сходство на рис. 4 и рис. 5. Следует также отметить одинаковое изменение графиков по потерям активной мощности на рис. 6 и рис. 12. Максимальные значения по потерям активной мощности равны 22 % (рис. 12) и 16 % (рис. 6).

Анализ эксперимента позволяет заключить, что при определенных значениях тока в проводе с изоляцией наблюдаются меньшие потери и меньшие температуры, чем в том же самом проводе со снятой изоляцией. Физическая причина этого состоит в том, что слой изоляции способствует лучшему отведению тепла от провода, чем воздух, так как передача тепла через изоляцию путем теплопроводности близка к передаче тепла от провода в воздух путем конвекции, но степень черноты изоляции выше, чем у неизолированного провода, поэтому лучистый теплообмен становится интенсивнее и провод охлаждается более эффективно. Поскольку интенсивность лучистого теплообмена пропорциональна разности четвертых степеней абсолютных температур провода и окружающей среды [16], то чем выше температура провода, тем сильнее становится влияние лучистого теплообмена на охлаждение провода, что приводит к росту разности температур изолированного и неизолированного провода с увеличением тока.

Таким образом, покрыв провод изоляцией можно при определенных значениях тока добиться уменьшения температуры и потери активной мощности по сравнению с неизолированным проводом того же сечения при прочих равных условиях.

Проведенные исследования показывают, что учет температуры окружающей среды, скорости и направления ветра, интенсивности солнечной радиации позволяют более детально исследовать температуру и потери электрической энергии защищенных и неизолированных проводов. Значения последних чрезвычайно важны для решения актуальной проблемы прогнозирования пропускной способности воздушных линий электропередачи.

Библиографический список

1. Energy Outlook 2022 // bp. URL: <https://www.bp.com/content/dam/bp/business-sites/en/global/corporate/pdfs/energy-economics/energy-outlook/bp-energy-outlook-2022.pdf> (дата обращения: 08.02.2024).
2. Martinez R., Manana M., Arroyo A. [et al.]. Dynamic Rating Management of Overhead Transmission Lines Operating under Multiple Weather Conditions // *Energies*. 2021. Vol. 14, no. 4. P. 59–63. DOI: 10.3390/en14041136.
3. Riba J., Bogarra S., Gyme-Pau B. [et al.]. Uprating of transmission lines by means of HTLS conductors for a sustainable growth: Challenges, opportunities, and research needs // *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2020. Vol. 134. P. 110334. DOI: 10.1016/j.rser.2020.110334.
4. Nor S. F. M., Ab Kadir M. Z. A., Mohd Ariffin A. [et al.]. Systematic Approaches and Analyses on Voltage Uprating of 132 kV Transmission Lines: A Case Study in Malaysia // *Applied Sciences*. 2021. Vol. 11, no. 19. P. 9087. DOI: 10.3390/app11199087.
5. Qiao K., Zhu A., Wang B. [et al.]. Characteristics of Heat Resistant Aluminum Alloy Composite Core Conductor Used in overhead Power Transmission Lines // *Materials (Basel)*. 2020. Vol. 13, no. 7. P. 1592. DOI: 10.3390/ma13071592.
6. Rahman M., Atchison F., Cecchi V. Temperature-dependent system level analysis of electric power transmission systems: A review // *Electric Power Systems Research*. 2021. Vol. 193. P. 107033. DOI: 10.1016/j.epsr.2021.107033.
7. IEEE Std. 738-2012 (Revision of IEEE Std 738-2006 – Incorporates IEEE Std 738-2012 Cor 1-2013). Standard for Calculating the Current-Temperature Relationship of Bare Overhead Conductors. IEEE, 2012. 72 p.
8. Guide for thermal rating calculations of overhead lines / Working group B2.43. CIGRE, 2014. 95 p.
9. ГОСТ 31946–2012. Провода самонесущие изолированные и защищенные для воздушных линий электропередачи. Общие технические условия. Введ. 12–03–2012. Москва: Стандартинформ, 2013. 20 с.
10. Dumarevskaya L., Parent J. Electric grid resilience: The effects of conductor coverings, enhanced tree trimming, and line characteristics on tree-related power outages // *Electric Power Systems Research*. 2023. Vol. 221. P. 109454. DOI: 10.1016/j.epsr.2023.109454.
11. Nourizadeh H., Ghadiri M., Bashiri H. [et al.]. Insulation Life Estimation of Low Voltage Self-Supporting XLPE Cables Installed in Electric Power Distribution Network of Ilam Province, Iran: A Case Study in Ilam Province Electric Power Distribution Company // *27th International Electrical Power Distribution Networks Conference (EPDC)*. 2023. P. 147–152. DOI: 10.1109/EPDC59105.2023.10218795.
12. Вихарев А. П., Вильнер А. В., Репкина Н. Г. Потери мощности и падение напряжения в воздушных ЛЭП с защищенными проводами // *Advanced Science*. 2017. № 2 (6). С. 18. EDN: ZJRVYX.
13. Петрова Е. В. Оценка влияния солнечной радиации на нагрузочные потери активной мощности в высокотемпературных и самонесущих изолированных проводах линий электропередачи // *Известия Транссиба*. 2019. № 3 (39). С. 134–145. EDN: NWPBUX.
14. Петрова Е. В., Гиршин С. С., Криволапов В. А., Жиленко Е. П., Горюнов В. Н. Расчет длительно допустимых токов и потерь активной мощности в изолированных и неизолированных проводах воздушных линий электроэнергетических систем с учетом климатических факторов: программа для ЭВМ. Москва: ФИПС, 2023. № 2023660295.
15. Петрова Е. В. Определение потерь электрической энергии и допустимых значений тока в высокотемпературных и самонесущих изолированных проводах воздушных линий с учетом погодных изменений: программа для ЭВМ. Москва: ФИПС, 2019. № 2019660200.
16. Петрова Е. В., Гиршин С. С., Криволапов В. А., Горюнов В. Н., Троценко В. М. Анализ длительно допустимых токов и потерь активной мощности в воздушных линиях электропередачи с учетом климатических факторов // *Омский научный вестник*. 2023. № 4 (188). С. 84–92. DOI: 10.25206/1813-8225-2023-188-84-92. EDN: WQGZWB.

17. Kiitam I., Taklaja P., Tuttelberg K. Voltage withstand properties of the insulation of different types of medium voltage covered overhead line conductors // 19th International Scientific Conference on Electric Power Engineering (EPE). 2018. P. 1–4. DOI: 10.1109/EPE.2018.8396011.

18. Гиршин С. С., Горюнов В. Н., Бигун А. Я., Петрова Е. В., Кузнецов Е. А., Бубенчиков А. А. Сравнительный анализ изолированных и неизолированных проводов воздушных линий при вариации токов нагрузки с учетом метеоусловий // Динамика систем, механизмов и машин. 2016. Т. 3, № 1. С. 67–76. EDN: XBFJKV.

ПЕТРОВА Елена Владимировна, старший преподаватель кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий» Омского государственного технического университета (ОмГТУ), г. Омск.

SPIN-код: 2750-7350

AuthorID (РИНЦ): 685250

Адрес для переписки: evpetrova2000@yandex.ru

ГИРШИН Станислав Сергеевич, кандидат технических наук, доцент (Россия), доцент кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий» ОмГТУ, г. Омск.

SPIN-код: 1125-1521

AuthorID (РИНЦ): 297584

AuthorID (SCOPUS): 57190579930

КРИВОЛАПОВ Владислав Александрович, аспирант кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий» ОмГТУ, г. Омск.

Адрес для переписки: KrivolapovVladislav1998@gmail.com

ХАЦЕВСКИЙ Константин Владимирович, доктор технических наук, доцент (Россия), профессор кафедры «Электрическая техника» ОмГТУ, г. Омск.

SPIN-код: 7219-6033

AuthorID (РИНЦ): 465857

ORCID: 0000-0001-9504-1312

AuthorID (SCOPUS): 56503931800

ResearcherID: A-4002-2016

Адрес для переписки: xkv-post@rambler.ru

ГОРЮНОВ Владимир Николаевич, доктор технических наук, профессор (Россия), заведующий кафедрой «Электроснабжение промышленных предприятий» ОмГТУ, г. Омск.

SPIN-код: 2765-2945

AuthorID (РИНЦ): 302109

AuthorID (SCOPUS): 7003455231

Адрес для переписки: vladimirgoryunov2016@yandex.ru

ТРОЦЕНКО Владислав Михайлович, старший преподаватель кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий» ОмГТУ, г. Омск.

SPIN-код: 3958-5882

AuthorID (РИНЦ): 889516

Для цитирования

Петрова Е. В., Гиршин С. С., Криволапов В. А., Хацевский К. В., Горюнов В. Н., Троценко В. М. Анализ потерь в защищенных и неизолированных проводах в стационарных режимах с учетом погодных условий // Омский научный вестник. 2024. № 3 (191). С. 99–109. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-99-109.

Статья поступила в редакцию 22.02.2023 г.

© Е. В. Петрова, С. С. Гиршин,

В. А. Криволапов, К. В. Хацевский,

В. Н. Горюнов, В. М. Троценко

THE ANALYSIS OF LOSSES IN PROTECTED AND NON-INSULATED WIRES IN STATIONARY MODES, TAKING INTO ACCOUNT WEATHER CONDITIONS

In overhead lines of power supply systems at voltages of 6–110 kV, the use of protected wires is becoming increasingly popular, which have a number of advantages over traditional non-insulated aluminum wires. On the other hand, the presence of insulation requires the development of more complex mathematical models to adequately describe their behavior and study the characteristics of new wires during operation.

The results of using the developed mathematical models and calculation programs for comparative analysis of protected and non-insulated wires under conditions of changing load currents and weather conditions are presented. The dependences of temperature and loss of active power on insulation thickness are investigated. It is shown that the presence of insulation allows, under certain conditions, to reduce temperature and losses compared to wires without insulation, all other things being equal.

The results obtained can be used to increase the capacity and reliability of power transmission lines.

Keywords: active power losses, conductor temperature, insulated wire, protected wire, active power, overhead lines, line resistance.

References

1. Energy Outlook 2022 // bp. URL: <https://www.bp.com/content/dam/bp/business-sites/en/global/corporate/pdfs/energy-economics/energy-outlook/bp-energy-outlook-2022.pdf> (accessed: 08.02.2024). (In Engl.).
2. Martinez R., Manana M., Arroyo A. [et al.]. Dynamic Rating Management of Overhead Transmission Lines Operating under Multiple Weather Conditions // *Energies*. 2021. Vol. 14, no. 4. P. 59–63. DOI: 10.3390/en14041136. (In Engl.).
3. Riba J., Bogarra S., Gómez-Pau Á. [et al.]. Uprating of transmission lines by means of HTLS conductors for a sustainable growth: Challenges, opportunities, and research needs // *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2020. Vol. 134. P. 110334. DOI: 10.1016/j.rser.2020.110334. (In Engl.).
4. Nor S. F. M., Ab Kadir M. Z. A., Mohd Ariffin A. [et al.]. Systematic Approaches and Analyses on Voltage Uprating of 132 kV Transmission Lines: A Case Study in Malaysia // *Applied Sciences*. 2021. Vol. 11, no. 19. P. 9087. DOI: 10.3390/app11199087. (In Engl.).
5. Qiao K., Zhu A., Wang B. [et al.]. Characteristics of Heat Resistant Aluminum Alloy Composite Core Conductor Used in overhead Power Transmission Lines // *Materials (Basel)*. 2020. Vol. 13, no. 7. P. 1592. DOI: 10.3390/ma13071592. (In Engl.).
6. Rahman M., Atchison F., Cecchi V. Temperature-dependent system level analysis of electric power transmission systems: A review // *Electric Power Systems Research*. 2021. Vol. 193. P. 107033. DOI: 10.1016/j.epsr.2021.107033. (In Engl.).
7. IEEE Std. 738-2012 (Revision of IEEE Std 738-2006 – Incorporates IEEE Std 738-2012 Cor 1-2013). Standard for Calculating the Current-Temperature Relationship of Bare Overhead Conductors. IEEE, 2012. 72 p. (In Engl.).
8. Guide for thermal rating calculations of overhead lines / Working group B2.43. CIGRE, 2014. 95 p. (In Engl.).
9. GOST 31946–2012. Provoda samonesushchiye izolirovannyye i zashchishchennyye dlya vozdushnykh liniy elektropredachi. Obshchiye tekhnicheskiye usloviya [Insulated and protected wires for overhead power lines. General specifications]. Moscow, 2012. 20 p. (In Russ.).
10. Dumarevskaya L., Parent J. Electric grid resilience: The effects of conductor coverings, enhanced tree trimming, and line characteristics on tree-related power outages // *Electric Power Systems Research*. 2023. Vol. 221. P. 109454. DOI: 10.1016/j.epsr.2023.109454. (In Engl.).
11. Nourizadeh H., Ghadiri M., Bashiri H. [et al.]. Insulation Life Estimation of Low Voltage Self-Supporting XLPE Cables Installed in Electric Power Distribution Network of Ilam Province, Iran: A Case Study in Ilam Province Electric Power Distribution

Company // 27th International Electrical Power Distribution Networks Conference (EPDC). 2023. P. 147–152. DOI: 10.1109/EPDC59105.2023.10218795. (In Engl.).

12. Vikharev A. P., Vilner A. V., Repkina N. G. Poteri moshchnosti i padeniye napryazheniya v vozduzhnykh LEP s zashchishchennymi provodami [Power loss and voltage drop in overhead power lines with protected wires] // *Advanced Science. Advanced Science*. 2017. No. 2 (6). P. 18. EDN: ZJRVYX. (In Russ.).

13. Petrova E. V. Otsenka vliyaniya solnechnoy radiatsii na nagruzochnyye poteri aktivnoy moshchnosti v vysokotemperaturnykh i samonesushchikh izolirovannykh provodakh liniy elektroperedachi [Assessment of solar radiation effect on real-power losses under load in high-temperature and self-supporting insulated wires of power lines] // *Izvestiya Transsiba. Journal of Transsib Railway Studies*. 2019. No. 3 (39). P. 134–145. EDN: NWPBUX. (In Russ.).

14. Petrova E. V., Girshin S. S., Krivolapov V. A., Zhilenko E. P., Goryunov V. N. Raschet dlitel'no dopustimyykh tokov i poter' aktivnoy moshchnosti v izolirovannykh i neizolirovannykh provodakh vozduzhnykh liniy elektroenergeticheskikh sistem s uchetom klimaticheskikh faktorov: programma dlya EVM [Calculation of long-term permissible currents and active power losses in insulated and non-insulated overhead wires of electric power systems, taking into account climatic factors: Computer programme]. Moscow, 2023. No. 2023660295. (In Russ.).

15. Petrova E. V. Opredeleyeniye poter' elektricheskoy energii i dopustimyykh znacheniy toka v vysokotemperaturnykh i samonesushchikh izolirovannykh provodakh vozduzhnykh liniy s uchetom pogodnykh izmeneniy: programma dlya EVM [Determination of power losses and current carrying capacities of high-temperature and self-supporting insulated overhead line conductors, taking weather-related changes into account: Computer programme]. Moscow, 2019. No. 2019660200. (In Russ.).

16. Petrova E. V., Girshin S. S., Krivolapov V. A., Goryunov V. N., Trotsenko V. M. Analiz dlitel'no dopustimyykh tokov i poter' aktivnoy moshchnosti v vozduzhnykh liniyakh elektroperedachi s uchetom klimaticheskikh faktorov [The analysis of continuous admissible currents and active power losses in overhead power lines taking into account climatic factors] // *Omskiy nauchnyy vestnik. Omsk Scientific Bulletin*. 2023. No. 4 (188). P. 84–92. DOI: 10.25206/1813-8225-2023-188-84-92. EDN: WQGZWB. (In Russ.).

17. Kiitam I., Taklaja P., Tuttelberg K. Voltage withstand properties of the insulation of different types of medium voltage covered overhead line conductors // 19th International Scientific Conference on Electric Power Engineering (EPE). 2018. P. 1–4. DOI: 10.1109/EPE.2018.8396011. (In Engl.).

18. Girshin S. S., Goryunov V. N., Bigun A. Ya., Petrova E. V., Kuznetsov E. A., Bubenchikov A. A. Sravnitel'nyy analiz izolirovannykh i neizolirovannykh provodov vozduzhnykh liniy pri variatsii tokov nagruzki s uchetom meteoulovoy [Comparative analysis of insulated and non-insulated overhead wires with variations in load currents, taking into account weather conditions] // *Dinamika sistem, mekhanizmov i mashin. Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines*. 2016. Vol. 3, no 1. P. 67–76. EDN: XBFJKV. (In Russ.).

PETROVA Elena Vladimirovna, Senior Lecturer of Power Supply for Industrial Enterprises Department, Omsk State Technical University (OmSTU), Omsk.

SPIN-code: 2750-7350

AuthorID (RSCI): 685250

Correspondence address: evpetrova2000@yandex.ru

GIRSHIN Stanislav Sergeevich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of Power Supply for Industrial Enterprises Department, OmSTU, Omsk.

SPIN-code: 1125-1521

AuthorID (RSCI): 297584

AuthorID (SCOPUS): 57190579930

KRIVOLAPOV Vladislav Aleksandrovich, Graduate Student of Power Supply for Industrial Enterprises Department, OmSTU, Omsk.

Correspondence address: KrivolapovVladislav1998@gmail.com

KHATSEVSKIY Konstantin Vladimirovich, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of Electrical Engineering Department, OmSTU, Omsk.

SPIN-code: 7219-6033

AuthorID (RSCI): 465857

ORCID: 0000-0001-9504-1312

AuthorID (SCOPUS): 56503931800

ResearcherID: A-4002-2016

Correspondence address: xkv-post@rambler.ru

GORYUNOV Vladimir Nikolayevich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Power Supply for Industrial Enterprises Department, OmSTU, Omsk.

SPIN-code: 2765-2945

AuthorID (RSCI): 302109

AuthorID (SCOPUS): 7003455231

Correspondence address: vladimirgoryunov2016@yandex.ru

TROTSENKO Vladislav Mikhaylovich, Senior Lecturer of Power Supply for Industrial Enterprises Department, OmSTU, Omsk.

SPIN-code: 3958-5882

AuthorID (RSCI): 889516

For citations

Petrova E. V., Girshin S. S., Krivolapov V. A., Khatsevskiy K. V., Goryunov V. N., Trotsenko V. M. The analysis of losses in protected and non-insulated wires in stationary modes, taking into account weather conditions // *Omsk Scientific Bulletin*. 2024. No. 3 (191). P. 99–109. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-99-109.

Received February 22, 2024.

© E. V. Petrova, S. S. Girshin, V. A. Krivolapov,

K. V. Khatsevskiy, V. N. Goryunov, V. M. Trotsenko

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ЧАСТИЧНЫХ РАЗРЯДОВ

Статья посвящена исследованию зависимостей характеристик частичных разрядов от магнитной индукции. Разработана конструкция экспериментальной установки. Она позволяет прикладывать как высокое напряжение, так и ток, сопоставимый с рабочим. Установка включает в себя источник высокого напряжения (прибор для испытания диэлектриков), схему протекания тока, высоковольтный трансформатор тока и образец кабеля с СПЭ-изоляцией. Работа электрической схемы экспериментальной установки была смоделирована с помощью программного обеспечения. Моделирование показало, что при наличии эксплуатационной электрической прочности изоляции трансформатора тока высоковольтный потенциал не может контактировать с контуром протекания тока. После этого было проведено моделирование магнитного поля внутри изоляционного слоя. На основе разработанной конструкции была создана экспериментальная установка. Для регистрации частичных разрядов в образце кабеля создавался искусственный дефект. Результаты моделирования магнитного поля позволили оценить магнитную индукцию в поле искусственного дефекта кабеля. Далее были проведены экспериментальные исследования по оценке влияния магнитного поля тока жилы кабеля на характеристики частичных разрядов. Результаты измерений показали снижение среднего кажущегося заряда частичных разрядов и мощности частичных разрядов с увеличением тока. Кроме того, сравнивались формы сигналов, но существенных различий не обнаружено. Магнитное поле тока может оказывать влияние на характеристики частичных разрядов в долгосрочной перспективе из-за возможного влияния на направление роста электрической древовидной структуры.

Ключевые слова: частичный разряд, магнитное поле, измерение частичных разрядов, характеристики частичных разрядов, дефект изоляции, экспериментальное исследование, моделирование реальных условий эксплуатации кабеля.

Введение. Электроэнергетика является одной из ключевых отраслей, обеспечивающих развитие экономики и повышение качества жизни людей. Системы электроснабжения должны обеспечивать стабильную работу промышленности, жилищно-коммунального хозяйства, объектов социальной сферы и связи. Важной составляющей этой отрасли являются высоковольтные электроустановки и системы изоляции, которые должны работать безупречно для обеспечения надежного электроснабжения.

Высоковольтная электрическая изоляция может быть неоднородной или содержать токопроводящие или газовые включения, возникающие при ее изготовлении или обслуживании. Это приводит к неоднородности электрического поля в областях неоднородностей.

Можно рассмотреть следующие типы дефектов кабеля (рис. 1) [1, 2]:

— дефекты в виде отверстий в наружной оболочке кабеля, проникающих в изоляцию;

— дефекты в виде отверстий во внутренней оболочке кабеля, так же проникающих в изоляцию;

— наличие внутренних пустот внутри кабеля;

— трещины, обнаруженные в оболочке и изоляционном слое кабеля;

— наличие водных триингов [3–5], представляющих собой трещины, заполненные водой, а также водяные мостики, соединяющие наружные слои изоляции с внутренней частью кабеля;

— электрические триинги [6–8], аналогичные водным триингам, но заполненные газом;

— коррозия внешней оболочки кабеля;

— механические повреждения внутренних проводников.

Совершенствование технологий производства может способствовать повышению эксплуатационной надежности новых кабельных линий, в то вре-

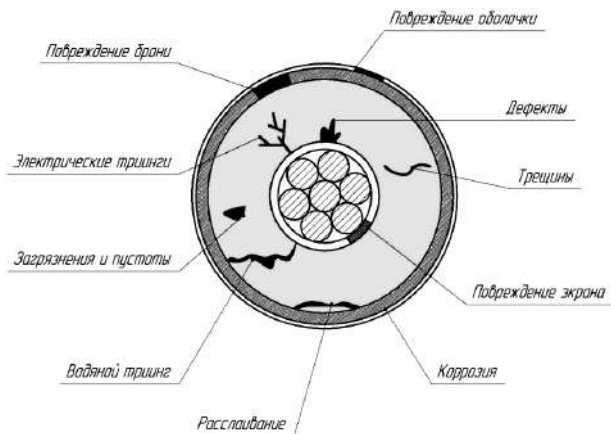


Рис. 1. Типы возможных дефектов кабеля



Рис. 2. Воздействие частичных разрядов на изоляцию

как эксплуатируемые линии требуют периодической оценки состояния для повышения надежности.

Одной из ключевых проблем надежной эксплуатации является возникновение частичных разрядов (ЧР) [9–11], которые могут привести к деградации изоляционных материалов (рис. 2), утечке энергии, а в конечном итоге — к отказам оборудования и технологическим нарушениям.

Регистрация частичных разрядов является эффективным диагностическим методом, позволяющим обнаружить и локализовать дефекты в высоковольтной изоляции [12–15]. Однако явление частичного разряда еще недостаточно изучено. Оно сопровождается комплексом различных процессов, зависящих друг от друга [16–18]. Кроме того, в процессе работы в токопроводящих жилах протекают токи, которые вызывают возникновение магнитного поля. Оно влияет на импульсы тока частичных разрядов под действием сил Ампера и Лоренца. Таким образом, необходимо исследовать зависимость характеристик частичных разрядов от магнитных полей токов.

Постановка задачи. Цель работы — исследование влияния магнитного поля на характеристики частичных разрядов. Цель достигалась путем решения следующих задач:

- проектирование экспериментальной установки;
- моделирование электрической схемы экспериментальной установки;
- моделирование распределения магнитного поля в кабеле для оценки магнитной индукции в зоне дефекта кабеля;
- подготовка экспериментальной установки, проведение измерений и анализ результатов.

Теория. Экспериментальная установка должна обеспечивать высокое напряжение, приложенное к изоляции, и ток в жиле кабеля, сравнимый с номинальным рабочим током. Прежде всего, необходимо подготовить образец кабеля с искусственным дефектом. При подготовке образца кабеля для испытаний был использован одножильный коаксиаль-

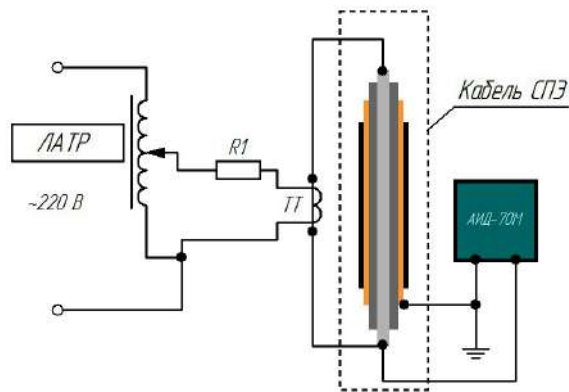


Рис. 3. Блок-схема экспериментальной установки. Моделирование

ный кабель с изоляцией из сшитого полиэтилена на напряжение 10 кВ. Он был заделан с помощью специализированного инструмента и в соответствии с инструкцией. После этого с помощью заостренного заземляющего электрода создавался искусственный дефект, который в дальнейшем удалялся из изоляционного слоя.

Для обеспечения высокого напряжения (ВН) использовался лабораторный источник ВН до 50 кВ (АИД-70М — прибор для испытания диэлектриков). Для подачи высокого напряжения к АИД-70М подключались жила кабеля и экран.

Вторая часть экспериментальной установки должна обеспечивать протекание тока в жиле кабеля под высоким напряжением. Поэтому установка должна содержать элемент электрической изоляции между цепью протекания тока и высоковольтной цепью. Для гальванической развязки цепей использовался высоковольтный трансформатор тока 10 кВ 300/5 Ампер. Он подключался к обеим сторонам жилы кабеля. Вторичная обмотка подключалась к лабораторному автотрансформатору через балластное сопротивление. Автотрансформатор имеет ручку для регулирования вторичного напряжения. Таким образом, ток жилы кабеля регулируется напряжением вторичной обмотки лабораторного автотрансформатора. Схема проведения эксперимента представлена на рис. 3.

А. Моделирование электрической схемы. Моделирование электрической схемы необходимо для обеспечения безопасной работы экспериментальной установки и исключения возможного контакта высоковольтной цепи с сетью 220 В. Вначале была подготовлена типовая схема (рис. 4).

В схеме лабораторный автотрансформатор был подключен к вторичной обмотке трансформатора тока (ТТ) через сопротивление 50 Ом. Вторичная обмотка ТТ подключена к кабелю сопротивлением около 1 мОм в соответствии с техническими характеристиками кабеля. К источнику высокого напряжения АИД-70М был подключен кабель с емкостью $C1$, равной 1000 пФ. Он представлен в виде источника напряжения $V3$ с индуктивностью $L4$, равной 1 Гн, и сопротивлением $R13$, равным 95 кОм. В соответствии с разработанной схемой был выбран лабораторный автотрансформатор с возможностью регулирования напряжения с помощью реостата 100 кОм (RV1).

Смоделированная схема показала возможность возникновения тока в жиле кабеля одновременно

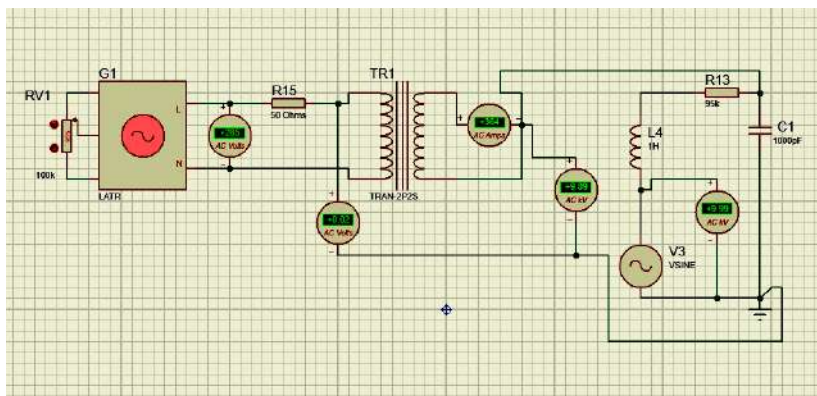


Рис. 4. Модель установки

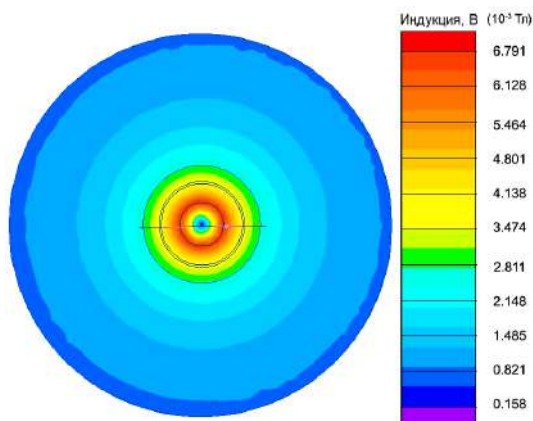


Рис. 5. Распределение магнитного поля в кабеле

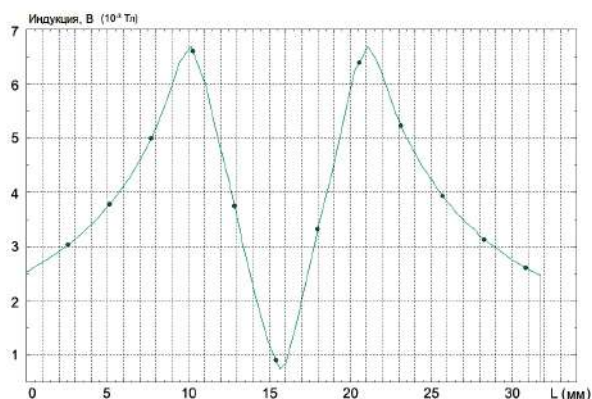


Рис. 6. График распределения магнитной индукции от диаметра кабеля

с высоким напряжением. Кроме того, моделирование подтвердило, что при отсутствии дефектов изоляции трансформатора тока высоковольтная цепь не будет иметь связи с источником напряжения сети 220 В.

В. Моделирование магнитного поля. Программный комплекс ELCUT известен как пакет программ, разработанный специально для высокоточного инженерного анализа и двумерного моделирования с использованием метода конечных элементов (МКЭ). Программа позволяет проводить виртуальное моделирование различных конструкций и систем, что позволяет избежать дорогостоящих и трудоемких физических испытаний. ELCUT используется в различных отраслях промышленности, в том числе и в энергетике. Ее основное назначение — получение точных данных о поведении и характеристиках конструкций на основе математических моделей и численного анализа.

На основе конструкции образца кабеля были подготовлены геометрия и сетка для применения математического анализа. Параметры слоев кабеля задавались в среде ELCUT. При этом рассматривалась задача о стационарном магнитном поле.

Результаты моделирования при токе 200 А приведены на рис. 5. По карте градиента видно, что индукция возрастает на краях токоведущего сердечника и практически равна нулю в его центре. Установив плоскость интегрирования по центру кабеля, мы получили график распределения магнитной индукции (рис. 6).

С учетом описанного ранее искусственного дефекта кабеля мы оцениваем радиальное расположе-

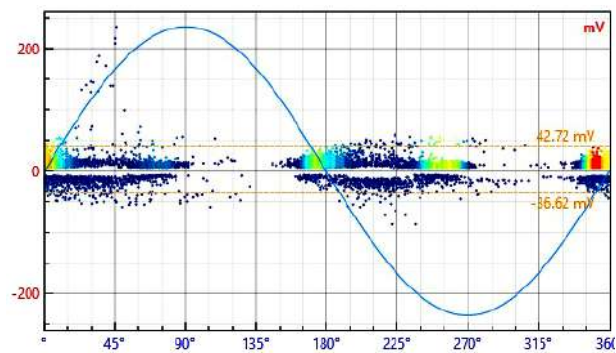


Рис. 7. Амплитудно-фазовая диаграмма ЧР

ние дефекта на расстоянии около 1 мм от поверхности жилы кабеля. Таким образом, при токе 200 А магнитная индукция составляет около 6 мТл.

Эксперименты и результаты. Сначала была подготовлена экспериментальная установка по блок-схеме (рис. 3). После этого были проведены испытания установки с использованием отдельного создаваемых токов и высоковольтных приборов. Первичные испытания на протекание тока проводились на образце кабеля длиной около 20 метров. Однако максимальный генерируемый ток составлял около 30 А. Это было обусловлено высоким сопротивлением образца и требовало повышенной мощности трансформатора тока.

После этого длина образца кабеля была уменьшена примерно до 3 м. Сделать его короче, чтобы соблюсти допустимый радиус изгиба, не представ-

Таблица 1

Результаты измерений ЧР в кабеле

Ток, А	Индукция, мТл	Мощность ЧР, мВт	Амплитуда, В
0	0	3,73	0,4348
10	0,32	5,80	0,2455
20	0,63	5,24	0,0696
30	0,95	4,89	0,0464
40	1,26	4,88	0,0489
50	1,58	5,42	0,0513
60	1,90	4,26	0,0537
70	2,21	4,08	0,0769
90	2,53	3,96	0,0684
100	2,84	3,55	0,0391
110	3,16	3,42	0,0464
120	3,48	3,50	0,0464
130	3,79	3,75	0,0403
140	4,11	3,96	0,2125
150	4,42	3,72	0,0256
160	4,74	3,41	0,0403
170	5,06	3,33	0,0293
180	5,37	3,70	0,0940
190	5,69	3,62	0,0721
200	6,00	3,62	0,0464

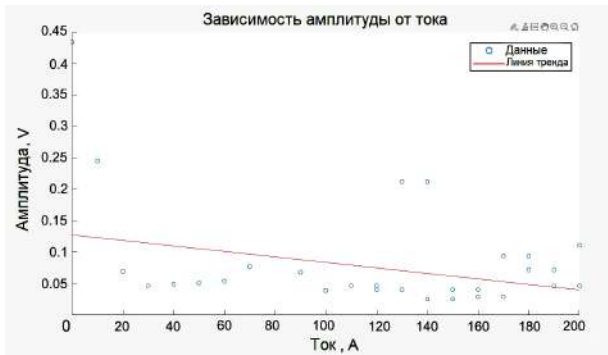


Рис. 8. График зависимости тока от амплитуды частичных разрядов

ляется возможным. При этом второй образец кабеля позволил создать ток до 200 А.

В рамках данного исследования была проведена серия экспериментов в возможном диапазоне токов. Измерения частичных разрядов проводились с помощью серийного прибора DIM-Loc производства компании DIMRUS. Пример полученной амплитудно-фазовой диаграммы ЧР (АФД ЧР) приведен на рис. 7. Результаты измерений сведены в табл. 1.

Зависимости мощности ЧР и средней амплитуды от индукции приведены на рис. 8, 9. Кроме того, на форму импульсов ЧР может влиять и магнитное поле. Они также были зарегистрированы. Сравнение импульсов при 200 А и 0 А приведено на рис. 10.

Обсуждение результатов. Результаты моделирования показали возможность работы экспериментальной установки. Кроме того, моделирование магнитного поля позволило оценить магнитную индукцию в области дефекта.

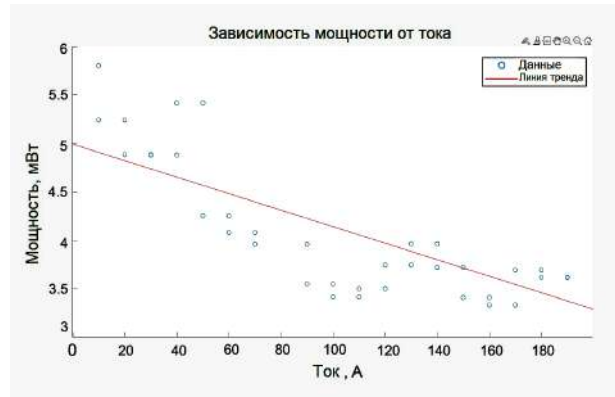


Рис. 9. График зависимости тока от мощности частичных разрядов

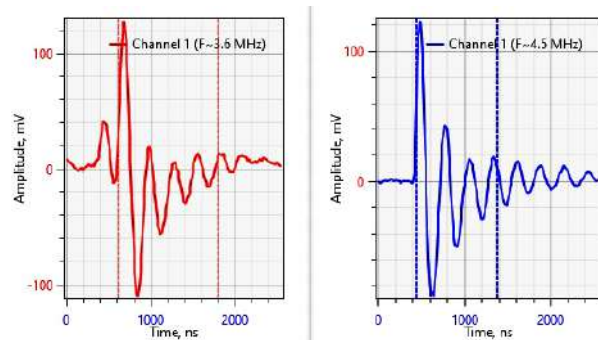


Рис. 10. Сравнение форм импульсов ЧР: 200 ампер (слева), 0 ампер (справа)

Результаты экспериментов показали, что с ростом тока характеристики ЧР уменьшаются. Средняя величина импульса ЧР существенно не уменьшилась. Однако линия тренда показала незначительное снижение с ростом тока. Мощность ЧР снижалась гораздо значительнее. Вероятно, это снижение обусловлено уменьшением количества одиночных импульсов.

Форма импульсов ЧР существенно изменялась с увеличением тока. Сравнение проводилось для импульсов с одинаковой величиной. Таким образом, мы можем оценить частоту колебаний и величину интеграла. С увеличением тока частота колебаний уменьшалась. Интегральное значение импульса изменилось незначительно.

Заключение. Проведено моделирование магнитного поля в кабеле. Проведено моделирование протекания тока в жиле кабеля. Разработана и изготовлена экспериментальная установка для исследования характеристик частичного разряда в одножильном кабеле 10 кВ с СПЭ-изоляцией. Проведены измерения характеристик частичного разряда в образце кабеля под высоким напряжением и в диапазоне токов от 0 до 200 А.

С увеличением тока уменьшалась величина импульса ЧР и мощность ЧР. Кроме того, наличие тока приводило к снижению частоты колебаний импульсов ЧР.

Следует отметить, что в случае длительного протекания тока в жиле кабеля его магнитное поле может оказывать гораздо более существенное влияние на характеристики ЧР. При работе кабеля магнитное поле воздействует на импульсы тока ЧР под действием сил Ампера и Лоренца. Следовательно, от магнитного поля зависит и направление роста

электрической трещины. Кроме того, указанные силы, вероятно, будут направлены вдоль кабеля. Таким образом, магнитное поле может замедлить рост дендритов.

Библиографический список

- Li G., Luo Z., Xiong J. [et al.]. Statistical characteristics of partial discharge caused by typical defects in cable joint under oscillating voltage // 2014 International Conference on Power System Technology. China, 2014. P. 1368–1373. DOI: 10.1109/POWERCON.2014.6993672.
- Zhao X., Pu L., Ju Z. [et al.]. Partial discharge characteristics and development of typical XLPE power cable insulation defects // 2016 International Conference on Condition Monitoring and Diagnosis (CMD). China, 2016. P. 623–626. DOI: 10.1109/CMD.2016.7757955.
- Kim C., Jin Z., Jiang P. [et al.]. Investigation of dielectric behavior of thermally aged XLPE cable in the high-frequency range // Polymer Testing. 2006. Vol. 25, no. 4. P. 553–561. DOI: 10.1016/j.polymertesting.2006.03.009.
- Boggs S. A. Mechanisms for degradation of TR-XLPE impulse strength during service aging // IEEE Power Engineering Review. 2002. Vol. 17, no. 2. P. 308–312. DOI: 10.1109/MPER.2002.4312059.
- Tao W., Song S., Zhang Y. [et al.]. Study on the electric-field characteristics of water tree region on the dry or wet condition in XLPE cables // 2016 IEEE International Conference on High Voltage Engineering and Application (ICHVE). 2016. P. 1–4. DOI: 10.1109/ICHVE.2016.7800763.
- Chen G., Tham C. H. Electrical treeing characteristics in XLPE power cable insulation in frequency range between 20 and 500 Hz // IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation. 2009. Vol. 16, no. 1. P. 179–188. DOI: 10.1109/TDEI.2009.4784566.
- Gulski E., Putter H., Smit J. J. Investigation of water treeing — Electrical treeing transition in power cables // 2008 International Conference on Condition Monitoring and Diagnosis. China, 2008. P. 234–237. DOI: 10.1109/CMD.2008.4580270.
- Chen X., Mantsch A. R., Gubanski S. M. [et al.]. Electrical treeing behavior of DC and thermally aged polyethylenes utilizing wire-plane electrode geometries // IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation. 2014. Vol. 21, no. 1. P. 45–52. DOI: 10.1109/TDEI.2013.004108.
- Hauschild W., Lemke E. High-voltage test and measuring techniques. 2014. 505 p.
- Knenicky M., Prochazka R., Hlavacek J. Partial Discharge Patterns during Accelerated Aging of Medium Voltage Cable System // 2018 IEEE International Conference on High Voltage Engineering and Application (ICHVE). Greece, 2018. P. 1–4. DOI: 10.1109/ICHVE.2018.8641847.
- Yuan Y., Lu G., Wang W. [et al.]. Dielectric loss and partial discharge test analysis of 10 kV XLPE cable // 2013 Annual Report Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena. China, 2013. P. 124–127. DOI: 10.1109/CEIDP.2013.6747414.
- Ahmed Z., Hussain G. A., Lehtonen M. [et al.]. Analysis of partial discharge signals in medium voltage XLPE cables // 2016 17th International Scientific Conference on Electric Power Engineering (EPE). Czech Republic, 2016. P. 1–6. DOI: 10.1109/EPE.2016.7521817.
- Korobeynikov S. M., Ridel A. V., Medvedev D. A. [et al.]. Registration and simulation of partial discharges in free bubbles at AC voltage // IEEE Transactions On Dielectrics And Electrical Insulation. 2019. Vol. 26, no. 4. P. 1035–1042. DOI: 10.1109/TDEI.2019.007808.
- Gómez F. Á., Albarracín-Sánchez R., Garnacho F. [et al.]. Diagnosis of insulation condition of mv switchgears by application of different partial discharge measuring methods and sensors // Sensors. 2018. Vol. 18, no. 3. P. 1–20. DOI: 10.3390/s18030720.
- Deshpande A. S., Mangalvedekar H. A., Cheeran A. N. Partial discharge analysis using energy patterns // International Journal of Electrical Power & Energy Systems. 2013. Vol. 53. P. 184–195. DOI: 10.1016/j.ijepes.2013.04.015.
- Liu S., Wang Y., Tian F. Prognosis of Underground Cable via Online Data-Driven Method with Field Data // IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2015. Vol. 62, no. 12. P. 7786–7794. DOI: 10.1109/TIE.2015.2458300.
- Bruning F. J., Campbell A. M., Campbell F. J. [et al.]. Insulation aging from simultaneous mechanical strain, polymer-chemical, and temperature interactions in // Conference Record of the 1992 IEEE International Symposium on Electrical Insulation. 1992. P. 74–78. DOI: 10.1109/ELINSL.1992.247048.
- Celina M., Gillen K. T., Assink R. A. Accelerated aging and lifetime prediction: Review of non-Arrhenius behavior due to two competing processes // Polymer Degradation and Stability. 2005. Vol. 90, no. 3. P. 395–404. DOI: 10.1016/j.polymdegradstab.2005.05.004.

ПОЛЯКОВ Дмитрий Андреевич, старший преподаватель кафедры «Теоретическая и общая электротехника» Омского государственного технического университета (ОмГТУ), г. Омск.

SPIN-код: 2004-2148

AuthorID (РИНЦ): 733001

AuthorID (SCOPUS): 56825433300

Адрес для переписки: polyakowdmitry@yandex.ru

ХОЛМОВ Михаил Александрович, магистрант гр. ЭЭМ-213 кафедры «Теоретическая и общая электротехника» ОмГТУ, г. Омск.

SPIN-код: 2561-3270

AuthorID (РИНЦ): 1087396

Адрес для переписки: misha97h@gmail.com

НИКИТИН Константин Иванович, доктор технических наук, доцент (Россия), заведующий кафедрой «Теоретическая и общая электротехника» ОмГТУ, г. Омск.

SPIN-код: 3733-8763

AuthorID (РИНЦ): 641865

AuthorID (SCOPUS): 56825489500

Адрес для переписки: nki@ngs.ru

Для цитирования

Поляков Д. А., Холмов М. А., Никитин К. И. Исследование влияния магнитного поля на характеристики частичных разрядов // Омский научный вестник. 2024. № 3 (191). С. 110–116. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-110-116.

Статья поступила в редакцию 04.12.2023 г.

© Д. А. Поляков, М. А. Холмов, К. И. Никитин

STUDY OF THE MAGNETIC FIELD EFFECT ON PARTIAL DISCHARGES CHARACTERISTICS

The paper is devoted to the study of the dependences of the characteristics of partial discharges on magnetic induction. The design of the experimental setup has been developed. It allows applying both high voltage and current comparable to the operating one. The setup includes a high voltage source (dielectric tester), a current flow circuit, a high voltage current transformer and a sample of XLPE insulated cable. The operation of the electrical circuit of the experimental setup is simulated using software. The modeling has shown that if the operational electrical strength of the current transformer insulation is present, the high-voltage potential cannot contact the current flow circuit. After this, modeling of the magnetic field inside the insulating layer is carried out. Based on the developed design, an experimental setup is created. To record partial discharges, an artificial defect is created in a cable sample. The results of magnetic field modeling made it possible to estimate the magnetic induction in the field of an artificial cable defect. Next, experimental studies are carried out to assess the influence of the magnetic field of the cable core current on the characteristics of partial discharges. The measurement results have showed a decrease in the average apparent charge of partial discharges and partial discharge power with increasing current. In addition, waveforms are compared, but no significant differences are found. The magnetic field of the current may influence the PD performance in the long term due to its possible influence on the direction of growth of the electrical tree structure.

Keywords: partial discharge, a magnetic field, partial discharge measurement, characteristics of partial discharges, insulation defect, experimental study, modeling of real conditions of cable operation.

References

1. Li G., Luo Z., Xiong J. [et al.]. Statistical characteristics of partial discharge caused by typical defects in cable joint under oscillating voltage // 2014 International Conference on Power System Technology. China, 2014. P. 1368–1373. DOI: 10.1109/POWERCON.2014.6993672. (In Engl.).
2. Zhao X., Pu L., Ju Z. [et al.]. Partial discharge characteristics and development of typical XLPE power cable insulation defects // 2016 International Conference on Condition Monitoring and Diagnosis (CMD). China, 2016. P. 623–626. DOI: 10.1109/CMD.2016.7757955. (In Engl.).
3. Kim C., Jin Z., Jiang P. [et al.]. Investigation of dielectric behavior of thermally aged XLPE cable in the high-frequency range // Polymer Testing. 2006. Vol. 25, no. 4. P. 553–561. DOI: 10.1016/j.polymertesting.2006.03.009. (In Engl.).
4. Boggs S. A. Mechanisms for degradation of TR-XLPE impulse strength during service aging // IEEE Power Engineering Review. 2002. Vol. 17, no. 2. P. 308–312. DOI: 10.1109/MPER.2002.4312059. (In Engl.).
5. Tao W., Song S., Zhang Y. [et al.]. Study on the electric-field characteristics of water tree region on the dry or wet condition in XLPE cables // 2016 IEEE International Conference on High Voltage Engineering and Application (ICHVE). 2016. P. 1–4. DOI: 10.1109/ICHVE.2016.7800763. (In Engl.).
6. Chen G., Tham C. H. Electrical treeing characteristics in XLPE power cable insulation in frequency range between 20 and 500 Hz // IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation. 2009. Vol. 16, no. 1. P. 179–188. DOI: 10.1109/TDEI.2009.4784566. (In Engl.).
7. Gulski E., Putter H., Smit J. J. Investigation of water treeing – Electrical treeing transition in power cables // 2008 International Conference on Condition Monitoring and Diagnosis. China, 2008. P. 234–237. DOI: 10.1109/CMD.2008.4580270. (In Engl.).
8. Chen X., Mantsch A. R., Gubanski S. M. [et al.]. Electrical treeing behavior of DC and thermally aged polyethylenes utilizing wire-plane electrode geometries // IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation. 2014. Vol. 21, no. 1. P. 45–52. DOI: 10.1109/TDEI.2013.004108. (In Engl.).
9. Hauschild W., Lemke E. High-voltage test and measuring techniques. 2014. 505 p. (In Engl.).
10. Knenicky M., Prochazka R., Hlavacek J. Partial Discharge Patterns during Accelerated Aging of Medium Voltage Cable System // 2018 IEEE International Conference on High Voltage Engineering and Application (ICHVE). Greece, 2018. P. 1–4. DOI: 10.1109/ICHVE.2018.8641847. (In Engl.).
11. Yuan Y., Lu G., Wang W. [et al.]. Dielectric loss and partial discharge test analysis of 10 kV XLPE cable // 2013 Annual Report Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena.

China, 2013. P. 124–127. DOI: 10.1109/CEIDP.2013.6747414. (In Engl.).

12. Ahmed Z., Hussain G. A., Lehtonen M. [et al.]. Analysis of partial discharge signals in medium voltage XLPE cables // 2016 17th International Scientific Conference on Electric Power Engineering (EPE). Czech Republic, 2016. P. 1–6. DOI: 10.1109/EPE.2016.7521817. (In Engl.).

13. Korobeynikov S. M., Ridel A. V., Medvedev D. A. [et al.]. Registration and simulation of partial discharges in free bubbles at AC voltage // IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation. 2019. Vol. 26, no. 4. P. 1035–1042. DOI: 10.1109/TDEI.2019.007808. (In Engl.).

14. Gómez F. Á., Albarracín-Sánchez R., Garnacho F. [et al.]. Diagnosis of insulation condition of mv switchgears by application of different partial discharge measuring methods and sensors // Sensors. 2018. Vol. 18, no. 3. P. 1–20. DOI: 10.3390/s18030720. (In Engl.).

15. Deshpande A. S., Mangalvedekar H. A., Cheeran A. N. Partial discharge analysis using energy patterns // International Journal of Electrical Power & Energy Systems. 2013. Vol. 53. P. 184–195. DOI: 10.1016/j.ijepes.2013.04.015. (In Engl.).

16. Liu S., Wang Y., Tian F. Prognosis of Underground Cable via Online Data-Driven Method with Field Data // IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2015. Vol. 62, no. 12. P. 7786–7794. DOI: 10.1109/TIE.2015.2458300. (In Engl.).

17. Bruning F. J., Campell A. M., Campbell F. J. [et al.]. Insulation aging from simultaneous mechanical strain, polymer-chemical, and temperature interactions in // Conference Record of the 1992 IEEE International Symposium on Electrical Insulation. 1992. P. 74–78. DOI: 10.1109/ELINSL.1992.247048. (In Engl.).

18. Celina M., Gillen K. T., Assink R. A. Accelerated aging and lifetime prediction: Review of non-Arrhenius behavior due to two competing processes // Polymer Degradation and Stability. 2005. Vol. 90, no. 3. P. 395–404. DOI: 10.1016/j.polymdegradstab.2005.05.004. (In Engl.).

POLYAKOV Dmitry Andreevich, Senior Lecturer of Theoretical and General Electrical Engineering Department, Omsk State Technical University (OmSTU), Omsk.

SPIN-code: 2004-2148

AuthorID (RSCI): 733001

AuthorID (SCOPUS): 56825433300

Correspondence address: polyakovdmitry@yandex.ru

KHOLMOV Mikhail Alexandrovich, Undergraduate, gr. ЭЭМ-213 of Theoretical and General Electrical Engineering Department, OmSTU, Omsk.

SPIN-code: 2561-3270

AuthorID (RSCI): 1087396

Correspondence address: misha97h@gmail.com

NIKITIN Konstantin Ivanovich, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Dean of Theoretical and General Electrical Engineering Department, OmSTU, Omsk.

SPIN-code: 3733-8763

AuthorID (RSCI): 641865

AuthorID (SCOPUS): 56825489500

Correspondence address: nki@ngs.ru

For citations

Polyakov D. A., Kholmov M. A., Nikitin K. I. Study of the magnetic field effect on partial discharges characteristics // Omsk Scientific Bulletin. 2024. No. 3 (191). P. 110–116. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-110-116.

Received December 4, 2023.

© D. A. Polyakov, M. A. Kholmov, K. I. Nikitin

МОДЕЛИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ПО ДЛИНЕ ПРОВОДА В ЗАДАЧАХ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ ЛИНИЙ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ ВБЛИЗИ КОНТАКТНЫХ СОЕДИНЕНИЙ

В статье получено аналитическое решение уравнения теплопроводности для контактного соединения длинных участков воздушных линий, а также рассмотрен случай для линии с двумя короткими и двумя длинными участками, позволяющий учесть распределенные дефекты и размеры зажимов. Показано применение полученной математической модели для определения температуры воздушной линии электропередачи вблизи контактных соединений. Выполнен сравнительный анализ значений температуры в линии электропередачи, рассчитанных по созданной математической модели, с опубликованными данными, полученными на основе моделирования методом конечных элементов при использовании результатов физического эксперимента. Показано, что нагрев контактных соединений может существенно ограничивать пропускную способность линий даже при допустимом уровне контактных сопротивлений. Это делает актуальными задачи расчета температуры контактных соединений линий электропередачи и уточнения допустимых токов с учетом влияния переходных сопротивлений контактов.

Ключевые слова: осевая передача тепла, контактное соединение, температура, пропускная способность, допустимый ток, контактное сопротивление.

Введение. Актуальным направлением при исследовании пропускной способности линий электропередачи является учет тепловых процессов [1–4]. Однако указанные научные работы относятся к исследованиям, учитывающим только радиальную передачу тепла. В линиях электропередачи величина переменного электрического тока изменяется по длине. Поэтому передача тепла происходит также вдоль оси провода. Кроме того, осевую передачу тепла в локальных масштабах создают также сопротивления контактов.

В работах [5, 6] исследуются вопросы, связанные как с радиальной, так и с осевой передачей тепла в воздушных линиях. Проведенные исследования дают возможность повысить точность расчета потерь электроэнергии и анализа пропускной способности линий электропередачи. Важным вопросом при проведении подобных исследований является достоверность результатов. В работе [5] рассмотрена осевая передача тепла под действием изменяю-

щегося по длине тока. Достоверность подтверждается путем сравнения полученного аналитического решения с методом конечных разностей. В настоящей работе рассматривается осевая передача тепла, создаваемая контактными сопротивлениями или локальными дефектами. Результаты расчета температуры в линии электропередачи сравниваются с экспериментальными данными, опубликованными в [7].

Существующие в настоящее время методы расчета температуры контактных соединений сложны для практического использования, так как требуют моделирования трехмерных температурных полей при большом количестве исходных данных [8, 9]. Основной целью данной статьи является вывод и оценка достоверности упрощенных аналитических формул для распределения температуры в окрестностях контактного соединения воздушных линий. В отличие от прямого моделирования температурных полей, эти формулы требуют гораздо

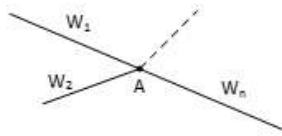


Рис. 1. Контактное соединение длинных участков линий

меньше исходных данных. В то же время перспективная область применения таких расчетов значительно шире по сравнению с существующей практикой. Действительно, в настоящее время расчет локального нагрева воздушных линий производится лишь в тех случаях, когда линия имеет дефект или когда контактное сопротивление превышает установленную норму (сопротивление на участке соединения не должно превышать сопротивление участка провода той же длины более чем в 1,2 раза [10]). При этом такие расчеты не считаются очень актуальными, поскольку устранение дефекта или снижение контактного сопротивления требуется независимо от получаемых результатов расчета.

Однако возможна иная ситуация: контактные сопротивления находятся в допустимых пределах, но линия нагружена по максимально допустимому току. При этих условиях даже небольшое контактное сопротивление, удовлетворяющее нормам, может привести к повышению температуры сверх максимально допустимой, что эквивалентно перегрузке линии. Приведенные в статье формулы позволяют учесть такие режимы при анализе пропускной способности линий путем сравнения максимальной температуры контактного соединения с допустимой температурой провода либо путем коррекции допустимых токов по температуре контакта. Результаты этого анализа могут быть использованы при вводе режима в допустимую область, что в конечном итоге будет способствовать снижению повторяемости аварийных и ненормальных режимов электрической сети.

Температура контактного соединения длинных участков линий электропередачи. Пусть n проводов неограниченной длины соединяются в точке А (рис. 1). В [5] выведена приближенная формула для распределения температуры по длине провода:

$$\Theta(x) \approx (\Theta_{r_2} - \Theta_g) e^{-\frac{L-x}{L_T}} + (\Theta_{r_1} - \Theta_g) e^{-\frac{x}{L_T}} + \Theta_g, \quad (1)$$

где Θ_{r_1} и Θ_{r_2} — температура в начале и в конце линии, °С; L_T — тепловой масштаб длины; Θ_g — температура неограниченно длинного провода (в данном случае температура провода на большом удалении от контакта).

Тепловой масштаб длины представляет собой расстояние, при перемещении на которое от начала (конца) внутрь линии разность между температурой в начале (конце) линии и температурой неограниченно длинного провода уменьшается в e раз [5],

$$L_T = \sqrt{\frac{\lambda F}{2\pi g a_{mn} - I^2 r_0 \alpha}}, \quad (2)$$

где λ — коэффициент теплопроводности; F — сечение провода; r — радиус провода; a_{mn} — коэффици-

ент теплопередачи; I — сила электрического тока; r_0 — погонное активное сопротивление; α — температурный коэффициент сопротивления.

Формула (1) справедлива при допущении $L \gg L_T$ и при условии, что ток в линии не меняется по ее длине. Применим ее для рис. 1, отсчитывая координату от точки А и заменив Θ_{r_1} на температуру Θ_A в точке контакта:

$$\Theta_i(x_i) = (\Theta_A - \Theta_{gi}) e^{-\frac{x}{L_{Ti}}} + \Theta_{gi}. \quad (3)$$

Первое слагаемое из формулы (1) здесь не учитывается, так как в дальнейшем формула (3) будет использоваться только вблизи контакта при малых значениях x .

По закону Фурье тепловой поток в линии вблизи точки А (при $x_i = 0$), направленный от этой точки в линию:

$$Q_i = -\lambda_i F_i \frac{\partial \Theta_i}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\lambda_i F_i}{L_{Ti}} (\Theta_A - \Theta_{gi}) = \beta_i (\Theta_A - \Theta_{gi}) \quad (4)$$

Здесь введено обозначение $\beta_i = \frac{\lambda_i F_i}{L_{Ti}}$. В дальнейшем будем называть эту величину *параметром осевой теплопередачи*. По физическому смыслу параметр β представляет собой количество теплоты, передаваемой в линию из точки контакта в единицу времени при единичной разности температуры точки контакта и температуры линии на большом удалении от контакта.

Сумма потоков тепла, исходящих из точки контакта, равна тепловыделению в этой точке:

$$\sum_{i=1}^n \beta_i (\Theta_A - \Theta_{gi}) = \Delta P_{\text{конт}} = I^2 R_{\text{конт}}, \quad (5)$$

где $R_{\text{конт}}$ — сопротивление контакта, которое в данном случае считается сосредоточенным в точке А.

Решая уравнение (5) относительно Θ_A , получаем следующую формулу для температуры контактного соединения линий:

$$\Theta_A = \frac{\Delta P_{\text{конт}} + \sum_{i=1}^n \beta_i \Theta_{gi}}{\sum_{i=1}^n \beta_i}. \quad (6)$$

Формула (6) не может учесть влияние параметров зажимов. Кроме того, она справедлива только при сосредоточенном контакте, в то время как в действительности участок контакта имеет конечную длину (учет этих факторов рассмотрен ниже). Поэтому формула (6) должна рассматриваться как наиболее упрощенная и возможность ее практического использования требует дополнительных исследований.

Тем не менее полученная формула позволяет проводить оценочные расчеты. В качестве условий для такого расчета рассмотрим простейший случай — контактное соединение внутри одной линии. С учетом выражения для β формула (6) примет вид:

$$\Theta_A = \Delta P_{\text{конт}} \frac{L_T}{2\lambda F} + \Theta_g. \quad (7)$$

Действующая методика проверки контактных соединений линий электропередачи [10] нормирует сопротивление контакта на участке линии длиной L относительно сопротивления участка той же длины без контактного соединения. Тогда формулу для контактного сопротивления можно записать следующим образом:

$$R_{\text{конт}} = k\rho \frac{L}{F_{\text{эл}}}, \quad (8)$$

где k — относительная разность сопротивлений участка линии с контактным соединением и без контактного соединения; ρ — удельное сопротивление материала провода; $F_{\text{эл}}$ — сечение провода, по которому рассчитывается активное сопротивление.

Выразим из (7) превышение температуры контакта над температурой провода вдали от контактного соединения с учетом (8) при плотности тока j :

$$\Delta\Theta_A = j^2 k\rho \frac{L_T L F_{\text{эл}}}{2\lambda F}. \quad (9)$$

Произведем оценку величины $\Delta\Theta_A$ при допустимом превышении сопротивления участка линии с контактным соединением над сопротивлением такого же участка без контактного соединения, которое составляет 20 % ($k = 0,2$). Примем длину этого участка $L = 0,5$ м. Предположим, что по линии протекает максимально допустимый по нагреву ток. Тогда плотность тока может составлять около 3 А/мм² (в зависимости от типа и сечения линии, а также от условий охлаждения эта величина может изменяться как в большую, так и в меньшую сторону). Для теплового масштаба длины примем типовое значение $L_T = 0,2$ м [5]. Рассмотрим провод с алюминиевой токоведущей частью ($\rho = 0,028$ Ом·мм²/м, $\lambda = 237$ Вт/(м·°С) [5]), принимая для простоты $F_{\text{эл}} = F$. Тогда формула (9) дает результат $\Delta\Theta_A = 10,6$ °С.

Полученное превышение температуры является существенным. Поэтому контактные сопротивления, даже находясь в допустимых пределах, могут заметно ограничивать пропускную способность линии.

Температура контактных соединений при наличии участков малой длины. Соединение проводов линий электропередачи осуществляется с помощью зажимов, геометрические параметры и условия охлаждения которых существенно отличаются от проводов без зажима. Это может быть учтено путем введения в математическую модель участков малой длины, для которых условие $L \gg L_T$ уже не выполняется. Для таких участков вместо формулы (1) следует использовать более точное выражение [5]:

$$\Theta_{ij}(x) = C_1 e^{-\frac{L_{ij}-x}{L_{T,ij}}} + C_2 e^{-x/L_{T,ij}} + \Theta_{g,ij}, \quad (10)$$

где

$$C_1 = \frac{\Theta_j - \Theta_{g,ij} - (\Theta_j - \Theta_{g,ij}) e^{-L_{ij}/L_{T,ij}}}{1 - e^{-2L_{ij}/L_{T,ij}}}, \quad (11)$$

$$C_2 = \frac{\Theta_i - \Theta_{g,ij} - (\Theta_i - \Theta_{g,ij}) e^{-L_{ij}/L_{T,ij}}}{1 - e^{-L_{ij}/L_{T,ij}}}. \quad (12)$$

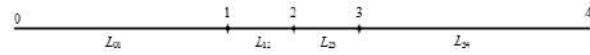


Рис. 2. Контактное соединение линии с двумя длинными и двумя короткими участками

Здесь границы участка обозначены точками с номерами i, j , причем координата x отсчитывается от точки i .

На рис. 2 показана расчетная схема для линии с двумя длинными участками 0-1, 3-4 и двумя короткими участками 1-2, 2-3.

В частности, данную расчетную схему можно трактовать как линию с зажимом, началу и концу которого соответствуют точки 1, 3. Точка 2 моделирует сосредоточенное контактное сопротивление. В действительности это сопротивление может быть не сосредоточенным, а распределенным по всей длине или части длины зажима. Однако на практике распределение контактного сопротивления внутри зажима является неизвестным, а максимальный нагрев будет наблюдаться при сосредоточенном сопротивлении, в связи с чем оно и введено в расчетную схему.

Таким образом, схема на рис. 2 позволяет учесть как распределенные, так и сосредоточенные сопротивления контактов. Причем сосредоточенные сопротивления без значительного усложнения задачи могут быть заданы не только в точке 2, но и в точках 1, 3 (например, этому могут соответствовать какие-либо дефекты линии).

Балансовые выражения осевых потоков тепла для схемы рис. 2 имеют вид:

$$\begin{cases} Q_{10} + Q_{12} = \Delta P_{\text{конт},1} \\ Q_{21} + Q_{23} = \Delta P_{\text{конт},2} \\ Q_{32} + Q_{34} = \Delta P_{\text{конт},3} \end{cases} \quad (13)$$

где Q_{ij} — тепловой поток на участке i, j вблизи точки i , направленный внутрь участка:

$$Q_{ij} = -\lambda_{ij} F_{ij} \frac{\partial \Theta_{ij}}{\partial x} \Big|_{x=0}. \quad (14)$$

Выполнив дифференцирование и подставив результат в (13), получим систему линейных уравнений относительно температур $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3$ в точках 1, 2, 3. Эта система имеет следующее решение:

$$\Theta_2 = \frac{a_1 \Delta P_{\text{конт},1} + \Delta P_{\text{конт},2} + a_3 \Delta P_{\text{конт},3}}{\beta_{\text{эКВ}}} + \frac{a'_1 \beta_{12} \Theta_{g,01} + a''_1 \beta_{12} \Theta_{g,12} + a'_3 \beta_{23} \Theta_{g,34} + a''_3 \beta_{23} \Theta_{g,23}}{\beta_{\text{эКВ}}}, \quad (15)$$

$$\Theta_1 = a_1 \Theta_2 + a'_0 \Theta_{g,01} + a_2 \Theta_{g,12} + a_0 \frac{\Delta P_{\text{конт},1}}{\beta_{01} + \beta_{12}}, \quad (16)$$

$$\Theta_3 = a_3 \Theta_2 + a'_4 \Theta_{g,34} + a_2 \Theta_{g,23} + a_4 \frac{\Delta P_{\text{конт},3}}{\beta_{23} + \beta_{34}}. \quad (17)$$

Здесь β_{ij} — параметры осевой теплопередачи соответствующих участков; $\beta_{\text{эКВ}}$ — некоторый эквивалентный параметр осевой теплопередачи, равный:

$$\beta_{\text{эжв}} = \beta_{12} \frac{1 - \delta_{02} e^{-2L_{12}/L_{r,12}}}{1 + \delta_{02} e^{-2L_{12}/L_{r,12}}} + \beta_{23} \frac{1 - \delta_{24} e^{-2L_{23}/L_{r,23}}}{1 + \delta_{24} e^{-2L_{23}/L_{r,23}}}, \quad (18)$$

где $\delta_{02} = \frac{\beta_{12} - \beta_{01}}{\beta_{12} + \beta_{01}}$, $\delta_{24} = \frac{\beta_{23} - \beta_{34}}{\beta_{23} + \beta_{34}}$ — коэффициенты, характеризующие неоднородность участков соответственно 0-1-2 и 2-3-4.

Остальные коэффициенты, входящие в формулы (15)-(17), определяются по следующим выражениям:

$$a_1 = \frac{1 + \delta_{02}}{1 + \delta_{02} e^{-2L_{12}/L_{r,12}}} e^{-L_{12}/L_{r,12}}, \quad a_3 = \frac{1 + \delta_{24}}{1 + \delta_{24} e^{-2L_{23}/L_{r,23}}} e^{-L_{23}/L_{r,23}},$$

$$a'_1 = \frac{1 - \delta_{02}}{1 + \delta_{02} e^{-2L_{12}/L_{r,12}}} e^{-L_{12}/L_{r,12}}, \quad a''_1 = \frac{\left(1 - e^{-L_{12}/L_{r,12}}\right)^2}{1 - e^{-2L_{12}/L_{r,12}}} (a_1 + 1),$$

$$a'_3 = \frac{1 - \delta_{24}}{1 + \delta_{24} e^{-2L_{23}/L_{r,23}}} e^{-L_{23}/L_{r,23}}, \quad a''_3 = \frac{\left(1 - e^{-L_{23}/L_{r,23}}\right)^2}{1 - e^{-2L_{23}/L_{r,23}}} (a_3 + 1),$$

$$a_0 = \frac{1 - e^{-2L_{12}/L_{r,12}}}{1 + \delta_{02} e^{-2L_{12}/L_{r,12}}}, \quad a'_0 = 0,5(1 - \delta_{02})a_0,$$

$$a'_2 = \frac{0,5(1 + \delta_{02})\left(1 - e^{-L_{12}/L_{r,12}}\right)^2}{1 + \delta_{02} e^{-2L_{12}/L_{r,12}}}, \quad a_4 = \frac{1 - e^{-2L_{23}/L_{r,23}}}{1 + \delta_{24} e^{-2L_{23}/L_{r,23}}},$$

$$a'_4 = 0,5(1 - \delta_{24})a_4, \quad a''_2 = \frac{0,5(1 + \delta_{24})\left(1 - e^{-L_{23}/L_{r,23}}\right)^2}{1 + \delta_{24} e^{-2L_{23}/L_{r,23}}}.$$

Полученные формулы довольно громоздки. Основная причина этого в том, что участки 0-1 и 1-2, а также участки 2-3 и 3-4 имеют разные параметры. Наличие трех точек само по себе усложняет решение гораздо в меньшей степени. В этом легко убедиться, приняв коэффициенты δ_{ij} равными нулю. Если при этом принять также равными нулю $\Delta P_{\text{конт},1}$ и $\Delta P_{\text{конт},3}$, то получим формулу (6) при $n = 2$.

Сравнение результатов расчета с экспериментальными данными. В работе [7] опубликованы результаты физического эксперимента и численного расчета распределения температуры в четырех последовательных участках поврежденной воздушной линии, выполненной проводом марки АCSR-330/30. Длины участков $L_{OA} = 0,2$ м, $L_{AB} = 0,26$ м, $L_{BC} = 0,3$ м и $L_{CD} = 0,655$ м. В [7] рассмотрен только внешний повив, состоящий из 22 проволок общим сечением $F = 153$ мм². Внешний радиус повива равен радиусу провода $r_{np} = 12,4$ мм. Погонное активное сопротивление неповрежденного повива при 0 °С составляет 141,2 мкОм/м (соответствует сопротивлению 23 мкОм для участка провода длиной 15 см [7] при допущении, что это сопротивление приведено к 20 °С). На участке OA расположен медный зажим сечением 400 мм² при внешнем радиусе 18 мм. По условиям эксперимента и расчетов [7] температура окружающей среды $\Theta_{\text{окр}} = 23,9$ °С, коэффициент теплоотдачи $\alpha_m = 12,22$ Вт/(м²·°С), степень черноты провода и зажима $\epsilon_n = 0,8$ и $\epsilon_3 = 0,3$, сила

электрического тока $I = 165$ А. Коэффициенты теплопроводности для алюминия и меди приняты равными соответственно 237 и 401 Вт/(м·°С). В расчетах, результаты которых приведены ниже, учтена температурная зависимость активных сопротивлений провода и зажима при температурном коэффициенте сопротивления 0,0043 °С⁻¹.

Поскольку модель (15)–(17) предполагает наличие только двух коротких участков, то она может быть применена для рассматриваемого случая лишь приближенно. Самым простым вариантом адаптации модели (15)–(17) к условиям эксперимента является замена коротких участков OA и CD на длинные. Однако такая замена не вполне обоснована, поскольку участок OA принципиально содержит контактное сопротивление, которое не может быть распределено на длину больше зажима. Поэтому ниже в качестве коротких участков приняты участки OA и AB. Таким образом, точке 1 на рис. 2 соответствует точка O, точке 2 соответствует точка A, а точке 3 — точка B.

Согласно [7], активные сопротивления участков имеют следующие значения: $R_{OA} = 1,14$ мОм, $R_{AB} = 1,482$ мОм, $R_{BC} = 1,026$ мОм и $R_{CD} = 0,249$ мОм. Для дальнейших расчетов требуется разделить эти сопротивления на распределенные и сосредоточенные. Это можно сделать на основе следующих допущений:

- 1) участок 01 представляет собой неповрежденный провод;
- 2) на участке 12 половина сопротивления R_{OA} сосредоточена в точке 1, а половина распределена по длине;
- 3) сопротивление R_{AB} полностью распределено по длине участка 23;
- 4) распределенное сопротивление участка 34 соответствует неповрежденному проводу;
- 5) избыточная часть сопротивления R_{BC} считается сосредоточенной в точке 3.

Допущение 4 основано на том соображении, что участок 34 продолжается за пределами точки D, где нет оснований считать провод поврежденным. Аналогичное допущение 1 является более произвольным, поскольку физически участок 01 — это уже не линия, а иные токоведущие конструкции. Из данных [7] следует, что температура этих конструкций не может сильно отличаться от температуры окружающей среды. Однако то же самое справедливо и для неповрежденного провода, что и дает возможность принять данное допущение.

Сопротивление участка с зажимом может быть распределено внутри этого участка весьма сложным образом. Однако в точке 2 значительного контактного сопротивления быть не может, так как здесь провод еще не заканчивается, а продолжается под зажимом. Поскольку фактическое распределение сопротивления на участке 12 неизвестно, то в допущении 2 принято, что сосредоточенное сопротивление (в точке 1) равно распределенному.

Расчетные сопротивления представлены в табл. 1. При этом распределенные сопротивления приведены к единичной длине (погонные сопротивления) и к температуре 0 °С.

Расчетные погонные сопротивления на участках 12 и 34 больше погонных сопротивлений неповрежденного провода соответственно в 18,6 и в 37,2 раза. Физически это можно трактовать как уменьшение эффективного сечения токоведущих частей. Таким образом, для участка 23 эффективное сечение составит $153/37,2 = 4,113$ мм², а для участка 12

Расчетные распределенные и сосредоточенные сопротивления

Точка или участок	1	2	3	01	12	23	34
Сопротивление	0,57 мОм	0	0,98 мОм	0,141 мОм/м	2,624 мОм/м	5,249 мОм/м	0,141 мОм/м

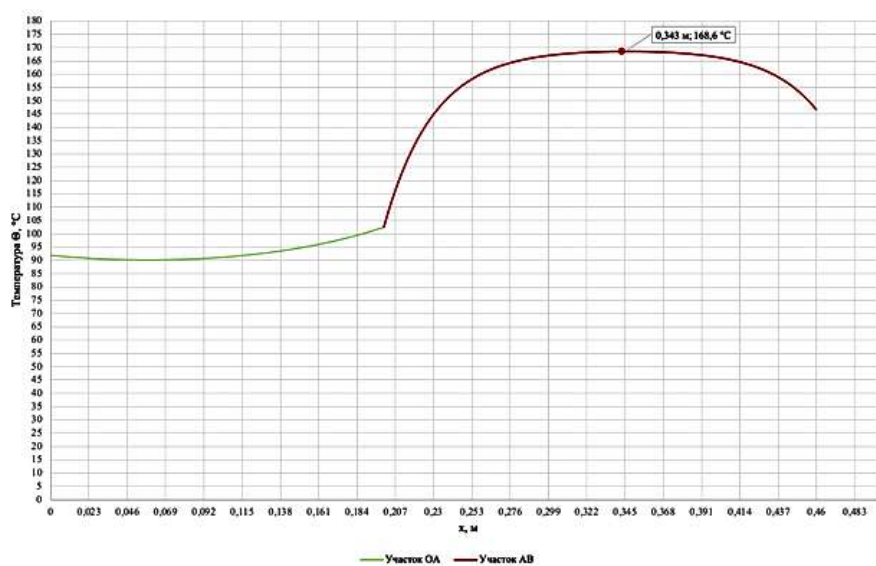


Рис. 3. Распределение температуры на участках 12 (OA) и 23 (AB)

с учетом зажима $(400 + 153)/18,6 = 29,73 \text{ мм}^2$. Эти сечения использовались при расчете тепловых масштабов длины и параметров осевой теплопередачи. Для участка с зажимом коэффициент теплопроводности был принят как средневзвешенный по сечениям алюминия и меди $\lambda_{12} = 355,6 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{°C})$.

При этих исходных данных расчет температур по формулам (15)-(17) дает следующие значения:

$$\Theta_1 = 92 \text{ °C};$$

$$\Theta_2 = 102,4 \text{ °C};$$

$$\Theta_3 = 146,8 \text{ °C}.$$

Распределение температур на участках 12 (OA) и 23 (AB), построенное по формуле (10), показано на рис. 3.

Максимальная температура наблюдается внутри участка AB и составляет $\Theta_{\text{max}} = 168,6 \text{ °C}$. Сравнение четырех полученных температур с данными [7] приведено в табл. 2.

Из табл. 2 видно, что полученное значение максимальной температуры хорошо соответствует экспериментальным данным [7]. При этом максимум наблюдается практически в той же точке, что и в эксперименте [7]. Распределение температуры по длине также в целом соответствует [7], однако расчетные температуры в промежуточных точках получились существенно заниженными (экспериментальные температуры в точках 2 и 3 приведены в виде интервалов, поскольку на исходной термограмме [7] в этих точках кривая имеет большой наклон, что с учетом толщины линии не дает возможности определить температуры с большей точностью). Наибольшее различие температур наблюдается в точке 2. Вероятно, оно связано с тем, что

Таблица 2

Сравнение расчетных температур с данными [7]

	$\Theta_{1'}$, °C	$\Theta_{2'}$, °C	$\Theta_{3'}$, °C	$\Theta_{\text{max}'}$, °C
Расчет	92	102,4	146,8	168,6
Данные [7]	93	115–120	150–155	170

контактное сопротивление концентрируется к этой точке сильнее, чем это принято выше в допущении 2. Расхождение температуры в точке 3 объяснить труднее, поскольку все контактное сопротивление, согласно допущению 5, уже сконцентрировано в этой точке. Здесь сказываются локальные геометрические особенности поврежденных плавиков, влияющие на радиальную передачу тепла, но подробнее этот вопрос будет рассмотрен позже.

Выводы. Приведенные в статье аналитические формулы позволяют оценить пропускную способность линий с учетом контактных сопротивлений при уменьшенном количестве исходных данных по сравнению с численными трехмерными моделями. Расчеты, выполненные для простого контактного соединения без дефектов, показали, что даже нормально допустимое контактное сопротивление может существенно ограничивать пропускную способность линий, повышая температуру провода примерно на 10 °C. Ограничение пропускной способности здесь связано с увеличением величины контактного сопротивления за счет его температурной зависимости.

Расчеты, выполненные для более сложного случая при наличии неоднородностей и распределенных дефектов, показали хорошее совпадение с экспериментальными данными. При этом наиболее

лее точно определена именно максимальная температура. Необходимо заметить, что указанный максимум температуры определяется не столько осевыми, сколько радиальными потоками тепла в проводе. Это связано с тем, что в данном случае максимальный нагрев наблюдается в области распределенного дефекта, который, уменьшая эффективное сечение провода, по сути, блокирует осевую теплопередачу. Максимальная относительная погрешность при сравнении с данными [7] составила 14,67 %, но такую погрешность можно объяснить тем, что в точке 2 контактное сопротивление концентрируется к этой точке сильнее, чем при допущении 2. В остальных же случаях, особенно при сравнении максимальной температуры с данными [7], относительная погрешность составила 0,82 %, то есть представленное аналитическое решение обладает высокой точностью.

Анализ результатов позволяет сделать следующий общий вывод: чем сильнее выражен распределенный дефект линии, тем меньшее влияние на температуру оказывают соседние участки. Однако для сосредоточенного дефекта такой вывод уже не будет справедливым.

С практической точки зрения, важным является не только само максимальное значение температуры при наличии дефектов, но и положение точки максимума. Как показано выше, предложенная модель позволяет определить это положение также с высокой точностью.

В целом результаты исследования могут быть использованы как для оценки пропускной способности линий при нормальных контактных сопротивлениях, так и для расчета температур при наличии дефектов.

Библиографический список

1. Fan F., Bell K., Infield D. Transient-state real-time thermal rating forecasting for overhead lines by an enhanced analytical method // *Electric Power Systems Research*. 2018. Vol. 167. P. 213–221. DOI: 10.1016/j.epr.2018.11.003.
2. Петрова Е. В., Гиршин С. С., Криволапов В. А., Горюнов В. Н., Троценко В. М. Анализ длительных допустимых токов и потерь активной мощности в воздушных линиях электропередачи с учетом климатических факторов // *Омский научный вестник*. 2023. № 4 (188). С. 84–92. DOI: 10.25206/1813-8225-2023-188-84-92. EDN: WQGZWB.
3. Воротницкий В. Э., Могиленко А. В. Снижение потерь электроэнергии в распределительных электрических сетях: сравнительный анализ зарубежного и отечественного опыта: моногр. Москва: Инфра-Инженерия, 2023. 308 с. ISBN 978-5-9729-1388-6.
4. Martinez R., Manana M., Arroyo A. [et al.]. Dynamic Rating Management of Overhead Transmission Lines Operating under Multiple Weather Conditions // *Energies*. 2021. Vol. 14, no 4. P. 59–63. DOI: 10.3390/en14041136.
5. Троценко В. М., Гиршин С. С., Петрова Е. В. [и др.]. Математическая модель теплового режима воздушной линии электропередачи с учетом изменения температуры по длине // *iPolytech Journal*. 2022. № 26 (3). С. 519–531. DOI: 10.21285/1814-3520-2022-3-519-531. EDN: TNXREJ.
6. Троценко В. М. Анализ температуры и сравнение потерь активной мощности в нестационарном и стационарном тепловом режиме воздушных линий электропередачи //

Омский научный вестник. 2023. № 4 (188). С. 93–99. DOI: 10.25206/1813-8225-2023-188-93-99. EDN: WIGOVE.

7. Yingai J., Mingyu Q., Shijuan Y. [et al.]. Analysis of overhead transmission lines fusing failure due to poor contact between conductors and clamps // *Engineering Failure Analysis*. 2020. no. 118. P. 104858. DOI: 10.1016/j.engfailanal.2020.104858.

8. Chengzeng Y., Dasheng W., Gang W. Three-dimensional finite discrete element-based contact heat transfer model considering thermal cracking in continuous-discontinuous media // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2022. Vol. 388. P. 114228. DOI: 10.1016/j.cma.2021.114228.

9. Zainuddin N. M., Rahman M. S. Abd., Ab Kadir M. Z. A. [et al.]. Review of Thermal Stress and Condition Monitoring Technologies for Overhead Transmission Lines: Issues and Challenges // *IEEE Access*. 2020. Vol. 8. P. 120053-120081, DOI: 10.1109/ACCESS.2020.3004578.

10. Правила устройства электроустановок. Москва: Эксмо, 2023. 512 с. ISBN 978-5-04-192789-9.

ТРОЦЕНКО Владислав Михайлович, старший преподаватель кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий» Омского государственного технического университета (ОмГТУ), г. Омск.

SPIN-код: 3958-5882

AuthorID (РИНЦ): 889516

Адрес для переписки: troch_93@mail.ru

ГИРШИН Станислав Сергеевич, кандидат технических наук, доцент (Россия), доцент кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий» ОмГТУ, г. Омск.

SPIN-код: 1125-1521

AuthorID (РИНЦ): 297584

AuthorID (SCOPUS): 57190579930

ПЕТРОВА Елена Владимировна, старший преподаватель кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий» ОмГТУ, г. Омск.

SPIN-код: 2750-7350

AuthorID (РИНЦ): 685250

ГОРЮНОВ Владимир Николаевич, доктор технических наук, профессор (Россия), заведующий кафедрой «Электроснабжение промышленных предприятий» ОмГТУ, г. Омск.

SPIN-код: 2765-2945

AuthorID (РИНЦ): 302109

AuthorID (SCOPUS): 7003455231

САФОНОВ Дмитрий Геннадьевич, кандидат технических наук, доцент (Россия), доцент кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий» ОмГТУ, г. Омск.

SPIN-код: 5090-2754

AuthorID (РИНЦ): 685258

Для цитирования

Троценко В. М., Гиршин С. С., Петрова Е. В., Горюнов В. Н., Сафонов Д. Г. Моделирование и расчет распределения температуры по длине провода в задачах исследования пропускной способности линий электропередачи вблизи контактных соединений // *Омский научный вестник*. 2024. № 3 (191). С. 117–124. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-117-124.

Статья поступила в редакцию 15.06.2024 г.

© В. М. Троценко, С. С. Гиршин, Е. В. Петрова,

В. Н. Горюнов, Д. Г. Сафонов

MODELING AND CALCULATION OF TEMPERATURE DISTRIBUTION ALONG THE LENGTH OF A WIRE STUDYING PROBLEMS THE CAPACITY OF POWER TRANSMISSION LINES NEAR CONTACT CONNECTIONS

The article has obtained an analytical solution to the thermal conductivity equation for the contact connection of long sections of overhead lines, and also considered the case for a line with two short and two long sections, which makes it possible to take into account distributed defects and clamp sizes. The application of the obtained mathematical model to determine the temperature of an overhead power line near contact connections is shown. A comparative analysis of the temperature values in the power line, calculated using the created mathematical model, with published data obtained based on finite element modeling using the results of a physical experiment is performed. It has been shown that heating of contact connections can significantly limit the throughput of lines even at an acceptable level of contact resistance. This makes relevant the tasks of calculating the temperature of contact connections of power lines and clarifying permissible currents taking into account the influence of transient contact resistances.

Keywords: axial heat transfer, contact connection, temperature, throughput, permissible current, contact resistance.

References

1. Fan F., Bell K., Infield D. Transient-state real-time thermal rating forecasting for overhead lines by an enhanced analytical method // *Electric Power Systems Research*. 2018. Vol. 167. P. 213–221. DOI: 10.1016/j.epsr.2018.11.003. (In Engl.).
2. Petrova E. V., Girshin S. S., Krivolapov V. A., Goryunov V. N., Trotsenko V. M. Analiz dlitel'no dopustimyykh tokov i poter' aktivnoy moshchnosti v vozdushnykh liniyakh elektroperedachi s uchetom klimaticheskikh faktorov [The analysis of continuous admissible currents and active power losses in overhead power lines taking into account climatic factors] // *Omskiy nauchnyy vestnik. Omsk Scientific Bulletin*. 2023. No. 4 (188). P. 84–92. DOI: 10.25206/1813-8225-2023-188-84-92. EDN: WQGZWB (In Russ.).
3. Vorotnitsky V. E., Mogilenko A. V. Snizheniye poter' elektroenergii v raspredelitel'nykh elektricheskikh setyakh: cravnitel'nyy analiz zarubezhnogo i otechestvennogo opyta [Reducing electricity losses in electrical distribution networks: comparative analysis of foreign and domestic experience]. Moscow, 2023. 308 p. ISBN 978-5-9729-1388-6. (In Russ.).
4. Martinez R., Manana M., Arroyo A. [et al.]. Dynamic Rating Management of Overhead Transmission Lines Operating under Multiple Weather Conditions // *Energies*. 2021. Vol. 14, no 4. P. 59–63. DOI: 10.3390/en14041136. (In Engl.).
5. Trotsenko V. M., Girshin S. S., Petrova E. V. [et al.]. Matematicheskaya model' teplovogo rezhima vozdushnoy linii elektroperedachi s uchetom izmeneniya temperatury po dline [Mathematical model of the thermal mode of overhead power lines considering temperature variations along the line length] // *iPolytech Journal. iPolytech Journal*. 2022. No. 26 (3). P. 519–531. DOI: 10.21285/1814-3520-2022-3-519-531. EDN: TNXREJ. (In Russ.).
6. Trotsenko V. M. Analiz temperatury i sravneniye poter' aktivnoy moshchnosti v nestatsionarnom i statsionarnom teplovom rezhime vozdushnykh liniy elektroperedachi [Temperature analysis and comparison of active power losses in non-stationary and stationary thermal conditions of overhead power lines] // *Omskiy nauchnyy vestnik. Omsk Scientific Bulletin*. 2023. No. 4 (188). P. 93–99. DOI: 10.25206/1813-8225-2023-188-93-99. EDN: WIGOVE. (In Russ.).
7. Yingai J., Mingyu Q., Shijuan Y. [et al.]. Analysis of overhead transmission lines fusing failure due to poor contact between conductors and clamps // *Engineering Failure Analysis*. 2020. No. 118. P. 104858. DOI: 10.1016/j.engfailanal.2020.104858. (In Engl.).

8. Chengzeng Y., Dasheng W., Gang W. Three-dimensional finite discrete element-based contact heat transfer model considering thermal cracking in continuous–discontinuous media // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2022. Vol. 388. P. 114228. DOI: 10.1016/j.cma.2021.114228. (In Engl.).

9. Zainuddin N. M., Rahman M. S. Abd., Ab Kadir M. Z. A. [et al.]. Review of Thermal Stress and Condition Monitoring Technologies for Overhead Transmission Lines: Issues and Challenges // *IEEE Access*. 2020. Vol. 8. P. 120053-120081, DOI: 10.1109/ACCESS.2020.3004578. (In Engl.).

10. *Pravila ustroystva elektroustanovok [Rules of the device of electrical installations.]*. Moscow, 2023. 512 p. ISBN 978-5-04-192789-9. (In Russ.).

TROTSENKO Vladislav Mikhaylovich, Senior Lecturer of Power Supply for Industrial Enterprises Department, Omsk State Technical University (OmSTU), Omsk.

SPIN-code: 3958-5882

AuthorID (RSCI): 889516

GIRSHIN Stanislav Sergeevich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of Power Supply for Industrial Enterprises Department, OmSTU, Omsk.

SPIN-code: 1125-1521

AuthorID (RSCI): 297584

AuthorID (SCOPUS): 57190579930

PETROVA Elena Vladimirovna, Senior Lecturer of Power Supply for Industrial Enterprises Department, OmSTU, Omsk.

SPIN-code: 2750-7350

AuthorID (RSCI): 685250

GORYUNOV Vladimir Nikolayevich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Power Supply for Industrial Enterprises Department, OmSTU, Omsk.

SPIN-code: 2765-2945

AuthorID (RSCI): 302109

AuthorID (SCOPUS): 7003455231

Correspondence address: vladimircoryunov2016@yandex.ru

SAFONOV Dmitriy Gennadyevich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of Power Supply for Industrial Enterprises Department, OmSTU, Omsk.

SPIN-code: 5090-2754

AuthorID (RSCI): 685258

For citations

Trotsenko V. M., Girshin S. S., Petrova E. V., Goryunov V. N., Safonov D. G. Modeling and calculation of temperature distribution along the length of a wire studying problems the capacity of power transmission lines near contact connections // *Omsk Scientific Bulletin*. 2024. No. 3 (191). P. 117–124. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-117-124.

Received June 15, 2024.

© V. M. Trotsenko, S. S. Girshin, E. V. Petrova,
V. N. Goryunov, D. G. Safonov

УДК 621.317
DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-125-132
EDN: IXQSUI

С. В. БИРЮКОВ

Омский государственный
технический университет,
г. Омск

СРАВНИТЕЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВОЙНОГО И СДВОЕННОГО ЭЛЕКТРОИНДУКЦИОННЫХ СФЕРИЧЕСКИХ ДАТЧИКОВ НАПРЯЖЕННОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

В работе проводится сравнительное исследование двойных и сдвоенных датчиков напряженности электрического поля. В сравнении рассматривались конструктивные, технологические и метрологические параметры датчиков, а также сложность их измерительных цепей. Исследования выявили схожесть конструктивных и технологических параметров датчиков и отличие по метрологическим характеристикам и по сложности измерительных цепей.

По метрологическим характеристикам сдвоенные датчики значительно превосходят двойные. Установлено, что сдвоенный датчик, имеющий чувствительные элементы с угловыми размерами $\theta_1=46,38^\circ$ и $\theta_2=90^\circ$, обладает меньшей погрешностью от неоднородности поля. Погрешность не превышает $\delta \leq \pm 2,76\%$ в пространственном диапазоне измерений $0 \leq a \leq 1$. При той же погрешности двойные датчики можно использовать только в ограниченном пространственном диапазоне измерения $0 \leq a \leq 0,89$. Показано, что сдвоенные датчики по метрологическим параметрам превосходят двойные датчики. Это говорит о целесообразности их использования.

Ключевые слова: напряженность электрического поля, датчик электрического поля, двойной датчик, сдвоенный датчик, погрешность измерения, расстояние до источника поля.

Введение. Датчики напряженности электрического поля электроиндукционного типа из-за своей простоты получили широкое распространение в области измерения низкочастотных электриче-

ских полей (ЭП) вплоть до 1 МГц [1]. Такие датчики, например, могут быть использованы для построения приборов, выявляющих особенности воздействия ЭП промышленной частоты с техни-

ческими объектами и с живыми организмами [2]. Поля промышленной частоты самые распространённые техногенные поля. Техногенные поля создаются электросетями, высоковольтными линиями электропередач (ЛЭП), электрическими подстанциями (ПС), высоковольтными энергетическими установками. В 1972 г. были установлены [3] факты неблагоприятного воздействия ЭП на человека. Для этого использовались приборы, имеющие одинарные [4, 5] и двойные [6–9] датчики. Практика показала, что одинарные датчики обладают низкой, а двойные датчики высокой помехозащищённостью. Вследствие этого одинарные датчики имеют высокую погрешность, достигающую 40 %, а двойные датчики обладают средней погрешностью порядка 5 %. Отмеченные погрешности датчиков не позволяют достаточно полно установить механизм воздействия ЭП на человека. Поэтому требуется повышение точности измерения напряженности ЭП. Повысить точность измерений напряженности поля можно, повышая точность датчика и метода измерений. Повышение точности электроиндукционных датчиков достигло предела. Следовательно, необходим новый метод измерения. И такой метод был предложен в работах [10, 11]. Он получил название «метод измерения по среднему значению». Новый метод привел к необходимости создания сдвоенных датчиков напряженности ЭП. В связи с этим возникла необходимость проведения сравнительного исследования двойных и сдвоенных датчиков.

Постановка задачи. Провести исследования двойных и сдвоенных датчиков напряженности ЭП и установить их достоинства и недостатки. Для этого необходимы решения ряда задач, к которым можно отнести:

1) установить влияние на метрологические характеристики двойных и сдвоенных датчиков их электрических, технологических и конструктивных параметров;

2) сделать оценку двойных и сдвоенных датчиков по электрическим, технологическим и конструктивным параметрам;

3) сравнить двойные и сдвоенные датчики по электрическим, технологическим и конструктивным параметрам и выбрать датчики с лучшими метрологическими характеристиками.

Теория. Электроиндукционные датчики напряженности ЭП основаны на явлении электростатической индукции. Такие датчики способны работать в электростатических и квазистатических полях, относящихся к области низких частот. Явление электростатической индукции сводится к перераспределению электрических зарядов на изолированном проводящем теле датчика при внесении его в ЭП. В результате перераспределения зарядов часть тела датчика становится заряженной положительными, а часть — отрицательными зарядами, разделенными плоскостью электрической нейтральности. Заряды, индуцированные ЭП на поверхности датчика, приводят к искажению исходного поля. Эти искажения поля можно условно разделить на два типа: геометрические и электрические [12].

Первый тип искажений обусловлен геометрией проводящего тела датчика, его размерами, материалами изготовления и положением в ЭП.

Второй тип искажений электрический. Такие искажения возникают при использовании между датчиком и измерительным устройством проводящего канала связи. Это приводит к появлению

на датчике не скомпенсированного заряда Q_A [12]. Согласно теореме Гаусса, этот заряд будет создавать дополнительный векторный поток напряженности электрического поля (НЭП)

$$\Phi = \oint_{S_A} \vec{E}_n d\vec{S} = \oint_{S_A} \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon} Q_A.$$

Поскольку поток вектора НЭП $\Phi \neq 0$, то это приводит к электрическим искажениям, вызывающим наибольшие проблемы и недоверие измерения.

В связи со сказанным выработаем два требования к датчикам, работающим в условиях геометрических и электрических искажений:

1) полезный сигнал датчика должен определяться полем потока Φ_E вектора НЭП;

2) поток Φ_E вектора НЭП через замкнутую поверхность датчика S_A должен быть равен нулю

$$\oint_{S_A} \vec{E} d\vec{S} = \sum_q \Phi_E = 0. \quad (1)$$

Эти требования определяют минимально возможное число чувствительных элементов (ЧЭ) датчика, равное двум, поскольку $\Phi_1 + \Phi_2 = 0$. Это указывает на то, что один ЧЭ должен «принимать», а другой — «отдавать» поток Φ_E вектора НЭП. В связи с этим предпочтение следует отдавать двойным датчикам.

Двойной сферический датчик. Двойной сферический датчик (ДД) состоит из двух датчиков одинарного типа (рис. 1). Конструктивно ДД представляет проводящее сферическое основание 1 радиуса R . Для снятия с определенных частей проводящей поверхности датчика электрических сигналов на её поверхности выделяются ЧЭ 2 и 3 так, чтобы они были диаметрально противоположны и располагались на одной координатной оси. ЧЭ 2 и 3 представляют собой части сферической поверхности, ограниченные окружностями, и являются сферическими сегментами с угловым размером θ_0 . Угол θ_0 ограничен двумя лучами, выходящими из центра сферического основания и проходящими один через центр сферического сегмента, а второй через его край. Угловой размер θ_0 может изменяться в пределах $0 < \theta_0 \leq 90^\circ$. Если $\theta_0 < 90^\circ$, то ЧЭ представляет собой сферический сегмент с угловым размером $\theta_1 < 90^\circ$, если же $\theta_0 = 90^\circ$, то ЧЭ превращается в полусферу с угловым размером $\theta_2 = 90^\circ$ [8]. При внесении двойного датчика в ЭП и ориентации его координатной оси по направлению поля на ЧЭ 2

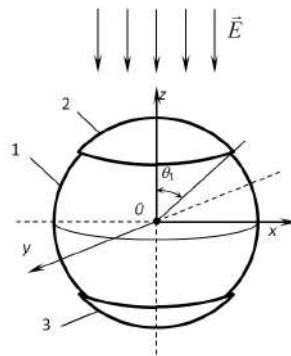
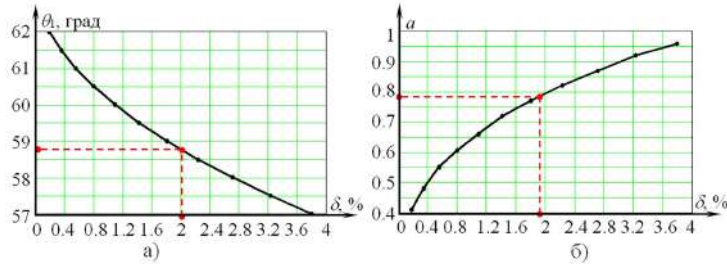


Рис. 1. Сферический датчик электрического поля двойного типа в однокоординатном исполнении

Результаты исследования двойного датчика

	1	2	3	4	5	6
θ_1 , град.	57	57,5	58	58,5	59	59,5
δ , %	$\pm 3,796$	$\pm 3,229$	$\pm 2,71$	$\pm 2,231$	$\pm 1,807$	$\pm 1,42$
a	$0 \leq a \leq 0,96$	$0 \leq a \leq 0,92$	$0 \leq a \leq 0,87$	$0 \leq a \leq 0,82$	$0 \leq a \leq 0,77$	$0 \leq a \leq 0,72$
	7	8	9	10	11	
θ_1 , град.	60	60,5	61	61,5	62	
δ , %	$\pm 1,088$	$\pm 0,796$	$\pm 0,549$	$\pm 0,348$	$\pm 0,192$	
a	$0 \leq a \leq 0,66$	$0 \leq a \leq 0,605$	$0 \leq a \leq 0,55$	$0 \leq a \leq 0,48$	$0 \leq a \leq 0,41$	

Рис. 2. Графики зависимости: а) зависимость $\theta_1(\delta)$; б) зависимость $a(\delta)$

первого и 3 второго одинарных датчиков, индуцируются электрические заряды $q_2(t)$ и $q_3(t)$. Дифференциальный заряд, снятый с ЧЭ 2 и 3, будет равен [13]

$$\Delta q_{23}(t) = q_2(t) - q_3(t) = -6\pi\epsilon\epsilon_0 R^2 \sin^2 \theta_1 \cdot [1 + \delta(\theta_1)] \cdot E(t), \quad (2)$$

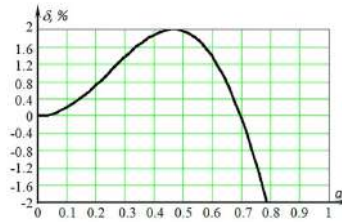
где $\delta(\theta_1)$ — суммарная погрешность от неоднородности поля для двойного датчика в дифференциальном включении определяется выражением [9]

$$\delta(\theta_1) = \left[\frac{1}{3a^2 \sin^2 \theta_1} \times \left(2 - \frac{1 - a^2}{\sqrt{1 - 2a \cos \theta_1 + a^2}} - \frac{1 - a^2}{\sqrt{1 + 2a \cos \theta_1 + a^2}} \right) - 1 \right] \cdot 100, \quad (3)$$

где параметр $a = R/d$ — пространственный диапазон измерения, изменяющийся в пределах $0 < a < 1$; R — радиус сферического основания 1 датчика; d — расстояние от центра сферического основания датчика до источника поля [9]. С помощью параметра a можно изменять степень неоднородности поля. Так, например, при $a \rightarrow 0$ и $a \rightarrow 1$ поле приближается к однородному и сильно неоднородному полю соответственно.

Анализ выражения (2) позволяет заключить, что при дифференциальном включении двух одинарных датчиков, входящих в датчик двойного типа удваивается измерительный сигнал, уменьшаются влияние синфазных помех и наводок и погрешность от неоднородности ЭП.

Из сказанного следует, что ДД обладают большей чувствительностью и меньшей дополнительной погрешностью в отличие от ОД. Это подтверждают выводы, сделанные в теоретической части статьи и в работе [8].

Рис. 3. График изменения погрешности $\delta(a) = \pm 2\%$ в пространственном диапазоне $0 \leq a \leq 0,78$

Для выявления рациональных угловых размеров θ_1 чувствительных элементов датчика составлена его математическая модель ДД. В основу модели было положено выражение (3). Математическая модель позволяет определять рациональные угловые размеры θ_1 чувствительных элементов датчика, при которых датчик будет обладать минимальной погрешностью $\delta(\theta_1)$ и максимальным пространственным диапазоном измерения a . Полученные в результате математического моделирования ДД рациональные угловые размеры сведены в табл. 1 и представлены в виде графиков на рис. 2а, б.

Из табл. 1 и графиков (рис. 2а, б) следует, что рациональный диапазон угловых размеров ЧЭ ограничен условием $57^\circ < \theta_1 < 62^\circ$. Угловым размерам ЧЭ из этого диапазона будет соответствовать погрешность, выбираемая из условия $|\pm 0,19\%| < \delta < |\pm 3,8\%|$, и верхнее значение пространственного диапазона измерения, выбираемое из условия $0,41 < a < 0,96$. Согласно графикам (рис. 2), ДД с угловым размером ЧЭ, равным $\theta_1 = 58,77^\circ$, имеют погрешность $\delta = \pm 2\%$ и пространственный диапазон измерения $0 < a < 0,78$, что соответствует расстоянию до источника поля $d \approx 1,28R$. График изменения этой погрешности в пределах $-2\% < \delta < +2\%$ в пространственном диапазоне $0 < a < 0,78$ представлен на рис. 3.

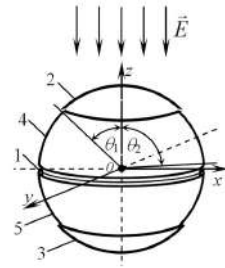


Рис. 4. Сферический однокоординатный датчик напряженности электрического поля двойного типа

Сдвоенный сферический датчик. Рассмотрим сдвоенный сферический датчик (СД) с накладными ЧЭ. В состав сдвоенного датчика входит два двойных датчика (ДД), составляющих единое целое (рис. 4). Конструкция СД [14] включает в себя проводящее тело 1 сферической формы и четыре проводящих ЧЭ 2-5 в форме сферических сегментов. ЧЭ 2, 4 и 3, 5 наложены друг на друга и на сферу, изолированы между собой и сферой и расположены на одной координатной оси z. Первая пара ЧЭ 2, 3 ограничена угловым размером θ_1 , а вторая пара ЧЭ 4, 5 ограничена угловым размером $\theta_2 \leq 90^\circ$.

Помещая СД в ЭП, на выходах его двойных датчиков индуцируются дифференциальные заряды. Эти заряды можно определить по выражению (2), подставляя в него соответствующие угловых размеров ЧЭ. При подстановке необходимо учитывать, что

$$E_1(t) = E(t) \cdot [1 + \delta_1(\theta_1)], \quad (4)$$

$$E_2(t) = E(t) \cdot [1 + \delta_2(\theta_2)]. \quad (5)$$

Погрешности $\delta_1(\theta)$ и $\delta_2(\theta)$ определяются выражением (3), соответственно, подставляя в них угловые $\theta_1 = 45^\circ$ и $\theta_1 = 90^\circ$ ЧЭ.

С учетом того, что выходной сигнал двойного датчика формируется как среднее значение из $E_1(t)$ и $E_2(t)$ в соответствии с методом измерений НЭП по среднему значению [10, 11], то выходной заряд СД можно представить как

$$q = \frac{E_1(t) + E_2(t)}{2} = -6\pi\epsilon\epsilon_0 R^2 \cdot \left(1 + \frac{\delta_1(\theta_1) + \delta_2(\theta_2)}{2}\right) \cdot E(t), \quad (6)$$

$$\text{где } \delta = \frac{\delta_1(\theta_1) + \delta_2(\theta_2)}{2} \quad (7)$$

— погрешность от неоднородности поля СД.

Следует отметить, что выражение (7) связывает погрешность СД от неоднородности поля, угловые размеры θ_1 и θ_2 его ЧЭ 2-3 и 4-5 и линейные размеры R датчика. Эта взаимосвязь позволила составить математическую модель СД.

Проведенное математическое моделирование СД, аналогичное моделированию ДД выявило рациональные угловые размеры θ_1 и θ_2 ЧЭ. При моделировании выявлялись угловые размеры θ_1 и θ_2 ЧЭ, при которых погрешность δ была минимальна в максимально возможном пространственном диапазоне измерения a . Рассмотрены два варианта выбора ЧЭ сдвоенного датчика.

Первый вариант построения СД предусматривал выбор таких угловых размеров θ_1 и θ_2 ЧЭ, при

Таблица 2

Результаты исследования сдвоенного датчика. Вариант 1

	1	2	3	4	5	6	7
θ_1 , град.	52,25	52	50,95	49,9	49	48,29	47,75
θ_2 , град.	62,5	63	65	67,5	70	72,5	75
δ , %	$\pm 4,02$	$\pm 3,98$	$\pm 3,84$	$\pm 3,67$	$\pm 3,51$	$\pm 3,35$	$\pm 3,20$
a	$0 \leq a \leq 1$	$0 \leq a \leq 1$	$0 \leq a \leq 1$	$0 \leq a \leq 1$	$0 \leq a \leq 1$	$0 \leq a \leq 1$	$0 \leq a \leq 1$
	8	9	10	11	12	13	
θ_1 , град.	47,33	46,94	46,67	46,52	46,4	46,38	
θ_2 , град.	77,5	80	82,5	85	87,5	90	
δ , %	$\pm 3,07$	$\pm 2,95$	$\pm 2,87$	$\pm 2,81$	$\pm 2,77$	$\pm 2,76$	
a	$0 \leq a \leq 1$	$0 \leq a \leq 1$	$0 \leq a \leq 1$	$0 \leq a \leq 1$	$0 \leq a \leq 1$	$0 \leq a \leq 1$	

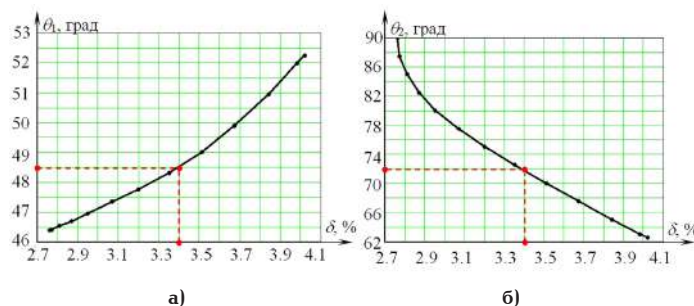
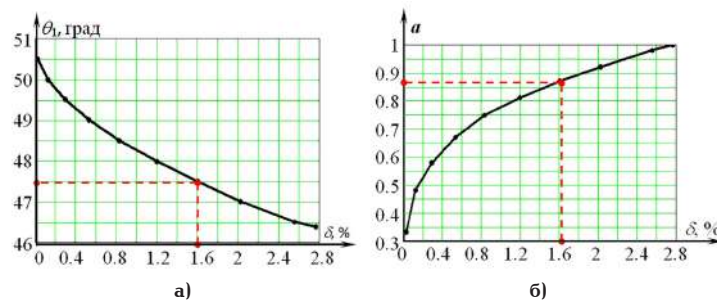


Рис. 5. Графики зависимости: а) зависимость $\theta_1(\delta)$; б) зависимость $\theta_2(\delta)$

Результаты исследования сдвоенного датчика. Вариант 2

	1	2	3	4	5
θ_1 , град.	46,38	46,5	47	47,5	48
θ_2 , град.	90	90	90	90	90
δ , %	$\pm 2,76$	$\pm 2,55$	$\pm 2,02$	$\pm 1,6$	$\pm 1,19$
a	$0 \leq a \leq 1$	$0 \leq a \leq 0,98$	$0 \leq a \leq 0,92$	$0 \leq a \leq 0,87$	$0 \leq a \leq 0,81$
	6	7	8	9	10
θ_1 , град.	48,5	49	49,5	50	50,5
θ_2 , град.	90	90	90	90	90
δ , %	$\pm 0,83$	$\pm 0,53$	$\pm 0,29$	$\pm 0,12$	$\pm 0,02$
a	$0 \leq a \leq 0,75$	$0 \leq a \leq 0,67$	$0 \leq a \leq 0,58$	$0 \leq a \leq 0,48$	$0 \leq a \leq 0,33$

Рис. 6. Графики зависимости: а) зависимость $\theta_1(\delta)$; б) зависимость $a(\delta)$

которых во всем пространственном диапазоне измерений $0 \leq a \leq 1$ погрешность измерения была бы равна $\pm \delta$.

Второй вариант построения СД предусматривал уменьшение погрешности измерения δ за счет уменьшения пространственного диапазона измерений $0 \leq a < 1$.

Результатом математического моделирования первого варианта явились полученные:

- рациональные угловые размеры ЧЭ сдвоенного датчика;
- взаимосвязь угловых размеров ЧЭ с погрешностью δ от неоднородности ЭП;
- взаимосвязь угловых размеров ЧЭ с пространственным диапазоном измерения a .

По результатам моделирования составлена табл. 2 и построены графики (рис. 5).

Из табл. 2 и рис. 5 следует, что СД при различных сочетаниях угловых размеров θ_1 и θ_2 ЧЭ могут иметь погрешность δ от неоднородности поля в пределах $|\pm 2,76| \% < \delta < |\pm 4,02| \%$ для всего пространственного диапазона измерения $0 < a = 1$. Однако сочетания угловых размеров $\theta_1 = 46,38^\circ$ и $\theta_2 = 90^\circ$ ЧЭ можно считать оптимальными. Для такого сочетания угловых размеров ЧЭ датчика минимально возможная погрешность от неоднородности поля не будет превышать $\delta = \pm 2,76 \%$ в полном пространственном диапазоне измерения $0 \leq a = 1$.

В результате математического моделирования СД по второму варианту (ЧЭ 4,5 выполнены в форме полусфер с $\theta_2 = 90^\circ$) выявлены верхние границы пространственного диапазона измерений a , принимающие значения от 0,33 до 0,98, в которых погрешность СД от неоднородности ЭП может принимать значения в пределах $0,02 \% < \delta < 2,55 \%$. Результаты моделирования занесены в табл. 3 и представлены в виде графиков (рис. 6).

На рис. 6 представлен график, который по заданной погрешности от неоднородности ЭП позволяет выбрать угловой размер θ_1 ЧЭ при $\theta_2 = 90^\circ$. Так, например, для выбранной погрешности $\delta = 1,6 \%$ угловой размер ЧЭ будет $\theta_1 = 47,5^\circ$, а пространственный диапазон измерения $0 \leq a \leq 0,87$.

Из табл. 3 и рис. 6 можно определиться с оптимальным решением построения СД с угловым размером ЧЭ $\theta_1 = 48,5^\circ$, которому будут соответствовать погрешность $\delta = \pm 0,83 \%$ от неоднородности поля и пространственный диапазон измерения $0 \leq a \leq 0,75$.

Сравнительное исследование. Критерии сравнительного исследования ДД и СД включают в себя [15, 16]:

- 1) технологии изготовления;
- 2) конструктивным параметрам (R , θ_1 , θ_2);
- 3) метрологическим характеристикам (δ , a).

По технологии изготовления датчики мало отличаются друг от друга. Это отличие заключается в структуре построения датчиков. Оба датчика имеют слоистую структуру типа «проводник – диэлектрик – проводник». Двойной датчик выполнен по структуре «проводник – диэлектрик – проводник», а сдвоенный — по структуре «проводник – диэлектрик – проводник – диэлектрик – проводник». В качестве проводников выступают сферическое основание датчика и его чувствительные элементы. При использовании методов напыления процесс изготовления сдвоенного датчика несколько усложняется.

Из выражений (2) и (3) установлено, что на систематическую погрешность исследуемых датчиков одинаковое влияние оказывают радиус сферического основания R и угловые размеры чувствительных элементов θ_1 и θ_2 . Основные отличия сдвоенных и двойных датчиков в их метрологических характеристиках, таких как погрешность от неоднород-

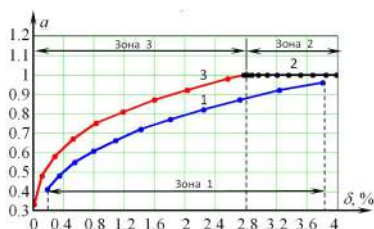


Рис. 7. Результаты сравнения сдвоенного и двойного датчиков и зоны их использования: зона 1 — двойной датчик с $57^\circ < \theta_1 < 62^\circ$; зона 2 — сдвоенный датчик с $46,38^\circ < \theta_1 < 52,25^\circ$ и $62,5^\circ < \theta_2 < 90^\circ$; зона 3 — сдвоенный датчик с $46,5^\circ < \theta_1 < 50,5^\circ$ и $\theta_2 = 90^\circ$

ности ЭП δ и пространственный диапазон измерения a .

Сравним метрологические характеристики ДД и СД и представим их на рис. 7. На нем в виде графиков показана зависимость $a(\delta)$ для двойного датчика (график «зона 1», соответствующий рис. 2б) и двух вариантов сдвоенного датчика «зона 2» и «зона 3». Первому варианту соответствует график зоны 2, для которого $a(\delta) = 1$. Второму варианту — график «зона 3», соответствующий графику, приведенному на рис. 6б. Из рис. 7 видно, что при равенстве погрешностей сдвоенных и двойных датчиков сдвоенные датчики имеют более широкий пространственный диапазон измерения. Для первого варианта построения СД соответствует максимальный пространственный диапазон измерений $0 \leq a \leq 1$, в котором минимально возможные погрешности могут лежать в диапазоне $|\pm 2,76\%| < \delta < |\pm 4,02\%|$.

Оптимальной погрешностью этого диапазона следует считать погрешность $\delta = \pm 2,76\%$, для которой угловые размеры чувствительных элементов сдвоенного датчика должны иметь значения $\theta_1 = 46,38^\circ$ и $\theta_2 = 90^\circ$.

Второй вариант построения сдвоенного датчика целесообразно использовать в пространственном диапазоне измерений, т.е. в диапазоне $0 \leq a < 1$. Этот диапазон считается менее опасным, т.к. в нем исключаются касания датчика источника поля. В этом пространственном диапазоне погрешность датчика может принимать значения $|\pm 0,02\%| < \delta < |\pm 2,55\%|$. Однако наиболее безопасным считается диапазон $0 \leq a \leq 0,5$, когда просвет между датчиком и источником поля равен радиусу датчика R. В безопасном диапазоне $0 \leq a \leq 0,5$ погрешность от неоднородности поля СД не превысит $\delta \leq |\pm 0,12\%|$ (табл. 3). Для обеспечения такой погрешности СД должен иметь угловые размеры ЧЭ, равные $\theta_1 = 50^\circ$ и $\theta_2 = 90^\circ$.

Итак, сравнительные исследования показали значительные преимущества по метрологическим характеристикам сдвоенных датчиков перед двойными.

Результаты исследования. Результаты исследований позволили:

1) установить параметры сдвоенных и двойных сферических датчиков напряженности ЭП, влияющие на их метрологические характеристики. К ним можно отнести технологические и конструктивные параметры датчиков;

2) установить, что сдвоенные и двойные датчики незначительно отличаются по технологическим и конструктивным параметрам. Отличие наблюда-

ется только по сложности изготовления. Сдвоенные датчики несколько сложны в изготовлении;

3) сравнить сдвоенные и двойные датчики по метрологическим характеристикам;

4) установить, что лучшими метрологическими характеристиками обладают сдвоенные датчики.

Выводы. Результаты исследований позволили сделать следующие выводы и заключение:

1) значительными преимуществами по метрологическим характеристикам в сравнении сдвоенных и двойных датчиков напряженности ЭП обладают сдвоенные датчики;

2) интерес могут представлять два варианта построения сдвоенных датчиков:

— первый вариант сдвоенного датчика обладает погрешностью $\delta = \pm 2,76\%$ в широком пространственном диапазоне измерений $0 \leq a \leq 1$ при выполнении его ЧЭ с угловыми размерами $\theta_1 = 46,38^\circ$ и $\theta_2 = 90^\circ$;

— второй вариант сдвоенного датчика обладает погрешностью $\delta = \pm 0,12\%$ в полном пространственном диапазоне измерений $0 \leq a \leq 0,5$ при выполнении его ЧЭ с угловыми размерами $\theta_1 = 50^\circ$ и $\theta_2 = 90^\circ$.

Заключение. Сдвоенные датчики перспективны. Они позволяют значительно повысить точность измерения напряженности неоднородного ЭП в широком пространственном диапазоне измерения.

Библиографический список

- Птицына Н. Г., Виллорези Д., Дорман Л. И. [и др.]. Естественные и техногенные низкочастотные магнитные поля как факторы, потенциально опасные для здоровья // Успехи физических наук. 1998. № 168 (7). С. 767–791. DOI: 10.3367/UFNr.0168.199807d.0767.
- ГОСТ 12.1.045-84 ССБТ. Электростатические поля. Допустимые уровни на рабочих местах и требования к проведению контроля. Введ. 01–07–1995. Москва: Стандартинформ, 2006. 4 с.
- Коробкова В. П., Морозов Ю. А., Стояров М. Д. [и др.]. Воздействие электрического поля распределительных устройств 500 и 750 кВ на обслуживающий персонал и средства для его защиты // Подстанции переменного тока: материалы Международ. конф. по большим электрическим системам (СИГРЭ-72). Москва: Энергоатомиздат, 1974. С. 33–43.
- Дез Ж., Пиррот П. Расчет и измерение напряженности электрического поля вблизи устройств высокого напряжения // Влияние электроустановок высокого напряжения на окружающую среду: пер. докл. междунар. конф. по большим электрическим системам (СИГРЭ-76) / под ред. Ю. П. Шкарина. Москва: Энергия, 1979. С. 10–19.
- Ложников В. Я. Цифровой измеритель напряженности электрического поля промышленной частоты // Приборы и техника эксперимента. 1981. № 1. С. 275.
- Гатман С. Двойной измеритель электрического поля с защитой // Приборы для научных исследований. 1968. № 1. С. 45–49.
- Берент Г. Н., Плейс И. Р. Датчик электрического поля // Приборы для научных исследований. 1971. № 6. С. 141–142.
- Misakian M., Kotter F. R., Kahler R. L. Miniature ELF Electric Field Probe // Instruments for scientific research. 1978. Vol. 7. P. 933–935. DOI: 10.1063/1.1135497.
- Biryukov S. V., Kaidanov F. G., Kats R. A., Lozhnikov V. Ya. Calculation and measurement of fields on EHV and UHV substations and near transmission lines // CIGRE-86. International Conference on Large High Voltage Electric Systems. Report 36-06, Session 27th August – 4th September. Paris. 1986. 5 p.
- Пат. 2776097 С1 Российская Федерация, МПК G 01 R 29/12. Способ измерения напряженности электрического поля с использованием датчика сдвоенного типа / Бирю-

ков С. В., Тюкина Л. В., Тюкин А. В. № 2021120706; заявл. 14.07.2021; опубл. 13.07.2022. Бюл. № 20.

11. Тюкина Л. В. Модернизированный метод измерения напряженности электрического поля по среднему значению сдвоенными датчиками и устройства его реализации // Динамика систем, механизмов и машин. 2021. Т. 9, № 3. С. 64–72. DOI: 10.25206/2310-9793-9-3-64-72.

12. Чугунов С. А., Юркевич В. М. Расширение зоны измерения параметров электрического поля при применении зондового метода // Измерительная техника. 1981. № 1. С. 33–35.

13. Бирюков С. В. Измерение напряженности электрических полей в диэлектрических средах электроиндукционными датчиками. Методы и средства измерений: моногр. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2011. 196 с.

14. Пат. 207465 U1 Российская Федерация, МПК G01R 29/12. Устройство для измерения напряженности электрического поля со сдвоенным датчиком / Тюкина Л. В., Данышина В. В. № 202111599; заявл. 23.04.2021; опубл. 28.10.2021. Бюл. № 31.

15. Бирюков С. В., Глуховева Е. Г., Тюкин А. В. Сравнительный анализ плоских многоэлементных датчиков напряженности электрического поля с круглым основанием и различными конструктивными особенностями // Омский научный вестник. 2020. № 3 (171). С. 57–64. DOI: 10.25206/1813-8225-2020-171-57-64.

16. Xia D., Ma Q., Xie Y. A Power-Frequency Electric Field Sensor for Portable Measurement // Sensor (Basel Switzerland). 2018. № 18 (4). P. 1053. DOI: 10.3390/s18041053.

БИРЮКОВ Сергей Владимирович, доктор технических наук, профессор (Россия), профессор кафедры «Физика» Омского государственного технического университета, г. Омск.

SPIN-код: 9384-0078

ORCID: 0000-0002-1362-9911

AuthorID (SCOPUS): 7006438919

Адрес для переписки: sbiryukov154@mail.ru

Для цитирования

Бирюков С. В. Сравнительное исследование двойного и сдвоенного электроиндукционных сферических датчиков напряженности электрического поля // Омский научный вестник. 2024. № 3 (191). С. 125–132. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-125-132.

Статья поступила в редакцию 18.12.2023 г.

© С. В. Бирюков

UDC 621.317.328

DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-125-132

EDN: IXQSUI

S. V. BIRYUKOV

Omsk State
Technical University,
Omsk, Russia

COMPARATIVE STUDY OF DOUBLE AND DUAL ELECTROINDUCTION SPHERICAL ELECTRIC FIELD STRENGTH SENSORS

The work provides a comparative study of double and dual electric field strength sensors. The comparison examined the design, technological and metrological parameters of the sensors, as well as the complexity of their measuring circuits. Research has revealed similarities in the design and technological parameters of the sensors and differences in metrological characteristics and the complexity of the measuring circuits. In terms of metrological characteristics, dual sensors are significantly superior to double ones. It has been established that a dual sensor having sensitive elements with angular dimensions $\theta_1=46,38^\circ$, and $\theta_2=90^\circ$, has a smaller error due to field inhomogeneity. The error does not exceed $\delta \leq \pm 2,76\%$ in the spatial measurement range $0 \leq a \leq 1$. With the same error, double sensors can only be used in a limited spatial measurement range of $0 \leq a \leq 0,89$. It is shown that dual sensors are superior to dual sensors in terms of metrological parameters. This indicates the advisability of their use.

Keywords: electric field strength, electric field sensor, double sensor, dual type sensor, measurement error, distance to the field source.

References

1. Ptitsyna N. G., Villorezi D., Dorman L. I. [et al.] Estestvennyye i tekhnogennyye nizkочастотnyye magnitnyye polya kak faktory, potentsial'no opasnyye dlya zdorov'ya [Natural and man-made low-frequency magnetic fields as a potential health hazard] //

Uspekhi fizicheskikh nauk. *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*. 1998. No. 168 (7). P. 767–791. DOI: 10.3367/UFNr.0168.199807d.0767. (In Russ.).

2. GOST 12.1.045-84 SSBT. Elektrostaticheskiye polya. Dopustimyye urovni na rabochikh mestakh i trebovaniya k provedeniyu kontrolya [Occupational safety standards system.

Electrostatic fields. Tolerance levels and methods of control at working places]. Moscow, 2006. 4 p. (In Russ.).

3. Korobkova V. P., Morozov Yu. A., Stolyarov M. D. [et al.]. Vozdeystviye elektricheskogo polya raspredelitel'nykh ustroystv 500 i 750 kV na obsluzhivayushchiy personal i sredstva dlya ego zashchity [Impact of electric field of 500 and 750 kV switchgears on operating personnel and means for their protection] // Podstantsii peremennogo toka. *Alternating Current Substations*. Moscow, 1974. P. 33–43. (In Russ.).

4. Dez Zh., Pirrot P. Raschet i izmereniye napryazhennosti elektricheskogo polya vblizi ustroystv vysokogo napryazheniya [Calculation and measurement of electric field strength in the vicinity of high voltage devices] // Vliyaniye elektroustanovok vysokogo napryazheniya na okruzhayushchuyu sredu. *Environmental Impact of High Voltage Electrical Installations* / Ed. by. Yu. P. Shkarina. Moscow, 1979. P. 10–19. (In Russ.).

5. Lozhnikov V. Ya. Tsifrovoy izmeritel' napryazhennosti elektricheskogo polya promyshlennoy chastoty [Digital meter of electric field strength at industrial frequency] // Pribory i tekhnika eksperimenta. *Instrumentation and Experimental Techniques*. 1981. No. 1. P. 275. (In Russ.).

6. Gatman S. Dvoynoy izmeritel' elektricheskogo polya s zashchitoy [Double electric field meter with protection] // Pribory dlya nauchnykh issledovaniy. *Research Instruments*. 1968. No. 1. P. 45–49. (In Russ.).

7. Berent G. N., Pleys I. R. Datchik elektricheskogo polya [Electric field sensor] // Pribory dlya nauchnykh issledovaniy. *Research Instruments*. 1971. No. 6. P. 141–142. (In Russ.).

8. Misakian M., Kotter F. R., Kahler R. L. Miniature ELF Electric Field Probe // Instruments for scientific research. 1978. Vol. 7. P. 933–935. DOI: 10.1063/1.1135497. (In Engl.).

9. Biryukov S. V., Kaidanov F. G., Kats R. A., Lozhnikov V. Ya. Calculation and measurement of fields on EHV and UHV substations and near transmission lines // CIGRE-86. International Conference on Large High Voltage Electric Systems. Report 36-06, Session 27th August – 4th September. Paris, 1986. 5 p. (In Engl.).

10. Patent 2776097 S1 Russian Federation, IPC G 01 R 29/12. Sposob izmereniya napryazhennosti elektricheskogo polya s ispol'zovaniyem datchika sdvoyennogo tipa [Method for measuring electric field strength using a dual-type sensor] // Biryukov S. V., Tyukina L. V., Tyukin A. V. No. 2021120706. (In Russ.).

11. Tyukina L. V. Modernizirovannyy metod izmereniya napryazhennosti elektricheskogo polya po srednemu znacheniyu sdvoyennymi datchikami i ustroystva ego realizatsii [An upgraded method for measuring the electric field strength by the average value of dual sensors and devices for its implementation] //

Dinamika sistem, mekhanizmov i mashin. *Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines*. 2021. Vol. 9, no 3. P. 64–72. DOI: 10.25206/2310-9793-9-3-64-72. (In Russ.).

12. Chugunov S. A., Yurkevich V. M. Rasshireniye zony izmereniya parametrov elektricheskogo polya pri primenenii zondovogo metoda [Extension of the electric field measurement area using the probe method] // Izmeritelnaya tekhnika. *Measuring Technology*. 1981. No. 1. P. 33–35. (In Russ.).

13. Biryukov S. V. Izmereniye napryazhennosti elektricheskikh poley v dielektricheskikh sredakh elektroinduktсионными datchikami. Metody i sredstva izmereniy [Measurement of electric field strength in dielectric media by electroinduction sensors. Methods and means of measurement]. Omsk, 2011. 196 p. (In Russ.).

14. Patent 207465 U1 Russian Federation, IPC G 01 R 29/12. Ustroystvo dlya izmereniya napryazhennosti elektricheskogo polya so sdvoyennym datchikom [Device for measuring electric field strength with dual sensor] / Tyukina L. V., Dan'shina V. V. No. 202111599. (In Russ.).

15. Biryukov S. V., Glukhoverya E. G., Tyukin A. V. Sravnitel'nyy analiz ploskikh mnogoelementnykh datchikov napryazhennosti elektricheskogo polya s kruglym osnovaniyem i razlichnymi konstruktivnymi osobennostyami [Comparative analysis of flat multi-element electric field strength sensors with round base and various design features] // Omskiy nauchnyy vestnik. *Omsk Scientific Bulletin*. 2020. No. 3 (171). P. 57–64. DOI: 10.25206/1813-8225-2020-171-57-64. (In Russ.).

16. Xia D., Ma Q., Xie Y. A Power-Frequency Electric Field Sensor for Portable Measurement // Sensor (Basel Switzerland). 2018. No. 18 (4). P. 1053. DOI: 10.3390/s18041053. (In Engl.).

BIRYUKOV Sergey Vladimirovich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of Physics Department, Omsk State Technical University, Omsk.

SPIN-code: 9384-0078

ORCID: 0000-0002-1362-9911

AuthorID (SCOPUS): 7006438919

Correspondence address: sbiryukov154@mail.ru

For citations

Biryukov S. V. Comparative study of double and dual electroinduction spherical electric field strength sensors // Omsk Scientific Bulletin. 2024. No. 3 (191). P. 125–132. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-125-132.

Received December 18, 2023.

© S. V. Biryukov

ИМПЕДАНС ПРОТОЧНОЙ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОЙ ЯЧЕЙКИ С СИСТЕМОЙ ПЛАНАРНЫХ ВСТРЕЧНО-ШТЫРЕВЫХ МИКРОЭЛЕКТРОДОВ

В статье рассмотрена проточная электрохимическая ячейка с планарными встречно-штыревыми микроэлектродами, предназначенная для импедансных исследований жидких веществ. Для оценки влияния высоты ячейки и геометрических параметров встречно-штыревых микроэлектродов на импеданс ячейки предложен аналитический подход, в котором используется несколько уровней моделирования электрохимических процессов в ячейке. Вначале в структуре ячейки выделяется элементарная двумерная подобласть, для которой определяется распределение потенциала путем решения дифференциального уравнения электропроводности. Используя полученное распределение потенциала, определяются линейные параметры элементарной подобласти, ее линейное сопротивление и линейная емкость, на основе которых находятся сопротивление и емкость системы встречно-штыревых микроэлектродов. Импеданс электрохимической ячейки с встречно-штыревыми микроэлектродами определяется с помощью ее эквивалентной электрической схемы, которая включает сопротивление и емкость системы встречно-штыревых микроэлектродов, емкость двойного электрического слоя на поверхности каждого микроэлектрода и сопротивление выводов встречно-штыревых микроэлектродов. Используя выражение для импеданса электрохимической ячейки, определяются ее диаграммы Найквиста и Боде для различных значений высоты ячейки и геометрических параметров системы встречно-штыревых микроэлектродов (ширины штырей и расстояния между ними). Представленный аналитический подход может найти применение при анализе процессов в проточной электрохимической ячейке с встречно-штыревыми микроэлектродами, ее проектировании и разработке методического обеспечения для импедансных исследований жидких веществ с ее помощью.

Ключевые слова: электрохимическая ячейка, система встречно-штыревых микроэлектродов, импеданс, эквивалентная электрическая схема, диаграмма Найквиста, диаграмма Боде, модуль импеданса, аргумент импеданса.

1. Введение. Оперативным и практичным методом определения и исследования свойств жидких веществ является импедансная спектроскопия, которая базируется на изучении частотной зависимости комплексного сопротивления (импеданса) электрохимической ячейки с исследуемым веществом. Данный метод характеризуется высокой надежностью и простотой применения, что позволяет использовать его в различных областях, таких как химия, биология, медицина [1].

Основным преимуществом методов импедансной спектроскопии является возможность исследовать небольшие объемы вещества без их разрушения, что позволяет применять данные методы в микроаналитической технике, в интегрированных аналитических системах «lab-on-a-chip» и при

исследовании биологических субстанций вплоть до клеточного уровня.

Электрохимическая ячейка (ЭХЯ), используемая для измерения импеданса жидких веществ, представляет собой систему электродов (чаще всего двух электродов), расположенную в герметичном сосуде. В указанный сосуд помещают (стационарный режим измерения) или через него пропускают (проточный режим измерения) некоторый объем жидкости. Измеряемый импеданс электрохимической ячейки зависит как от свойств исследуемого вещества (удельная электрическая проводимость, диэлектрическая проницаемость), так и от конструкции самой ячейки и системы электродов. Для учета конструктивных параметров электрохимической ячейки используется параметр «постоянная

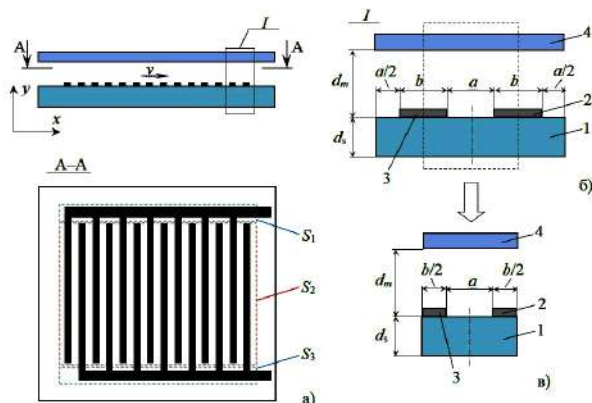


Рис. 1. Система встречно-штыревых микроэлектродов и ее единичные область и подобласть: (а) вид системы микроэлектродов; (б) сечение единичной области; (в) сечение единичной подобласти; 1 — подложка; 2, 3 — штыри микроэлектродов; 4 — верхняя стенка микроканала

ячейка», с помощью которого интегрально учитываются ее размеры, форма и геометрические размеры электродов, а также их расположение. Используя этот параметр и измеренное значение импеданса, можно определить электрофизические характеристики исследуемого вещества: диэлектрическую проницаемость и удельную электрическую проводимость.

В настоящее время для измерения электрохимического импеданса жидких веществ небольшого объема используются системы микроэлектродов различной конструкции [2]. Микроэлектроды могут быть использованы в ячейках небольших размеров, в миниатюрных ячейках, полученных по микро-системной технологии, а также непосредственно в каналах и микроканалах при проточном режиме измерения. Среди данных систем наиболее широкое применение получили системы планарных встречно-штыревых микроэлектродов (ВШМЭ) (рис. 1) благодаря простоте конструкции и технологии изготовления, а также возможности измерения импеданса в широком диапазоне значений. Однако из-за планарного расположения встречно-штыревых микроэлектродов электрическое поле в системе микроэлектродов является неоднородным. Это затрудняет анализ процессов в системах данных микроэлектродов и определение их параметров, в частности постоянной ячейки.

К настоящему времени выполнен ряд работ, которые посвящены моделированию и анализу на его основе процессов в системе ВШМЭ и определению параметров ячеек с данными микроэлектродами [3–18]. В указанных работах для моделирования процессов собственно в системе ВШМЭ используются численные методы (в основном метод конечных элементов) и аналитические методы на основе конформных отображений. Для моделирования процессов в электрохимической ячейке с системой ВШМЭ используются эквивалентные электрические схемы, элементы которых включают как электрические параметры системы микроэлектродов, так и электрические параметры среды (сопротивление электролита, емкость ячейки, сопротивление и емкость двойного электрического слоя на границах электрод-электролит).

В [3] представлено аналитическое выражение для постоянной электрохимической сенсорной

ячейки с системой планарных ВШМЭ. Выражение получено при использовании метода конформных отображений. В работе [4] проведена оптимизация планарной системы ВШМЭ для измерения импеданса очень низких концентраций электролита. Для этого использованы метод конформного отображения и электрическая эквивалентная схема ячейки. В [5] приведены теоретические выражения, описывающие электрохимическую ячейку, содержащую высокорезистивные неводные промышленные жидкости. Приближенные уравнения для электростатического потенциала и емкости системы встречно-штыревых электродов получены в работе [6]. В работах [7, 8] представлены аналитические выражения для емкости между двумя электродами встречно-штыревого емкостного датчика на основе конформных методов отображения. В работе [9] для описания процессов, происходящих в электрохимической ячейке с планарными ВШМЭ, используется ее эквивалентная электрическая схема. Она состоит из двух параллельных ветвей, одна из которых содержит последовательно соединенные два конденсатора и резистор. Емкость каждого конденсатора эквивалентна емкости двойного электрического слоя на соответствующем электроде, а сопротивление резистора — сопротивлению электролита в ячейке. Вторая ветвь эквивалентной схемы содержит конденсатор с емкостью, равной емкости ячейки. В работах [10, 11] авторы, применяя моделирование методом конечных элементов и эквивалентную электрическую схему ячейки с ВШМЭ, оптимизировали датчик для биоимпедансной спектроскопии. В [12] при использовании эквивалентной электрической модели для системы ВШМЭ и программное обеспечение CoventorWare оптимизирована геометрическая структура ВШМЭ, что позволило расширить диапазон частот измерения за счет уменьшения эффекта поляризации. В [13] разработан метод моделирования импедансных систем биосенсоров с использованием программного обеспечения COMSOL Multiphysics. Точная модель для импеданса системы из встречно-штыревых микроэлектродов на тонкопленочном твердом электролите и ее численное решение (COMSOL Multiphysics) предложены в [14]. В работе [15] получены аналитические выражения на основе конформных отображений, которые были использованы для определения емкости многослойных структур с ВШМЭ с дополнительным параллельным непрерывным электродом. Метод конформного преобразования и метод рекурсивных изображений были применены в [16] для нахождения распределения потенциала и электрического поля, а также емкости между ВШМЭ в многослойных диэлектрических структурах. В работе [17] моделирование импеданса методом конечных элементов (COMSOL Multiphysics) использовалось для установления связи между характеристиками и физическими размерами встречно-штыревых электродов. Данные проведенного моделирования сравниваются с результатами экспериментальных исследований. Результаты сравнения представлены в [18].

Анализ рассмотренных работ показывает, что для определения более точного значения электрического импеданса электрохимической ячейки с ВШМЭ и оптимизации структуры ВШМЭ необходимо знать распределение потенциала и плотности тока в системе микроэлектродов. Однако до настоящего времени электрофизические процессы в электрохимических ячейках с ВШМЭ рассматривались

упрощенно, без детального учета геометрических параметров микроэлектродов и размеров ячейки, в первую очередь ее высоты.

Существует несколько подходов, позволяющих решить эту задачу, но наиболее удобным и простым является способ, рассмотренный в [11]. В основе данного способа лежит численное моделирование и использование эквивалентной электрической схемы ячейки. Численное моделирование имеет ряд недостатков. При изменении исходных параметров объекта моделирования необходимо переопределять параметры численного моделирования. Рассчитанные данные требуют специальных подходов для их обработки и при дальнейшем использовании. Точность и время расчетов определяются вычислительной мощностью используемого компьютера. Альтернативным подходом к изучению импеданса электрохимической ячейки с ВШМЭ является аналитическое моделирование, которое из-за особенностей ВШМЭ не получило широкого распространения.

Цель данной статьи — разработка аналитического подхода для исследования влияния геометрических параметров электрохимической ячейки и системы ВШМЭ на измеряемый с их помощью импеданс электрохимической ячейки с анализируемым веществом (этиловый спирт).

2. Аналитический подход для исследования импеданса электрохимической ячейки с ВШМЭ. Для аналитического исследования влияния геометрических параметров ВШМЭ на измеряемый с их помощью импеданс электрохимической ячейки предлагается подход, состоящий из следующих этапов:

1. *Выделение области моделирования в системе встречно-штыревых микроэлектродов.* Электрохимическая ячейка с планарными встречно-штыревыми электродами имеет следующие особенности:

— трансляционная симметрия вдоль координаты x ;

$$\begin{aligned} \varphi_j = & \frac{1}{l_j b_j \sigma_j} [-\delta_0^{(j,s)} - \delta_0^{(j,t)} + \delta_0^{(j,u)} + \delta_0^{(j,v)}] + \\ & + \frac{2}{l_j b_j \sigma_j} \sum_{k=1}^{\infty} [(-1)^k \delta_0^{(j,s)} - \delta_k^{(j,t)} + \delta_0^{(j,u)} + \delta_k^{(j,v)}] \frac{1}{(k\pi/l_j)^2} \cos\left(\frac{k\pi x_j}{l_j}\right) + \\ & + \frac{2}{l_j b_j \sigma_j} \sum_{m=1}^{\infty} [-\delta_m^{(j,s)} - (-1)^m \delta_0^{(j,t)} + \delta_m^{(j,u)} + \delta_0^{(j,v)}] \frac{1}{(m\pi/b_j)^2} \cos\left(\frac{m\pi y_j}{b_j}\right) + \\ & + \frac{4}{l_j b_j \sigma_j} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} [(-1)^k \delta_m^{(j,s)} - (-1)^m \delta_k^{(j,t)} + \delta_m^{(j,u)} + \delta_k^{(j,v)}] \times \\ & \times \frac{1}{(k\pi/l_j)^2 + (m\pi/b_j)^2} \cos\left(\frac{k\pi x_j}{l_j}\right) \cos\left(\frac{m\pi y_j}{b_j}\right), \end{aligned} \quad (3)$$

где l_j и b_j — длина и ширина зоны j соответственно; k и m — индексы суммирования по координатам x_j и y_j соответственно; s, t, u и v — индексы зон, расположенных справа, сверху, слева и снизу от зоны j соответственно; $\delta_m^{(j,s)}, \delta_k^{(j,t)}, \delta_m^{(j,u)}$ и $\delta_k^{(j,v)}$ — весовые коэффициенты, определяющие плотность тока на границах между зонами и границах с электродами.

Неизвестные значения весовых коэффициентов определяются из рассмотрения граничных условий сопряжения на границах зон. При этом формируется система линейных уравнений, решение которой позволяет определить их значение [19].

3. *Определение линейного сопротивления электролита между участками ВШМЭ и общего сопро-*

— площадь области, занятой штырями микроэлектродов (область S_2 , рис. 1а) значительно больше площади областей контактов штырей к основным пленочным проводникам (области S_1 и S_3 , рис. 1а). Это является основанием считать, что основные электрохимические процессы в электролите будут проходить над областью S_2 . Учет данных особенностей позволяет упростить задачу нахождения импеданса ЭХЯ с ВШМЭ. Достаточно рассмотреть процессы в двумерной элементарной подобласти (плоскость xu , рис. 1в), которая в дальнейшем будет рассматриваться как область моделирования.

2. *Определение распределения потенциала и плотности тока в области моделирования.* В выделенной области моделирования (рис. 1в) можно выделить три прямоугольные двумерные зоны в зависимости от вида граничных условий (две зоны с электродами и одна зона без электродов, расположенная между ними). Распределение потенциала в каждой зоне при постоянном электрическом поле определяется следующим дифференциальным уравнением и граничными условиями второго рода на границах между зонами и границах с электродами

$$\frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x_j^2} + \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial y_j^2} = 0; \quad (1)$$

$$\sigma_j \frac{\partial \varphi_j}{\partial \bar{n}} = j^{(j,s)}, \quad (2)$$

где φ_j — потенциал в зоне j ; x_j и y_j — координаты зоны j ; σ_j — проводимость в зоне j ; \bar{n} — нормаль к границе зоны; $j^{(j,s)}$ — плотность тока на границе зон j и s .

В соответствии с [19] решение дифференциального уравнения (1) с граничными условиями (2) для каждой зоны имеет следующий вид

тивления электрохимической ячейки. Линейное сопротивление электролита между участками ВШМЭ в элементарной подобласти (рис. 1в) равно

$$R_f = \frac{\varphi_{el2} - \varphi_{el1}}{\int_l j^{(1,v)} dx_1}, \quad (4)$$

где R_f — линейное сопротивление исследуемого вещества между электродами в элементарной подобласти; φ_{el1} и φ_{el2} — потенциалы электродов 1 и 2 соответственно; $j^{(1,v)}$ — плотность тока на электроде 1.

Общее сопротивление электролита между ВШМЭ в электрохимической ячейке на постоянном

токе вычисляется, используя следующее приближенное выражение

$$R_e \approx \frac{R_f}{(2N-1)L}, \quad (5)$$

где R_e — сопротивление электролита между ВШМЭ; N — количество штырей в каждом микроэлектроде; L — длина штырей.

4. *Определение постоянной электрохимической ячейки с ВШМЭ.* Постоянная электрохимической ячейки с ВШМЭ связывает между собой основные электрофизические характеристики данной системы микроэлектродов, такие как сопротивление и емкость между микроэлектродами с проводимостью и диэлектрической проницаемостью электролита соответственно

$$R_e = \frac{K_s}{\sigma_e}, \quad (6)$$

$$C_e = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{K_s}, \quad (7)$$

где K_s — постоянная системы ВШМЭ в электрохимической ячейке; σ_e — проводимость исследуемого вещества; C_e — электрическая емкость между встречно-штыревыми микроэлектродами; ϵ_0 — электрическая постоянная; ϵ_r — относительная диэлектрическая проницаемость исследуемого вещества.

Постоянную систему ВШМЭ определяем с помощью выражения (6), используя рассчитанное значение известных общего сопротивления электрохимической ячейки на постоянном токе и принятое при расчетах значение проводимости исследуемого вещества

$$K_s = \sigma_e R_e. \quad (8)$$

5. *Определение электрической емкости электрохимической ячейки.* Емкость электрохимической ячейки определяется, используя (7) при заданном значении относительной диэлектрической проницаемости исследуемого вещества.

6. *Формирование эквивалентной электрической схемы электрохимической ячейки с ВШМЭ.* Данная схема (рис. 2) включает сопротивление и емкость системы встречно-штыревых микроэлектродов (соответственно R_e и C_e), определенные в пунктах 3 и 5, а также емкости двойных электрических слоев на границах электродов с исследуемым веществом, C_{dl} и сопротивления самих металлических электродов R'_{el} .

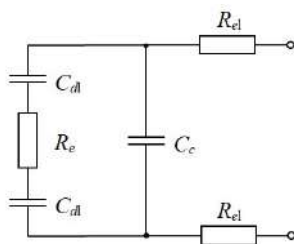


Рис. 2. Эквивалентная электрическая схема электрохимической ячейки с ВШМЭ

Емкость двойного электрического слоя определяется исходя из выбранного значения удельной емкости этого слоя и геометрических размеров электрода

$$C_{el} = \frac{(2N-1)Lb}{2} C_0, \quad (9)$$

где b — ширина штырей микроэлектродов; C_0 — удельная емкость двойного электрического слоя, на границе исследуемое вещество — электрод.

Сопротивление каждого электрода зависит от удельной проводимости материала электрода, геометрии штырей в электроде и их количества.

$$R'_{el} \approx \frac{(a+b)N}{\sigma_{el} d_{el} b}, \quad (10)$$

где R'_{el} — сопротивление участка микроэлектрода, объединяющего все штыри; a — расстояние между штырями микроэлектродов; σ_{el} — удельная проводимость материала микроэлектродов; d_{el} — толщина микроэлектродов.

7. *Определение импеданса электрохимической ячейки с ВШМЭ.* Импеданс электрохимической ячейки с ВШМЭ определяют, используя ее эквивалентную электрическую схему (рис. 3). Он равен

$$Z = \frac{Z'}{i\omega C_{el} Z' + 1} + 2R'_{el}, \quad (11)$$

где Z — импеданс электрохимической ячейки с ВШМЭ; Z' — импеданс ветви $C_{dl} - R_e - C_{dl}$; ω — частота.

Импеданс Z' равен

$$Z' = R_e + \frac{2}{i\omega C_{dl}}. \quad (12)$$

Данный подход позволяет аналитически исследовать влияние системы планарных ВШМЭ на импеданс электрохимической ячейки.

3. Результаты моделирования и их обсуждение.

На основе представленного подхода проведено моделирование влияния размеров планарных ВШМЭ и высоты микроканала на импеданс проточной измерительной электрохимической ячейки. При моделировании были использованы следующие параметры электрохимической ячейки с планарными ВШМЭ. Высота микроканала с электролитом в ячейке изменялась от 0,5 мм до 5 мм. Длина штырей равна 1 мм. Ширина штырей электродов и расстояние между ними изменялись в пределах от 50 до 200 мкм. Материал микроэлектродов — платина (проводимость $9,66 \cdot 10^6$ См/м). Толщина микроэлектродов — 0,5 мкм. Количество штырей в каждом электроде — 25. Удельная емкость двойного электрического слоя на границе исследуемое вещество — этиловый спирт равна 10 мФ/см². Исследуемое вещество — этиловый спирт: удельная проводимость — $0,17 \cdot 10^{-8}$ См/м; относительная диэлектрическая проницаемость — 37. Температура этилового спирта была принята равной 25 °С.

На рис. 3 представлены диаграммы Найквиста для электрохимической ячейки с ВШМЭ, имеющими разное расстояние между штырями. Диаграммы Боде (частотные зависимости модуля и аргумента импеданса) для указанной электрохимической ячейки-

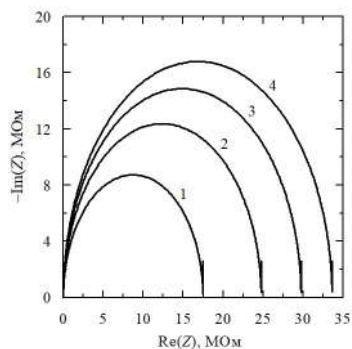


Рис. 3. Диаграммы Найквиста электрохимической ячейки с ВШМЭ, имеющими разное расстояние между штырями: $d_m = 2$ мм; a — варьируемые значения (1 — 50 мкм; 2 — 100 мкм; 3 — 150 мкм; 4 — 200 мкм); $b = 100$ мкм

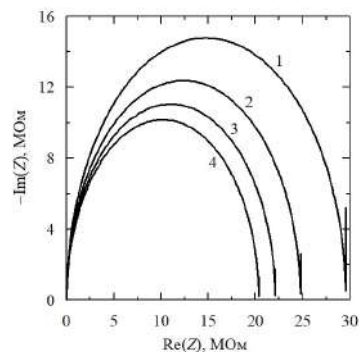


Рис. 5. Диаграммы Найквиста электрохимической ячейки с ВШМЭ, имеющими разную ширину штырей: $d_m = 2$ мм; a — 100 мкм; b — варьируемые значения (1 — 50 мкм; 2 — 100 мкм; 3 — 150 мкм; 4 — 200 мкм)

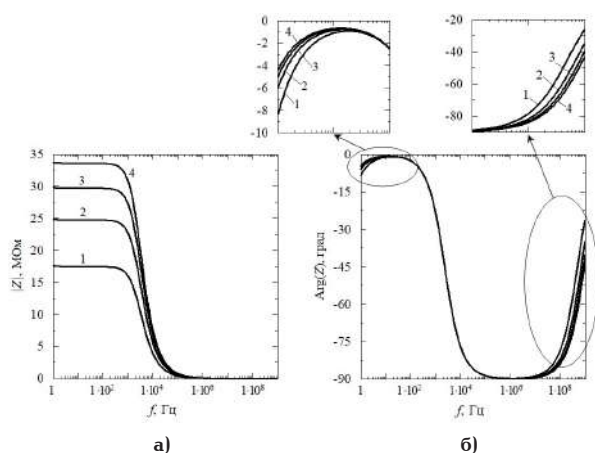


Рис. 4. Диаграммы Боде (модуль (а) и аргумент (б) импеданса) электрохимической ячейки с ВШМЭ, имеющими разное расстояние между штырями: $d_m = 2$ мм; a — варьируемые значения (1 — 50 мкм; 2 — 100 мкм; 3 — 150 мкм; 4 — 200 мкм); $b = 100$ мкм

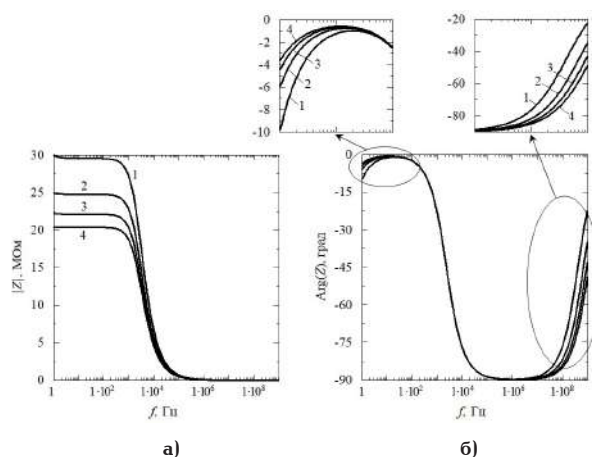


Рис. 6. Диаграммы Боде (модуль (а) и аргумент (б) импеданса) электрохимической ячейки с ВШМЭ, имеющими разную ширину штырей: $d_m = 2$ мм; a — 100 мкм; b — варьируемые значения (1 — 50 мкм; 2 — 100 мкм; 3 — 150 мкм; 4 — 200 мкм)

ки с ВШМЭ приведены на рис. 4. Из анализа диаграмм Найквиста следует, что при увеличении расстояния между штырями ВШМЭ реальная и мнимая части импеданса ячейки увеличиваются. Для частотной зависимости модуля импеданса электрохимической ячейки характерны три участка (рис. 4а). На низких частотах (примерно до $1 \cdot 10^3$ Гц) модуль импеданса имеет высокое значение и слабо зависит от частоты, при этом наблюдается его сильная зависимость от расстояния между штырями ВШМЭ. С увеличением расстояния между штырями модуль импеданса увеличивается. В диапазоне частот примерно от $1 \cdot 10^3$ Гц до $1 \cdot 10^6$ Гц имеется переходной участок, на котором происходит значительное уменьшение модуля импеданса. На высоких частотах (от $1 \cdot 10^6$ Гц до $1 \cdot 10^9$ Гц) модуль импеданса имеет низкое значение и, так же как на первом участке, слабо зависит от частоты.

Частотная зависимость аргумента импеданса электрохимической ячейки с ВШМЭ имеет сложный характер (рис. 4б). На двух частотных диапазонах (от 0 до примерно 12 Гц и от $2 \cdot 10^6$ Гц до $1 \cdot 10^9$ Гц) наблюдается зависимость аргумента импеданса от расстояния между электродами. Раз-

ница между аргументами импеданса при минимальном (50 мкм) и максимальном (200 мкм) расстоянии между электродами ВШМЭ имеет максимальное значение на первом частотном диапазоне при 0 Гц и на втором частотном диапазоне при $1 \cdot 10^9$ Гц, где она не превышает $17,5^\circ$. В частотном диапазоне от 12 Гц до $2 \cdot 10^6$ Гц аргумент импеданса электрохимической ячейки практически не зависит от расстояния между штырями микроэлектродов и изменяется от 0 до -90° .

На рис. 5 представлены диаграммы Найквиста для электрохимической ячейки с ВШМЭ, имеющими разную ширину штырей. На рис. 6 приведены диаграммы Боде для указанной электрохимической ячейки. Из анализа диаграмм Боде следует, что с увеличением ширины штырей ВШМЭ реальная и мнимая части импеданса электрохимической ячейки уменьшаются. Модуль импеданса электрохимической ячейки (рис. 6а) в низкочастотном диапазоне ($0 \dots 1 \cdot 10^3$ Гц) не зависит от частоты и с увеличением ширины штырей уменьшается. В диапазоне от $1 \cdot 10^3$ Гц до $1 \cdot 10^5$ Гц модуля импеданса электрохимической ячейки значительно уменьшается, и далее он слабо изменяется с ростом частоты до $1 \cdot 10^9$ Гц.

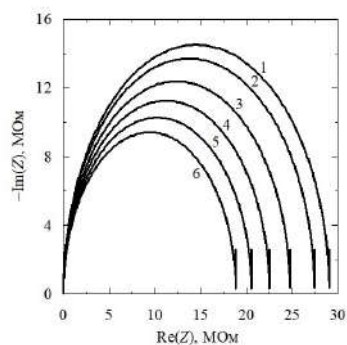


Рис. 7. Диаграммы Найквиста электрохимических ячеек с ВШМЭ, с разной высотой микроканала:
 d_m — варьируемые значения
 (1 — 0,5 мм; 2 — 1,0 мм; 3 — 2,0 мм; 4 — 3,0 мм; 5 — 4,0 мм; 6 — 5,0 мм);
 a — 100 мкм; b — 100 мкм

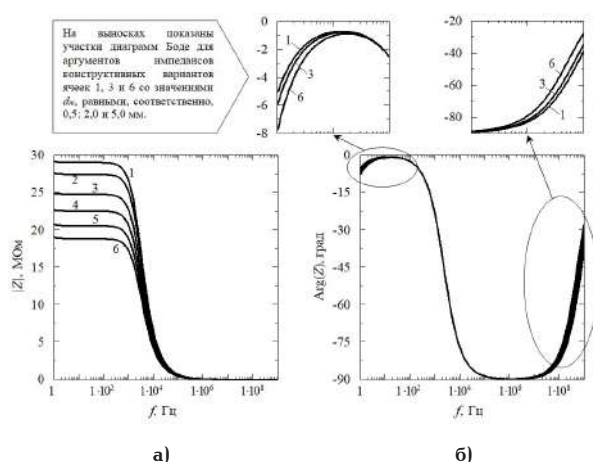


Рис. 8. Диаграммы Боде (модуль (а) и аргумент (б) импеданса) электрохимических ячеек с ВШМЭ, с разной высотой микроканала:
 d_m — варьируемые значения
 (1 — 0,5 мм; 2 — 1,0 мм; 3 — 2,0 мм; 4 — 3,0 мм; 5 — 4,0 мм; 6 — 5,0 мм); a — 100 мкм; b — 100 мкм

Частотные зависимости аргумента импеданса электрохимической ячейки с разной шириной штырей ВШМЭ (рис. 6б) имеют такой же характер, как зависимости для разного расстояния между штырями (рис. 4б). Влияние ширины штырей на значения аргумента импеданса наблюдается также в двух диапазонах частот от 0 до 12 Гц и от $2 \cdot 10^6$ Гц до $1 \cdot 10^9$ Гц. При этом, в отличие от зависимостей на рис. 4б, разница между аргументами импеданса ячеек для ширины штырей 50 и 200 мкм на частоте $1 \cdot 10^9$ Гц выше и составляет 26,3°. В диапазоне частот от 15 Гц до $2 \cdot 10^6$ Гц аргумент импеданса электрохимической ячейки практически не зависит от расстояния между штырями микроэлектродов и изменяется от 0 до -90° .

Влияние высоты электрохимической ячейки с ВШМЭ на её импедансные характеристики (диаграммы Найквиста и Боде) представлено на рис. 7 и 8. Из анализа диаграммы Найквиста (рис. 7) следует, что с увеличением высоты электрохимической ячейки реальная и мнимая части её импеданса уменьшаются. Это связано с уменьшением сопротивления и увеличением емкости между штырями микроэлектродов за счет увеличения поперечного

сечения пути распространения тока между электродами. Модуль импеданса электрохимической ячейки (рис. 8а) с увеличением высоты ячейки уменьшается. Для каждой высоты ячейки он практически постоянен при частотах до $1 \cdot 10^3$ Гц. В диапазоне от $1 \cdot 10^3$ Гц до $2 \cdot 10^6$ Гц модуль импеданса значительно уменьшается. При частотах выше $2 \cdot 10^6$ Гц наблюдается незначительное изменение модуля импеданса. Частотные зависимости аргумента импеданса электрохимических ячеек с разной высотой микроканала (рис. 8б) аналогичны зависимостям аргумента импеданса, представленным на рис. 4б и 6б. На низкой частоте (примерно до 15 Гц) аргумент импеданса зависит от высоты электрохимической ячейки. На участке от 15 Гц до $1 \cdot 10^6$ Гц частотные зависимости импеданса для ячеек с разной высотой практически совпадают. На участке частотности импеданса выше $1 \cdot 10^6$ Гц опять наблюдается влияние высоты электрохимической ячейки с ВШМЭ на аргумент импеданса (частотные зависимости расходятся). Расхождение значений аргумента импеданса для изменений высоты ячейки от 0,5 мм до 5,0 мм максимально на частоте $1 \cdot 10^9$ Гц и составляет 11,3°.

4. Заключение. В статье предложен подход для исследования влияния высоты электрохимической ячейки с планарными встречно-штыревыми микроэлектродами и геометрических размеров системы данных микроэлектродов на импедансные характеристики ячейки (диаграммы Найквиста и Боде). Он позволяет, во-первых, более детально учитывать влияние геометрических параметров проточной электрохимической ячейки и системы встречно-штыревых микроэлектродов на импеданс ячейки. Во-вторых, на основе данного подхода можно проводить проектирование проточных электрохимических ячеек с встречно-штыревыми микроэлектродами, так как он учитывает геометрические параметры ячейки и ее элементов. В третьих, данный подход может быть использован для разработки методического обеспечения для систем импедансной спектроскопии, использующих проточные электрохимические ячейки с встречно-штыревыми микроэлектродами. В частности, с его помощью можно выбрать частотные диапазоны на импедансных характеристиках (диаграммы Найквиста и Боде), где влияние геометрических параметров ячейки и микроэлектродов минимально, и исследование импеданса позволяет получить более достоверную информацию об электрофизических характеристиках вещества.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках федерального проекта «Подготовка кадров и научного фундамента для электронной промышленности» государственной программы Российской Федерации «Научно-технологическое развитие Российской Федерации». Соглашение о предоставлении субсидии № 075-02-2024-1533.

Библиографический список

1. Lvovich V. F. Impedance spectroscopy: applications to electrochemical and dielectric phenomena. New Jersey: John Wiley & Sons, 2012. 356 p. ISBN 978-0-470-62778-5.
2. Stulik K., Amatore C., Holub K. [et al.]. Microelectrodes. Definitions, characterization, and applications (Technical report) //

Pure and Applied Chemistry. 2000. Vol. 72. P. 1483–1492. DOI: 10.1351/pac200072081483.

3. Olthuis W., Streekstra W., Bergveld P. Theoretical and experimental determination of cell constants of planar-interdigitated electrolyte conductivity sensors // *Sensors and Actuators B: Chemical*. 1995. Vol. 24. P. 252–256. DOI: 10.1016/0925-4005(95)85053-8.

4. Timmer B., Sparreboom W., Olthuis W. [et al.]. Optimization of an electrolyte conductivity detector for measuring low ion concentrations // *Lab on a Chip*. 2002. Vol. 2. P. 121–124. DOI: 10.1039/B201225A.

5. Lvovich V. F., Liu C. C., Smiechowski M. F. Optimization and fabrication of planar interdigitated impedance sensors for highly resistive non-aqueous industrial fluids // *Sensors and Actuators B: Chemical*. 2006. Vol. 119. P. 490–496. DOI: 10.1016/j.snb.2006.01.003.

6. den Otter M. W. Approximate expressions for the capacitance and electrostatic potential of interdigitated electrodes // *Sensors and Actuators A: Physical*. 2002. Vol. 96. P. 140–144. DOI: 10.1016/S0924-4247(01)00783-X.

7. Igreja R., Dias C. J. Analytical evaluation of the interdigital electrodes capacitance for a multi-layered structure // *Sensors and Actuators A: Physical*. 2004. Vol. 112. P. 291–301. DOI: 10.1016/j.sna.2004.01.040.

8. Igreja R., Dias C. J. Extension to the analytical model of the interdigital electrodes capacitance for a multi-layered structure // *Sensors and Actuators A: Physical*. 2011. Vol. 172. P. 392–399. DOI: 10.1016/j.sna.2011.09.033.

9. Yang L., Li Y., Griffis C. L. [et al.]. Interdigitated microelectrode (IME) impedance sensor for the detection of viable *Salmonella typhimurium* // *Biosensors and bioelectronics*. 2004. Vol. 19. P. 1139–1147. DOI: 10.1016/j.bios.2003.10.009.

10. Ibrahim M., Claudel J., Kourtiche D. [et al.]. Physical and electrical modeling of interdigitated electrode arrays for bioimpedance spectroscopy // *New Developments and Applications in Sensing Technology*. 2011. P. 169–189. DOI: 10.1007/978-3-642-17943-3_9.

11. Ibrahim M., Claudel J., Kourtiche D. [et al.]. Geometric parameters optimization of planar interdigitated electrodes for bioimpedance spectroscopy // *Journal of Electrical Bioimpedance*. 2013. Vol. 4. P. 13–22. DOI: 10.5617/jeb.304.

12. Ngo T. T., Shirzadfar H., Kourtiche D. [et al.]. A planar interdigital sensor for bio-impedance measurement: Theoretical analysis, optimization and simulation // *Journal of Nano- and Electronic Physics*. 2014. Vol. 6. 01011. 7 p.

13. MacKay S., Hermansen P., Wishart D. [et al.]. Simulations of interdigitated electrode interactions with gold nanoparticles for impedance-based biosensing applications // *Sensors*. 2015. Vol. 15. P. 22192–22208. DOI: 10.3390/s150922192.

14. McNealy B. E., Jiang J., Hertz J. L. A precise, reduced-parameter model of thin film electrolyte impedance // *Journal of The Electrochemical Society*. 2015. Vol. 162. P. F537–F546. DOI: 10.1149/2.0281506jes.

15. Blume S. O. P., Ben-Mrad R., Sullivan P. E. Modelling the capacitance of multi-layer conductor-facing interdigitated electrode structures // *Sensors and Actuators B: Chemical*. 2015. Vol. 213. P. 423–433. DOI: 10.1016/j.snb.2015.02.088.

16. Dias C. J., Igreja R. A method of recursive images to obtain the potential, the electric field and capacitance in multi-layer interdigitated electrode (IDE) sensors // *Sensors and Actuators A: Physical*. 2017. Vol. 256. P. 95–106. DOI: 10.1016/j.sna.2017.01.021.

17. Dizon A., Orazem M. E. On the impedance response of interdigitated electrodes // *Electrochimica Acta*. 2019. Vol. 327. 135000. 13 p. DOI: 10.1016/j.electacta.2019.135000.

18. Dizon A., Orazem M. E. On experimental determination of cell constants for interdigitated electrodes // *Electrochimica Acta*. 2020. Vol. 337. 135732. 12p. DOI: 10.1016/j.electacta.2020.135732.

19. Kozlov A. G., Fadina E. A. Analysis of electrophysical processes in system of interdigitated microelectrodes used in microchannels // *2016 Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines (Dynamics)*. 2016. P. 1–5. DOI: 10.1109/Dynamics.2016.7819032.

КОЗЛОВ Александр Геннадьевич, доктор технических наук, доцент (Россия), профессор кафедры «Радиотехнические устройства и системы диагностики» Омского государственного технического университета (ОмГТУ), г. Омск.
SPIN-код: 5602-8275
AuthorID (РИНЦ) 28476
ORCID: 0000-0003-3359-790X
AuthorID (SCOPUS) 35616609300
ResearcherID: A-5997-2014
Адрес для переписки: agk252@mail.ru

ФАДИНА Елена Александровна, старший преподаватель кафедры «Радиотехнические устройства и системы диагностики» ОмГТУ, г. Омск.
SPIN-код: 7360-5447
AuthorID (РИНЦ): 685278
ORCID: 0000-0001-9811-7511
AuthorID (SCOPUS) 57193408354
ResearcherID: НКW-4525-2023
Адрес для переписки: fea1977@mail.ru

Для цитирования

Козлов А. Г., Фаина Е. А. Импеданс проточной измерительной электрохимической ячейки с системой планарных встречно-штыревых микроэлектродов // Омский научный вестник. 2024. № 3 (191). С. 133–141. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-133-141.

Статья поступила в редакцию 24.06.2024 г.
© А. Г. Козлов, Е. А. Фаина

IMPEDANCE OF A FLOW-THROUGH MEASURING ELECTROCHEMICAL CELL WITH A SYSTEM OF PLANAR INTERDIGITATED MICROELECTRODES

The article considers a flow-through electrochemical cell with planar interdigitated microelectrodes intended for impedance studies of liquids. To assess the influence of the cell height and geometric parameters of the interdigitated microelectrodes on the cell impedance, an analytical approach is proposed that uses several levels of modeling electrochemical processes in the cell. At first, an elementary two-dimensional subdomain is distinguished in the cell structure, for which the potential distribution is determined by solving the differential equation of electrical conductivity. Using the obtained potential distribution, the linear parameters of the elementary subdomain, its linear resistance and linear capacitance are determined, on the basis of which the resistance and capacitance of the interdigitated microelectrode system are found. The impedance of an electrochemical cell with interdigitated microelectrodes is determined using its equivalent electrical circuit, which includes the resistance and capacitance of the interdigitated microelectrode system, the capacitance of the double electric layer on the surface of each microelectrode, and the resistances of the interdigitated microelectrode leads. Using the expression for the impedance of the electrochemical cell, its Nyquist and Bode diagrams are determined for different values of the cell height and geometric parameters of the interdigitated microelectrode system. The presented approach can be used to analyze processes in a flow-through electrochemical cell with interdigitated microelectrodes, its design, and the development of methodological support for impedance studies of liquid substances with help of it.

Keywords: electrochemical cell, interdigitated microelectrode system, impedance, equivalent electrical circuit, Nyquist diagram, Bode diagram, impedance modulus, impedance argument.

Acknowledgments

The work is carried out with financial support from the Ministry of Education and Science of the Russian Federation within the framework of the federal project «Training of personnel and scientific foundation for the electronics industry» of the state program of the Russian Federation «Scientific and technological development of the Russian Federation». Subsidy agreement No. 075-02-2024-1533.

References

1. Lvovich V. F. Impedance spectroscopy: applications to electrochemical and dielectric phenomena. New Jersey: John Wiley & Sons, 2012. 356 p. ISBN 978-0-470-62778-5. (In Engl.).
2. Stulik K., Amatore C., Holub K. [et al.]. Microelectrodes. Definitions, characterization, and applications (Technical report) // Pure and Applied Chemistry. 2000. Vol. 72. P. 1483–1492. DOI: 10.1351/pac200072081483. (In Engl.).
3. Olthuis W., Streekstra W., Bergveld P. Theoretical and experimental determination of cell constants of planar-interdigitated electrolyte conductivity sensors // Sensors and Actuators B: Chemical. 1995. Vol. 24. P. 252–256. DOI: 10.1016/0925-4005(95)85053-8. (In Engl.).
4. Timmer B., Sparreboom W., Olthuis W. [et al.]. Optimization of an electrolyte conductivity detector for measuring low ion concentrations // Lab on a Chip. 2002. Vol. 2. P. 121–124. DOI: 10.1039/B201225A. (In Engl.).
5. Lvovich V. F., Liu C. C., Smiechowski M. F. Optimization and fabrication of planar interdigitated impedance sensors for highly resistive non-aqueous industrial fluids // Sensors and Actuators B: Chemical. 2006. Vol. 119. P. 490–496. DOI: 10.1016/j.snb.2006.01.003. (In Engl.).
6. den Otter M. W. Approximate expressions for the capacitance and electrostatic potential of interdigitated electrodes // Sensors and Actuators A: Physical. 2002. Vol. 96. P. 140-144. DOI: 10.1016/S0924-4247(01)00783-X. (In Engl.).
7. Igreja R., Dias C. J. Analytical evaluation of the interdigital electrodes capacitance for a multi-layered structure // Sensors and Actuators A: Physical. 2004. Vol. 112. P. 291–301. DOI: 10.1016/j.sna.2004.01.040. (In Engl.).
8. Igreja R., Dias C. J. Extension to the analytical model of the interdigital electrodes capacitance for a multi-layered structure //

- Sensors and Actuators A: Physical. 2011. Vol. 172. P. 392–399. DOI: 10.1016/j.sna.2011.09.033. (In Engl.).
9. Yang L., Li Y., Griffis C. L. [et al.]. Interdigitated microelectrode (IME) impedance sensor for the detection of viable *Salmonella typhimurium* // Biosensors and bioelectronics. 2004. Vol. 19. P. 1139–1147. DOI: 10.1016/j.bios.2003.10.009. (In Engl.).
10. Ibrahim M., Claudel J., Kourtiche D. [et al.]. Physical and electrical modeling of interdigitated electrode arrays for bioimpedance spectroscopy // New Developments and Applications in Sensing Technology. 2011. P. 169–189. DOI: 10.1007/978-3-642-17943-3_9. (In Engl.).
11. Ibrahim M., Claudel J., Kourtiche D. [et al.]. Geometric parameters optimization of planar interdigitated electrodes for bioimpedance spectroscopy // Journal of Electrical Bioimpedance. 2013. Vol. 4. P. 13–22. DOI: 10.5617/jeb.304. (In Engl.).
12. Ngo T. T., Shirzadfar H., Kourtiche D. [et al.]. A planar interdigital sensor for bio-impedance measurement: Theoretical analysis, optimization and simulation // Journal of Nano- and Electronic Physics. 2014. Vol. 6. 01011. 7 p. (In Engl.).
13. MacKay S., Hermansen P., Wishart D. [et al.]. Simulations of interdigitated electrode interactions with gold nanoparticles for impedance-based biosensing applications // Sensors. 2015. Vol. 15. P. 22192–22208. DOI: 10.3390/s150922192. (In Engl.).
14. McNealy B. E., Jiang J., Hertz J. L. A precise, reduced-parameter model of thin film electrolyte impedance // Journal of The Electrochemical Society. 2015. Vol. 162. P. F537–F546. DOI: 10.1149/2.0281506jes. (In Engl.).
15. Blume S. O. P., Ben-Mrad R., Sullivan P. E. Modelling the capacitance of multi-layer conductor-facing interdigitated electrode structures // Sensors and Actuators B: Chemical. 2015. Vol. 213. P. 423–433. DOI: 10.1016/j.snb.2015.02.088. (In Engl.).
16. Dias C. J., Igreja R. A method of recursive images to obtain the potential, the electric field and capacitance in multi-layer interdigitated electrode (IDE) sensors // Sensors and Actuators A: Physical. 2017. Vol. 256. P. 95–106. DOI: 10.1016/j.sna.2017.01.021. (In Engl.).
17. Dizon A., Orazem M. E. On the impedance response of interdigitated electrodes // Electrochimica Acta. 2019. Vol. 327. 135000. 13 p. DOI: 10.1016/j.electacta.2019.135000. (In Engl.).
18. Dizon A., Orazem M. E. On experimental determination of cell constants for interdigitated electrodes // Electrochimica Acta. 2020. Vol. 337. 135732. 12p. DOI: 10.1016/j.electacta.2020.135732. (In Engl.).
19. Kozlov A. G., Fadina E. A. Analysis of electrophysical processes in system of interdigitated microelectrodes used in microchannels // 2016 Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines (Dynamics). 2016. P. 1–5. DOI: 10.1109/Dynamics.2016.7819032. (In Engl.).

KOZLOV Aleksandr Gennadyevich, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of Radio Devices and Diagnostic Systems Department, Omsk State Technical University (OmSTU), Omsk.
 SPIN-code: 5602-8275
 AuthorID (RSCI): 28476
 ORCID: 0000-0003-3359-790X
 AuthorID (SCOPUS) 35616609300
 ResearcherID: A-5997-2014
 Correspondence address: agk252@mail.ru

FADINA Elena Aleksandrovna, Senior Lecturer of Radio Devices and Diagnostic Systems Department, OmSTU, Omsk.
 SPIN-code: 7360-5447
 AuthorID (RSCI): 685278
 ORCID: 0000-0001-9811-7511
 AuthorID (SCOPUS) 57193408354
 ResearcherID: HKW-4525-2023
 Correspondence address: fea1977@mail.ru

For citations

Kozlov A. G., Fadina E. A. Impedance of a flow-through measuring electrochemical cell with a system of planar interdigitated microelectrodes // Omsk Scientific Bulletin. 2024. No. 3 (191). P. 133–141. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-133-141.

Received June 24, 2024.
 © A. G. Kozlov, E. A. Fadina

¹ Омский государственный
университет путей сообщения,
г. Омск

² Омский государственный
технический университет,
г. Омск

ОБЗОР ФАКТОРОВ, ВОЗДЕЙСТВУЮЩИХ НА ОПТОВОЛОКОННЫЕ ЛИНИИ СВЯЗИ ПРИ ГРОЗОВЫХ РАЗРЯДАХ, И МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛАБОРАТОРНЫХ УСТАНОВОК, ПРЕДНАЗНАЧЕННЫХ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ВЛИЯНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ПАРАМЕТРЫ ОПТОВОЛОКНА

В статье дается обзор известных эффектов, оказывающих влияние на передачу информации по оптоволокну и возникающих в результате грозовых разрядов: электрооптический эффект Керра, эффект Фарадея, влияние ионизирующих излучений. Указывается на то, что имеются предварительные эмпирические данные, согласно которым магнитное поле изменяет такой параметр оптоволоконной линии, как затухание. С целью проверки указанных предварительных эмпирических данных планируются дальнейшие экспериментальные исследования предполагаемого влияния магнитного поля на затухание, для чего требуется построить лабораторную установку. Сравнению различных вариантов лабораторных установок и предварительному выбору параметра для сравнения также посвящена настоящая статья. В результате моделирования двух вариантов лабораторной установки и сравнения их по принятому параметру выбран один из двух вариантов установки.

Ключевые слова: моделирование, оптоволоконная линия, эффект Фарадея, эффект Керра, магнитное поле, затухание сигнала.

Обзор состояния вопроса. В литературе часто отмечается, что одним из преимуществ волоконно-оптических технологий является нечувствительность компонентов к электромагнитным помехам [1, с. 58; 2, с. 10]. В работе [3, с. 68] называется «заблуждением» утверждение о том, что «полностью диэлектрические оптические кабели не подвержены воздействию внешних электромагнитных полей». Следует уточнить, что указанная нечувствительность — это вопрос, с одной стороны, амплитуды влияющих величин, а с другой — специфики эксплуатируемого оборудования.

В работе [3] и других работах этого же исследователя рассматривается ряд физических эффектов, возникающих под действием грозового разряда, а также электрического поля линии электропередачи. Считают, что воздействию грозовых разрядов в особенности подвержены оптические кабели, «расположенные в горах или вблизи молниеотводов и высотных сооружений. В некоторых случаях

вблизи заряженных облаков могут оказаться и летательные аппараты. Хотя длина оптических кабелей внутри аппарата небольшая, но амплитуда воздействия вследствие близости к источнику может быть велика» [4, с. 104].

Эффект Керра (электрооптический), согласно работе [3, с. 69], дает поворот плоскости поляризации на угол

$$\varphi = 2\pi KE^2L, \quad (1)$$

где φ — угол поворота плоскости поляризации; $K = 0,402 \times 10^{-13}$, м/В² — постоянная Керра; E — величина поперечного внешнего поля; L — длина пути, проходимого светом под воздействием поля.

Следует, однако, отметить, что максимально возможный угол поворота плоскости поляризации достигается тогда, когда плоскость поляризации падающего излучения расположена под углом 45 градусов к направлению внешнего электрического

Таблица 1

Число случаев превышения величины φ_0 за грозовой сезон при $q = 0,1$; $L = 100$ км; $N = 25$ и различных значениях удельного сопротивления земли

ρ , Ом·м	φ_0 , град.					
	5	10	30	45	90	180
100	0,37	0,29	0,20	0,18	0,14	0,11
200	0,58	0,46	0,32	0,28	0,22	0,18
400	0,92	0,73	0,51	0,44	0,35	0,28
1000	1,7	1,35	0,94	0,82	0,65	0,52
2000	2,7	2,15	1,49	1,3	1,03	0,82
5000	4,97	3,96	2,74	2,4	1,9	1,51

го поля [5]. Иными словами, значение угла поворота плоскости поляризации будет меньше значения, вычисленного по формуле (1), или равно ему. Если направление поляризации совпадает с направлением внешнего электрического поля или перпендикулярно ему, тогда не происходит разложения падающей волны на два компонента (на быструю и медленную волны), и вращения вектора поляризации не происходит.

Для справки приводим данные (табл. 1), взятые из работы [3, с. 69]. Эти данные являются количественной оценкой влияния эффекта Керра, возникающего при грозových разрядах, на полностью диэлектрические оптические кабели «при различных значениях удельного сопротивления грунта ρ , плотности ударов молнии в грозовой день $q = 0,1$ удара на кв. км, длине трассы $L = 100$ км и числа дней с грозой $N = 25$ » [3, с. 69].

Эффект Фарадея (магнитооптический) в работе [3, с. 70] описывается следующими формулами:

$$\Psi = VLB,$$

$$B = \mu_0 H, \quad (2)$$

где Ψ — угол поворота плоскости поляризации; V — постоянная Верде; L — длина пути света *вдоль* (курсив наш. — **В. М., В. О.**) магнитных силовых линий; B — магнитная индукция в среде распространения; μ_0 — магнитная проницаемость вакуума; μ — относительная магнитная проницаемость вещества; H — напряженность магнитного поля.

В работе [6] дается формула эффекта Фарадея для произвольного угла между направлением оптического излучения и направлением внешнего поля:

$$\varphi = V \cdot H \cdot L \cdot \cos \gamma, \quad (3)$$

где φ — угол поворота плоскости поляризации; V — постоянная Верде; H — напряженность магнитного поля; L — длина волоконного световода в магнитном поле; γ — угол между направлением магнитного поля и оптическим излучением.

Ионизирующее излучение (гамма- или рентгеновское излучение) тоже возникает в процессе грозового разряда [4, с. 103, 104; 7, с. 135–137].

Различают три класса макроскопических эффектов, возникающих в оптических волокнах на основе диоксида кремния под действием ионизирующего излучения [8]:

1) *радиационно-индуцированная эмиссия* (РИЭ) — соответствует излучению света внутри об-

разцов, находящихся под облучением. Известна как излучение Черенкова — Вавилова [9, с. 850–851];

2) *радиационно-индуцированное затухание* (РИЗ) — соответствует увеличению линейного затухания стекла за счет увеличения линейного поглощения из-за радиационных дефектов;

3) *уплотнение* — влечет увеличение показателя преломления.

Понятно, что радиационно-индуцированная эмиссия превращается в источник помех на том участке оптоволоконка, на котором направление фронта излучения Черенкова — Вавилова соответствует диапазону углов полного внутреннего отражения.

О локализации во времени известно следующее [8]. Во время импульса облучения конкурируют два механизма: явление сильного РИЗ и явление сильной РИЭ при том, что последняя преобладает. После окончания импульса облучения преобладает РИЗ. Коэффициент пропускания волокна частично восстанавливается во время и после облучения за счет термического отбеливания радиационных точечных дефектов при комнатной температуре. На более длительных временах после облучения вклад в РИЗ вносят только точечные дефекты, устойчивые при температуре эксперимента.

Механизм увеличения затухания. При воздействии излучения образуются дефекты кристаллической решетки, на которых появляются электроны проводимости и дырки, которые, в свою очередь, комбинируясь с вакансиями, «создают центры окраски, поглощающие свет в некоторых частях спектра, что и приводит к дополнительному затуханию» [3, с. 71]. «При облучении вещества фотонами с энергией менее 1 МэВ возникающие дефекты относительно незначительны и могут иметь тенденцию к восстановлению исходного состояния. В некоторых случаях при наличии примесей и дефектов и при относительно малых энергиях фотонов могут возникать более сложные не восстанавливающиеся повреждения структуры, которые приводят к появлению уровней в запрещенной зоне. При более высоких энергиях нарушения будут носить необратимый характер» [7, с. 137].

В самом процессе релаксации после облучения выделяют [10] два этапа: быстротечный и медленный. Быстротечный этап характеризуется значением постоянной времени порядка 1,75 мин., а на медленном этапе — порядка 6000 мин. «Но иногда процесс восстановления занимает время, длящееся годами» [11, с. 200].

Изменение показателя преломления связывают с изменением плотности материала при помощи формулы Лоренца — Лоренца, а также приводят график, показывающий изменение показателя преломления объемного образца аморфного диоксида кремния в зависимости от величины потока быстрых нейтронов [8, р. 2017]. В работе [7, с. 137] сообщается, что при «очень больших энергиях γ -квантов (порядка десятков и сотен МэВ)», как и в случае нейтронных потоков, возможно изменение плотности стекла.

Новые эмпирические данные. Выше было сказано, что одним из известных макроскопических эффектов, связанных с ионизирующим излучением, является изменение затухания. Вместе с тем имеются неподтвержденные эмпирические данные, говорящие о том, что затухание света в оптоволоконке изменяется также под воздействием магнитного поля.

Целью настоящей работы является выбор лабораторной установки, которая будет использована для последующей проверки указанных эмпирических данных.

Проверяемая гипотеза и варианты лабораторных установок для ее проверки. В рамках настоящей работы выдвинута гипотеза о том, что предполагаемое изменение затухания связано с обратимыми изменениями параметров оптического волокна в присутствии магнитного поля, например, по типу магнитооптического эффекта Фарадея, описанного в работе [6]. Из формулы (3) видно, что величина эффекта зависит, в частности, от длины световода и от угла между направлением поля и направлением светового луча. Предполагаем, что указанный эффект увеличения затухания, вызванного магнитным полем, по аналогии с формулой (3) также будет зависеть и от длины световода, и от угла между направлением поля и направлением светового луча.

Суть планируемых лабораторных исследований состоит в том, чтобы поместить оптоволокно в магнитное поле и выполнить ряд оптических (в частности — рефлектометрических) измерений.

Возможны различные варианты лабораторных установок.

Одним из вариантов может быть относительно короткий прямой световод (небольшое значение L) в магнитном поле при относительно малых углах γ . При этом конструктивно световод располагается по оси соленоида, и, следовательно, можно принять $\cos \gamma = 1$.

Другим вариантом установки является длинное оптоволокно, смотанное в бухту (относительно большое значение L), расположенную вблизи рамки с током. На рамку намотан 1 виток. Угол γ будет изменяться от 0 до 2π в различных элементах объема бухты. Таким образом, наряду с увеличением длины L , что хорошо для обнаружения эффекта, будет происходить компенсация за счет суммы положительных и отрицательных косинусов, что плохо для обнаружения эффекта.

Отметим, что второй вариант лабораторной установки, где оптоволокно намотано на катушку, рассматривается в настоящей работе не потому, что оптоволокно будет эксплуатироваться в таком виде, но для того, чтобы в лабораторных условиях было легче выявить предполагаемый эффект путем выбора установки более чувствительной к исследуемому фактору. Чувствительность лабораторной установки будем оценивать с помощью параметра k , который рассмотрим далее.

Общая постановка задачи. В настоящей работе сравниваются два указанных выше варианта лабораторной установки по интегральному параметру k , вычисляемому следующим образом:

$$k = \sum_{i=1}^{nel} k_i, \quad (4)$$

$$k_i = \frac{|\vec{H}_i| \cdot L_i \cdot \cos \gamma_i}{I}, \quad (5)$$

где k — интегральный параметр сравнения лабораторных установок; k_i — компонент с номером i ; nel — количество компонентов; \vec{H}_i — вектор напряженности магнитного поля, соответствующий i -му компоненту; L_i — длина оптоволоконной соответствующая i -му компоненту; γ_i — угол между направлением магнитного поля \vec{H}_i и направлением оптического излучения для компонента с номером

i ; I — ток в проводнике, индуцирующем магнитное поле.

Поясним, чем обусловлен выбор структуры формул (4), (5). Предположим, что исследуемый эффект пропорционален величине, умноженной на постоянную Верде в формуле (3). Отсюда появился числитель в формуле (5). Ток в знаменателе формулы (5) обусловлен желанием отвязать параметр сравнения установок от тока, который может быть как постоянным, так и импульсным; чтобы при сравнении установок имели значение лишь конструктивные параметры установок: L_i и $\cos \gamma_i$. Кроме того, двум лабораторным установкам, рассматриваемым в настоящей работе, соответствуют два различных числа компонентов, что будет пояснено ниже.

Анализ размерностей формулы (5) показывает, что выбранный нами параметр сравнения является безразмерной величиной:

$$\begin{aligned} \dim(k_i) &= \dim\left(\frac{|\vec{H}_i| \cdot L_i \cdot \cos \gamma_i}{I}\right) = \\ &= \dim\left(\frac{|\vec{H}_i| \cdot L_i}{I}\right) = \frac{\frac{A}{m} \cdot m}{A} = 1, \end{aligned}$$

где A — ампер; m — метр.

Модель с бухтой включает в себя следующие геометрические объекты (рис. 1):

— прямоугольную рамку 5, имеющую четыре стороны: 1, 2, 3, 4. По ней протекает ток. Стороны 2 и 4 имеют длину L_1 , а стороны 1 и 3 — длину L_2 ;

— бухта 6 (диэлектрическая катушка, на которую намотано оптоволокно);

— декартова система координат 7 с координатными осями X_1 , X_2 , X_3 . Горизонтальная ось X_1 и вертикальная ось X_2 находятся в плоскости чертежа, а ось X_3 расположена перпендикулярно плоскости чертежа и направлена к читателю. В данной системе координат задается, в частности, расстояние между центром рамки 5 и центром бухты 6: по координатам X_1 , X_2 и X_3 расстояние соответственно равно X_{1c} , X_{2c} и X_{3c} ;

— в цилиндрической системе координат 8: ось высоты h совпадает с осью вращения бухты, радиус r отсчитывается от оси h , угол α отсчитывается от направления, совпадающего с направлением оси X_3 указанной декартовой системы координат;

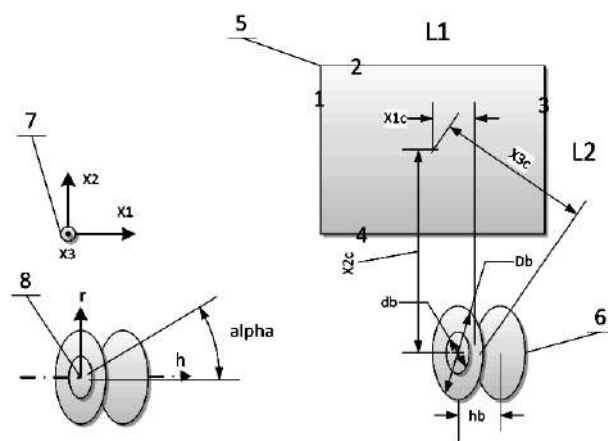


Рис. 1. Модель, описывающая геометрию и взаимное расположение рамки с током и бухты с оптическим волокном

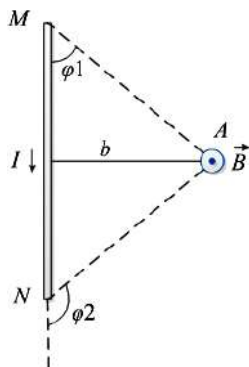


Рис. 2. К расчету магнитной индукции

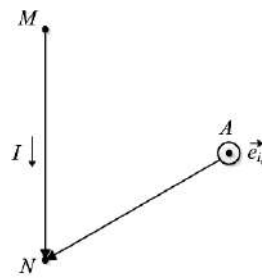


Рис. 3. К расчету орта вектора магнитной индукции: отрезок MN — одна из четырех сторон рамки с током I, точка A — центр элемента объема бухты

— величины Db , db , hb — соответственно: внешний диаметр, внутренний диаметр и высота бухты.

При расчетах весь объем V , занимаемый бухтой, разбивается на множество из нескольких сотен элементов V_i . Эти элементы объема V_i взаимно однозначно соответствуют компонентам k_i в формулах (4), (5). Указанное множество элементов объема образуется путем деления каждой координаты цилиндрической системы координат, в которой представлена бухта, на заданное число дискретов Nd (равных частей). При $Nd = 7$ получаем $73 = 343$ объемных элемента. Поскольку шаг деления по радиусу не меняется, то объемы элементов, расположенных ближе к оси бухты, будут меньше, чем объемы элементов, расположенных дальше от оси.

Принимаются следующие допущения.

1. Модуль и направление вектора магнитной индукции \mathbf{B} (индуцируемого рамкой с током) по всему конкретному элементу объема V_i принимаются равными расчетным значениям соответственно модуля и направления вектора \mathbf{B} в центре элемента объема.

2. Направление оптического излучения по всему V_i совпадает с направлением оси волокна в центре объема и вычисляется как касательная к окружности, касающейся центра объема V_i (в указанной цилиндрической системе координат).

3. Длина оптоволоконной L_i , помещающаяся в объем V_i , равна

$$L_i = L \cdot \frac{V_i}{V}, \quad (6)$$

где L — длина оптоволоконной в бухте.

В расчетах отталкиваемся от формулы Био-Савара, примененной к прямолинейному проводнику с током. На рис. 2 [12, с. 454] изображены:

— отрезок MN — прямолинейный проводник, по которому протекает ток I . Точки M и N — концы проводника;

— A — произвольная точка пространства, в которой рассчитывается вектор магнитной индукции \mathbf{B} ;

— b — расстояние от точки A до прямой, на которой отложен отрезок MN ;

— ϕ_1 , ϕ_2 — углы между прямой, на которой лежит отрезок MN , и прямыми, соединяющими концы отрезка MN с точкой A .

Магнитную индукцию рассчитывают по следующей формуле [12, с. 454]:

$$B = \mu\mu_0 H = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{b} \cdot (\cos \phi_1 - \cos \phi_2), \quad (7)$$

где B — магнитная индукция; μ — относительная магнитная проницаемость; μ_0 — магнитная постоянная; H — напряженность магнитного поля; b — расстояние от точки A , в которой рассчитывается поле (рис. 2), до прямой, на которой расположен проводник NM ; ϕ_1 , ϕ_2 — углы, образованные радиус-векторами, проведенными в точку A из начала и конца проводника.

Полагая, что бухта — есть чистый диэлектрик (оптоволоконная, являющаяся диэлектриком, намотана на диэлектрическую катушку), получаем следующую формулу [13, с. 25]:

$$B = \mu_0 \cdot H. \quad (8)$$

Применительно к автоматизированным расчетам и с учетом (8) переписываем формулу (7) следующим образом:

$$\vec{B}_{i,j} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{b} \cdot (\cos \phi_{1,i,j} - \cos \phi_{2,i,j}) \cdot \vec{e}_{i,j}, \quad (9)$$

$$\vec{e}_{i,j} = \frac{\overline{AN} \times \overline{MN}}{|\overline{AN} \times \overline{MN}|},$$

где $\vec{B}_{i,j}$ — вектор магнитной индукции в центре i -го элемента объема бухты, индуцируемый током через j -ю сторону рамки; $\phi_{1,i,j}$, $\phi_{2,i,j}$ — углы, под которыми видны концы j -ой стороны рамки из центра i -го элемента объема; $\vec{e}_{i,j}$ — орт вектора $\vec{B}_{i,j}$; A — точка центра элемента объема бухты (рис. 3); M — точка начала стороны рамки; N — точка конца стороны рамки.

С учетом (8) записываем сумму векторов, нужную для вычисления (5):

$$\vec{H}_i = \sum_j \frac{\vec{B}_{i,j}}{\mu_0}. \quad (10)$$

С учетом (9) и (10) переписываем формулу (5) следующим образом:

$$k_i = \left| \sum_j \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{1}{b} \cdot (\cos \phi_{1,i,j} - \cos \phi_{2,i,j}) \cdot \vec{e}_{i,j} \right| \cdot L_i \cdot \cos \gamma. \quad (11)$$

Результаты расчета модели с бухтой. Расчет выполнен в среде Matlab. К расчету приняты следующие значения параметров модели:

— длина оптоволоконной в бухте $L = 4456$ м;

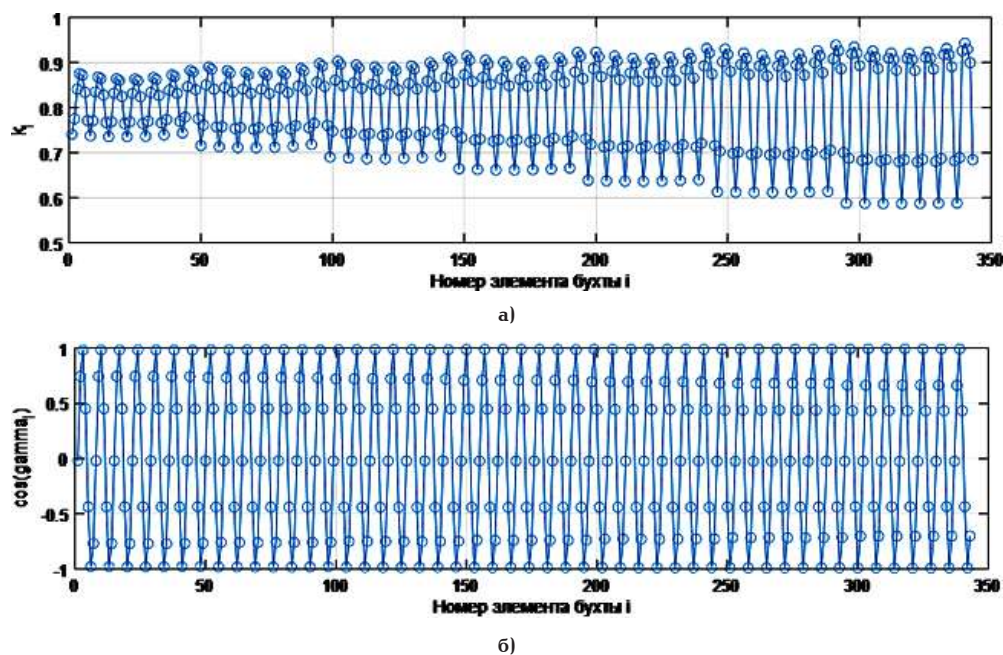


Рис. 4. Результаты расчетов по элементам объема бухты: компоненты параметра сравнения (а); косинус угла между направлением внешнего магнитного поля и направлением оптического излучения (б)

- внешний диаметр бухты $Db = 0,35$ м;
- внутренний диаметр бухты $db = 0,1$ м;
- высота бухты $hb = 0,21$ м;
- количество дискретов по каждой цилиндрической координате $Nd = 7$;
- расстояние между центром бухты и центром рамки с током по координатам (рис. 1): $X1c = 0,01$ м, $X2c = 0,02$ м, $X3c = 0,15$ м;
- длины сторон рамки с током $L1 = L2 = 1$ м.

На рис. 4 приведены результаты расчета по 343 элементам объема бухты. Порядковые номера элементов начинаются с внутреннего слоя (примыкающего к малому радиусу бухты) и заканчиваются внешним слоем (примыкающим к внешнему радиусу бухты). Быстрее всех в циклах расчета пробегает индекс, соответствующий углу α (рис. 1), медленнее — индекс, соответствующий движению вдоль оси бухты, и медленнее всех изменяется индекс, отвечающий за радиус. Расчетные значения на графиках обозначены маркерами.

Из нижнего графика на рис. 4 видно, что косинус угла изменяется циклически от -1 до 1 .

Предположим, что интересующий нас эффект будет компенсироваться при интегрировании эффекта по элементам, в которых поле сонаправлено с направлением излучения (вдоль оси волокна) и элементами, где поле противоположно.

Эта предполагаемая компенсация вытекает из формул (4), (5). Расчет по формулам (4), (11), (6) дает $k = 0,2$.

Модель с соленоидом. В лабораторной установке на основе соленоида прямолинейный световод располагается внутри соленоида, имеющего длину L_s (рис. 5).

В первом приближении полагаем, что во всех точках пространства внутри соленоида вектор магнитной индукции одинаков. Согласно [14, с. 268],

$$B_0 \cdot L_s = \frac{N \cdot I}{\epsilon_0 \cdot c^2}, \quad (12)$$

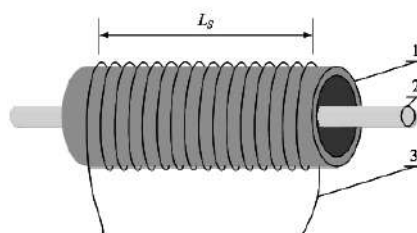


Рис. 5. Элементы лабораторной установки на основе соленоида: труба из диэлектрика (1), оптоволокно (2), электрический провод (3)

где B_0 — магнитная индукция внутри соленоида; L_s — длина соленоида; N — число витков в соленоиде; I — ток соленоида; ϵ_0 — электрическая постоянная; c — скорость света в вакууме.

Учтем [15, с. 19], что

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}. \quad (13)$$

Тогда из (12), (8) и (13) получаем:

$$\mu_0 \cdot H \cdot L_s = \frac{N \cdot I}{\epsilon_0 \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}} = N \cdot I \cdot \mu_0, \quad (14)$$

$$H \cdot L_s = N \cdot I,$$

где H — напряженность магнитного поля внутри соленоида.

Предполагая, что исследуемый эффект в оптоволокне происходит в магнитном поле, а оно имеет существенное значение внутри соленоида, считаем, что длина оптоволокна, на которой наблюдается эффект, равна длине соленоида. То есть

$$L_s = L.$$

Кроме того, считаем, что на оси соленоида, где расположено оптоволокно,

$$\cos\gamma = 1.$$

Исходя из того, что вектор напряженности магнитного поля внутри соленоида по всей его длине в первом приближении не изменяется, а направление излучения совпадает с направлением магнитного поля также по всей длине соленоида, считаем, что в сумме (4) имеет смысл оставить только одно слагаемое k_1 . То есть

$$nel = 1, L_1 = L_s = L, |\vec{H}_1| = H. \quad (15)$$

С учетом (4), (5), (14), (15) получаем для соленоида:

$$k = \frac{H \cdot L \cdot \cos\gamma}{I} = \frac{H \cdot L_s \cdot 1}{I} = \frac{N \cdot I}{I} = N. \quad (16)$$

Для однослойного соленоида с шагом намотки, равным tmm , мм/виток, при длине соленоида в миллиметрах равной $1000 \cdot L_s$, получаем

$$N = \frac{1000 \cdot L_s}{tmm}. \quad (17)$$

Результаты расчета модели с соленоидом. Задаваясь шагом $tmm = 2$ мм/виток и $L_s = 3$ м, из (17) получаем $N = 1500$, а из (16) получаем $k = 1500$.

Обсуждение. Несмотря на сравнительно большую длину оптоволокна в бухте (почти 4,5 км), компенсация предполагаемого положительного и отрицательного эффекта в различных элементах объема бухты дает для установки с бухтой $k = 0,2$, что на 4 порядка меньше, чем $k = 1500$ для установки с соленоидом трехметровой длины (внутри которого пролегает оптоволокно).

Отсюда следует ожидать, что в установке с соленоидом трехметровой длины и постоянным током в 1 А эффект будет на порядок больше, чем в установке с бухтой и импульсным током амплитудой 1 кА, проходящим через рамку.

Заключение. В настоящей работе дан обзор факторов, влияющих на прохождение сигнала по оптоволокну вблизи грозового разряда. Выдвинута гипотеза о влиянии магнитного поля на коэффициент затухания сигнала в оптоволокну.

Осуществлено моделирование двух типов лабораторных установок, предназначенных для изучения влияния магнитного поля на параметры оптоволокна. Также в работе предложен параметр для численного сравнения эффективности (или чувствительности) рассмотренных лабораторных установок.

Результаты расчетов значений предложенного параметра для обеих установок показали, что лабораторная установка с соленоидом, имеющим 1500 витков, длину 3 м и ток 1 А, предположительно даст больший исследуемый эффект, чем установка, включающая, во-первых, квадратную рамку с длиной стороны 1 м и импульсным током 1 кА, и, во-вторых, бухту с оптоволокну длиной 4456 м. Поэтому принято решение для дальнейших лабораторных исследований предполагаемого эффекта выбрать установку в виде прямолинейного соленоида, содержащего около 1500 витков электрического провода; внутри соленоида должен будет проходить коммутационный оптоволоконный шнур.

Библиографический список

1. Halski D. FLASH fly-by-light flight control demonstration results overview // Proc. SPIE. Fly-by-Light III, 1996. Vol. 2840. DOI: 10.1117/12.254228.
2. Урик В. Дж. (мл.), МакКинни Дж. Д., Вильямс К. Дж. Основы микроволновой фотоники. Москва: Техносфера, 2016. 376 с. ISBN 978-5-94836-445-2.
3. Соколов С. А. Воздействие внешних электромагнитных полей на полностью диэлектрические оптические кабели // Первая миля. 2013. Т. 36, № 3. С. 68–72. EDN: QСJLHJ.
4. Соколов С. А. Воздействие грозовых разрядов на оптические кабели в горной местности и вблизи высотных сооружений // Первая миля. 2013. Т. 35, № 2. С. 102–108. EDN: PZMWAP.
5. Запасский В. С. Керра эффекты // Большая российская энциклопедия 2004–2017. URL: <https://old.bigenc.ru/physics/text/2061749?ysclid=1qmdshepjc526245439> (дата обращения: 27.12.2023).
6. Мильков Ю. А. Поляризационные явления в волоконных световодах: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Хабаровск: Изд-во ДВГУПС, 2004. 20 с.
7. Соколов С. А. Физические процессы в грозовом облаке и их воздействие на оптические линии // Т-COMM: Телекоммуникации и транспорт. 2013. Т. 7, № 8. С. 135–137. EDN: RMMYUJ.
8. Girard S., Kuhnhen J., Gusarov A. [et al.]. Radiation Effects on Silica-Based Optical Fibers: Recent Advances and Future Challenges // IEEE Transactions on Nuclear Science. 2013. Vol. 60, no. 3. P. 2015–2036. DOI: 10.1109/TNS.2012.2235464.
9. Франк И. М. Черенкова–Вавилова излучение (Черенкова–Вавилова эффект) // Физический энциклопедический словарь. Москва: Сов. энциклопедия, 1983. 928 с.
10. Иманов Р. М., Бугримова И. М., Попова А. В. Влияние внешних климатических условий на характеристики работы оптических волокон // Научно-техническое и экономическое сотрудничество стран АТР в XXI веке. 2021. Т. 1. С. 165–170. EDN: TSQYNI.
11. Соколов С. А. Воздействие молнии и сильных электромагнитных полей на современные оптические кабели // Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения: материалы междунар. науч.-техн. конф. «INTERMATIC-2016», Москва, 21–25 ноября. 2016. Т. 16, № 5. С. 199–202. EDN: YSZEVR.
12. Яворский Б. М. Справочник по физике для инженеров и студентов вузов. Москва: Мир и Образование, 2022. 1056 с.
13. Никольский В. В., Никольская Т. И. Электродинамика и распространение радиоволн. Москва: ЛИБРОКОМ, 2012. 544 с. ISBN 978-5-9710-4654-7.
14. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. В 9 т. Т. 5. Электричество и магнетизм. Москва: Мир, 1977. 300 с.
15. Ярив А., Юх П. Оптические волны в кристаллах. Москва: Мир, 1987. 616 с.

МИТРОХИН Валерий Евгеньевич, доктор технических наук, профессор (Россия), профессор кафедры «Телекоммуникационные, радиотехнические системы и сети» Омского государственного университета путей сообщения, г. Омск; профессор кафедры «Радиотехнические устройства и системы диагно-

стики» Омского государственного технического университета (ОмГТУ), г. Омск.

SPIN-код: 4123-7921

AuthorID (РИНЦ): 385311

Адрес для переписки: mitrokhin@list.ru

ОСИПОВ Вадим Евгеньевич, аспирант, старший преподаватель кафедры «Радиотехнические устройства и системы диагностики» ОмГТУ, г. Омск.

SPIN-код: 3430-5160

ORCID: 0000-0003-1859-1374

ResearcherID: AАН-6573-2019

Адрес для переписки: osvad@list.ru

Для цитирования

Митрохин В. Е., Осипов В. Е. Обзор факторов, воздействующих на оптоволоконные линии связи при грозовых разрядах, и моделирование лабораторных установок, предназначенных для изучения влияния магнитного поля на параметры оптоволокон // Омский научный вестник. 2024. № 3 (191). С. 142 – 149. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-142-149.

Статья поступила в редакцию 21.02.2024 г.

© В. Е. Митрохин, В. Е. Осипов

UDC 535.92

DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-142-149

EDN: VAIMRO

V. E. MITROKHIN^{1,2}

V. E. OSIPOV²

¹ Omsk State Transport University,
Omsk, Russia

² Omsk State Technical University,
Omsk, Russia

AN OVERVIEW OF THE FACTORS AFFECTING FIBER-OPTIC COMMUNICATION LINES DURING LIGHTNING DISCHARGES AND MODELING OF LABORATORY INSTALLATIONS DESIGNED TO STUDY THE EFFECT OF A MAGNETIC FIELD ON FIBER PARAMETERS

The article provides an overview of the known effects that influence the transmission of information over optical fiber and that arise as a result of lightning discharges: the electro-optical Kerr effect, the Faraday effect, the influence of ionizing radiation. It is indicated that there is preliminary empirical data according to which the magnetic field changes such an optical fiber parameter as attenuation. In order to verify these preliminary empirical data, further experimental studies of the supposed influence of the magnetic field on attenuation are proposed, for which it is necessary to build a laboratory installation. This article is also devoted to a comparison of various options for laboratory installations and the preliminary selection of a parameter for comparison. As a result of modeling two options for a laboratory installation and comparing them according to the accepted parameter, one of two installation options is selected.

Keywords: modeling, optical fiber, Faraday effect, Kerr effect, magnetic field, signal attenuation.

References

1. Halski D. FLASH fly-by-light flight control demonstration results overview // Proc. SPIE. Fly-by-Light III, 1996. Vol. 2840. DOI: 10.1117/12.254228. (In Engl.).
2. Urik V. Dzh. (Jr.), MakKinni Dzh. D., Vill'yams K. Dzh. Osnovy mikrovolnovoy fotoniki [Fundamentals of microwave photonics]. Moscow, 2016. 376 p. ISBN 978-5-94836-445-2. (In Russ.).

3. Sokolov S. A. Vozdeystviye vneshnikh elektromagnitnykh poley na polnost'yu dielektricheskiye opticheskiye kabeli [External electromagnetic field effect on full-dielectric optical cables] // Pervaya milya. Last Mile. 2013. Vol. 36, no. 3. P. 68 – 72. EDN: QCJLHJ. (In Russ.).
4. Sokolov S. A. Vozdeystviye grozovykh razryadov na opticheskiye kabeli v gornoy mestnosti i vblizi vysotnykh sooruzheniy [Lightning stroke affecting optical cable in mountainous terrain and nearby high-rise structures] // Pervaya

miya. *Last Mile*. 2013. Vol. 35, no. 2. P. 102–108. EDN: PZMWAP. (In Russ.).

5. Zapasskiy V. S. Kerra efekty [Kerr effects] // *Bol'shaya rossiyskaya entsiklopediya 2004–2017. The Big Russian Encyclopedia 2004–2017*. URL: <https://old.bigenc.ru/physics/text/2061749?ysclid=lqmdshepic526245439> (accessed: 27.12.2023). (In Russ.).

6. Milkov Yu. A. Polyarizatsionnyye yavleniya v volokonnykh svetovodakh [Polarization phenomena in fiber optic light guides]. Khabarovsk, 2004. 20 p. (In Russ.).

7. Sokolov S. A. Fizicheskiye protsessy v grozovom oblake i ikh vozdeystviye na opticheskiye linii [Physical processes in a thunderstorm cloud and their effect on optical lines] // *T-COMM: Telekommunikatsii i transport. T-Comm*. 2013. Vol. 7, no. 8. P. 135–137. EDN: RMMYUJ. (In Russ.).

8. Girard S., Kuhnenn J., Gusarov A. [et al.]. Radiation Effects on Silica-Based Optical Fibers: Recent Advances and Future Challenges // *IEEE Transactions on Nuclear Science*. 2013. Vol. 60, no. 3. P. 2015–2036. DOI: 10.1109/TNS.2012.2235464. (In Engl.).

9. Frank I. M. Cherenkova–Vavilova izlucheniye (Cherenkova–Vavilova effekt) [Cherenkov–Vavilov radiation (Cherenkov–Vavilov effect)] // *Fizicheskiy entsiklopedicheskiy slovar'.* *Physical Encyclopedic Dictionary*. Moscow, 1983. 928 p. (In Russ.).

10. Imanov R. M., Bugrimova I. M., Popova A. V. Vliyaniye vneshnikh klimaticheskikh usloviy na kharakteristiki raboty opticheskikh volokon [Influence of external climate conditions on optical fiber operation characteristics] // *Nauchno-tekhnicheskoye i ekonomicheskoye sotrudnichestvo stran ATR v XXI veke. Scientific, Technical and Economic Cooperation of APR Countries in the XXI Century*. 2021. Vol. 1. P. 165–170. EDN: TSQYNI. (In Russ.).

11. Sokolov S. A. Vozdeystviye molnii i sil'nykh elektromagnitnykh poley na sovremennyye opticheskiye kabeli [Effects of lightning and strong electromagnetic fields on modern optical cables] // *Fundamental'nyye problemy radioelektronnogo priborostroyeniya. Fundamental Problems of Radio engineering and Device Construction*. 2016. Vol. 16, no. 5. P. 199–202. EDN: YSZEVR. (In Russ.).

12. Yavorskiy B. M. Spravochnik po fizike dlya inzhenerov i studentov vuzov [Handbook of physics for engineers and university students]. Moscow, 2022. 1056 p. (In Russ.).

13. Nikolskiy V. V., Nikolskaya T. I. Elektrodinamika i rasprostraneniye radiovoln [Electrodynamics and radio wave propagation]. Moscow, 2012. 544 p. ISBN 978-5-9710-4654-7. (In Russ.).

14. Feynman R., Leyton R., Sands M. Feynmanovskiye leksii po fizike. V 9 t. T. 5. Elektrichestvo i magnetizm [Feynman Lectures on Physics. In 9 vols. Vol. 5. Electricity and magnetism.]. Moscow, 1977. 300 p. (In Russ.).

15. Yariv A., Yukh P. Opticheskiye volny v kristallakh [Optical waves in crystals]. Moscow, 1987. 616 p. (In Russ.).

MITROKHIN Valeriy Evgenyevich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of Telecommunications, Radio Engineering Systems and Networks Department, Omsk State Transport University, Omsk; Professor of Radio Engineering Devices and Diagnostic Systems Department, Omsk State Technical University (OmSTU), Omsk.

SPIN-code: 4123-7921

AuthorID (SCOPUS): 385311

Correspondence address: mitrokhin@list.ru

OSIPOV Vadim Evgenyevich, Graduate Student, Senior Lecturer of Radio Engineering Devices and Diagnostic Systems Department, OmSTU, Omsk.

SPIN-code: 3430-5160

ORCID: 0000-0003-1859-1374

ResearcherID: AAH-6573-2019

Correspondence address: osvad@list.ru

For citations

Mitrokhin V. E., Osipov V. E. An overview of the factors affecting fiber-optic communication lines during lightning discharges and modeling of laboratory installations designed to study the effect of a magnetic field on fiber parameters // *Omsk Scientific Bulletin*. 2024. No. 3 (191). P. 142–149. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-142-149.

Received February 21, 2024.

© V. E. Mitrokhin, V. E. Osipov

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ КОЛИЧЕСТВЕННОГО СОСТАВА ПРОДУКТОВ КОРРОЗИИ НА ПОВЕРХНОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Железобетонные конструкции играют ключевую роль в современной инфраструктуре, однако коррозия арматуры представляет серьезную угрозу их долговечности и безопасности. В данном исследовании рассмотрена чувствительность портативного рентгенфлуоресцентного анализатора к продуктам коррозии на поверхности бетона. Эксперимент проводился с использованием бетонных образцов, содержащих различное количество гидроксида железа. Результаты показали, что рентгенфлуоресцентный анализатор демонстрирует высокую точность и надёжность в обнаружении коррозии, что способствует улучшению методов диагностики и обслуживания железобетонных конструкций.

Ключевые слова: железобетонные конструкции, коррозия арматуры, рентгенфлуоресцентный анализатор, диагностика, продукты коррозии, долговечность, инфраструктура.

Введение. Железобетонные конструкции являются неотъемлемой частью современной инфраструктуры, обеспечивая прочность и надежность многих сооружений от мостов до зданий. Однако коррозия арматуры может стать серьезной угрозой для их долговечности и безопасности.

Одним из важных методов предотвращения коррозии является раннее обнаружение ее признаков. В этом контексте портативные приборы, такие как рентгенфлуоресцентный анализатор (РФА), становятся инструментом выбора для быстрой и точной оценки состояния бетонных конструкций.

Целью проведенного исследования является определение чувствительности портативного РФА спектрометра к продуктам коррозии на поверхности бетона. Для этого была проведена серия экспериментов, в ходе которых использовались образцы бетона с известным содержанием продуктов коррозии. Этот подход позволил смоделировать условия, приближенные к реальным, и оценить способность РФА обнаруживать эти продукты.

Результаты проведенного исследования представят новые данные о чувствительности РФА к продуктам коррозии в бетоне, что приводит к улучшению методов диагностирования состояния железобетонных конструкций и повышению эффективности их обслуживания и ремонта.

Обзор литературы. Количество публикаций по проблеме коррозии железобетонных конструкций и использованию портативных приборов, таких как рентгенфлуоресцентный анализатор (РФА), ограничен в настоящее время, особенно в российских источниках. Несмотря на важность этой проблемы для безопасности и долговечности инфраструктуры, недостаток исследований в этой области подчеркивает актуальность дальнейших исследований и разработок.

Среди отечественных работ можно выделить следующие. Например, в работе [1], посвященной коррозии и антикоррозионной защите железобетонных мостовых конструкций, рассматриваются вопросы совершенствования антикоррозионной защиты железобетонных мостовых конструкций и их элементов. В то время как статья [2], посвященная индустриальным методам защиты железобетонных конструкций от коррозии, описывает различные методы защиты железобетонных конструкций от коррозии, включая применение водных дисперсий полимеров винилового ряда.

Вопросы оценки остаточного ресурса железобетонных балок объекта промышленного назначения с учетом коррозионного износа рассмотрены в работе [3]. Эта статья представляет методику вероятностного расчета долговечности железобетонных

балок и ее применение к решению практической задачи оценки ресурса железобетонных конструкций с учетом коррозионного износа.

Методика оценки остаточного ресурса в зоне коррозии бетона приводится в работе [4]. В этой статье приведены анализ и причины разрушений бетонных и железобетонных элементов конструкций при карбонизации бетона.

Параметры оценки надежности железобетонных конструкций рассматриваются в работе [5]. Эта статья описывает различные методы оценки надежности железобетонных конструкций и их экспериментальное подтверждение.

В представленных работах показано место инструментальных исследований для подтверждения математических моделей, описывающих процесс коррозии, применению таких средств контроля посвящено наше исследование. Приведенная информация об использовании современных технических средств контроля подчеркивает важность международного научного сотрудничества и обмена знаниями в области коррозии железобетона и его обнаружения с помощью РФА.

Зарубежные исследования представляют результаты экспериментальных исследований и описание методик по обнаружению и оценке коррозии в железобетонных конструкциях. Применение портативного рентгенфлуоресцентного анализа (РФА) для оценки коррозии бетона является перспективной и активно изучаемой темой в области неразрушающего контроля (НК). Современные методы НК, такие как акустическая эмиссия, электрохимические и ультразвуковые методы, играют важную роль в выявлении коррозии на ранних стадиях. РФА предоставляет дополнительный уровень точности и скорости при определении химического состава и концентрации элементов в корродированном бетоне [6].

Другое исследование показало, что портативные устройства РФА могут эффективно измерять концентрации хлоридов и сульфатов на поверхности бетона. Это особенно важно, так как хлориды являются одной из главных причин коррозии арматуры в железобетоне, а сульфаты могут вызывать разрушительные химические реакции внутри бетона. Использование РФА позволяет проводить эти измерения непосредственно на объекте, что снижает затраты и ускоряет процесс анализа по сравнению с традиционными лабораторными методами. Метод также обеспечивает высокую точность при проведении многократных измерений в разных точках поверхности бетона, минимизируя ошибки анализа [7].

Таким образом, отмеченные исследования играют важную роль в понимании проблемы коррозии железобетонных конструкций и разработке методов их обнаружения и диагностики.

Во многих работах, посвященных применению средств контроля, важным разделом выступает разработка методики проведения исследований. В вопросах исследования продуктов коррозии большое внимание уделяется использованию образцов сравнения, имитирующих коррозионное состояние реальных объектов. При помощи образцов сравнения можно исследовать такие параметры, как порог чувствительности, диапазон измерения концентрации продуктов коррозии, а также воспроизводимость и точность измерений.

Теоретическое обоснование. Для анализа распространения продуктов коррозии в железобетон-

ных конструкциях применяются математические модели, основанные на дифференциальных уравнениях, отражающих изменение различных параметров. Эти модели, принимая во внимание хемогигро-термомеханические явления, объединяют физические и электрохимические процессы, которые происходят при разрушении бетона [8–11].

Процесс капиллярного переноса воды в бетоне можно описать через объемную долю влаги в его порах. Это выражается уравнением:

$$\frac{d\theta_w}{dt} = \nabla[D_w(\theta_w)\nabla\theta_w], \quad (1)$$

где θ_w — это объемная доля воды в порах бетона (объем воды на м^3 бетона); $D_w(\theta_w)$ — капиллярный коэффициент диффузии воды ($\text{м}^2/\text{с}$), зависящий от содержания влаги.

Проникновение хлорид-ионов в ненасыщенный бетон происходит за счет конвекции, диффузии, а также их химического и физического связывания с продуктами гидратации цемента [9]. Этот процесс можно описать уравнением:

$$\theta_w \frac{dC_c}{dt} = \nabla[\theta_w D_c(\theta_w, T)\nabla C_c] + D_w(\theta_w)\nabla\theta_w \nabla C_c - \frac{dC_{cb}}{dt}, \quad (2)$$

где C_c — обозначает концентрацию хлорид-ионов в поровой воде ($\text{кг}/\text{м}^3$ порового раствора), $D_c(\theta_w, T)$ — эффективный коэффициент диффузии хлоридов ($\text{м}^2/\text{с}$), который зависит от содержания воды и температуры бетона T .

Концентрация связанного хлорида C_{cb} определяется следующим уравнением:

$$\frac{dC_{cb}}{dt} = k_r(\alpha C_c - C_{cb}), \quad (3)$$

где k_r — коэффициент скорости связывания, а α — постоянная величина, равная 0,7.

Перенос кислорода до депассивации стали в бетоне описывается уравнением конвективной диффузии:

$$\theta_w \frac{dC_o}{dt} = \nabla[\theta_w D_o(\theta_w)\nabla C_o] + D_w(\theta_w)\nabla\theta_w \nabla C_o, \quad (4)$$

где C_o — концентрация кислорода в поровом растворе ($\text{кг}/\text{м}^3$), а $D_o(\theta_w)$ — эффективный коэффициент диффузии кислорода, зависящий от пористости бетона p_{con} и водонасыщенности S_w .

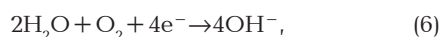
Температурное распределение в бетоне моделируется следующим уравнением, основанным на законах тепло- и массопереноса, а также сохранения энергии:

$$\lambda \nabla T + W(T) - c\rho \frac{dT}{dt} = 0, \quad (5)$$

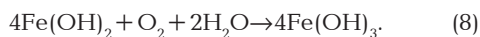
где λ — теплопроводность ($\text{Вт}/(\text{м К})$), c — удельная теплоемкость бетона ($\text{Дж}/(\text{К кг})$), ρ — плотность бетона ($\text{кг}/\text{м}^3$) и W — внутренняя тепловая мощность ($\text{Вт}/\text{м}^3$).

Коррозия стали в бетоне начинается после депассивации арматуры. Ключевые немеханические процессы, способствующие коррозии, включают перенос кислорода к поверхности стали, плотность

электрического тока через поровый раствор, а также катодный и анодный потенциалы. Потребление кислорода на катоде и аноде описывается реакциями:



что приводит к образованию гидроксид-ионов, которые движутся к аноду и реагируют следующим образом:



Плотность тока на катодной и анодной поверхностях определяется по уравнениям Батлера – Вольмера:

$$i_c = i_{0c} \frac{C_o}{C_{ob}} e^{2,3(\Phi_{oc} - \Phi)/\beta_c}, \quad (9)$$

$$i_a = i_{0a} e^{2,3(\Phi - \Phi_{0a})/\beta_a}, \quad (10)$$

где C_{ob} — концентрация кислорода на поверхности бетонного элемента ($\text{кг}/\text{м}^3$), Φ — электрический потенциал в поровом растворе у арматуры (В), i_{0c} и i_{0a} — плотности тока обмена катодной и анодной реакций ($\text{А}/\text{м}^2$), Φ_{0c} и Φ_{0a} — равновесные потенциалы катодной и анодной реакций (В), β_c и β_a — наклоны Тафеля для катодной и анодной реакций (В/дек).

Электрический ток через бетон, обусловленный движением заряженных частиц, можно выразить следующим образом, предполагая электронейтральность системы и равномерную концентрацию ионов:

$$i = -\sigma(S_w, P_{com}) \nabla \Phi, \quad (11)$$

где σ — электропроводность бетона.

Скорость образования ржавчины J_r ($\text{кг}/\text{м}^2\text{с}$) и масса гидратированной красной ржавчины на арматуре m_r (кг) рассчитываются следующим образом:

$$J_r = 5,536 \cdot 10^{-7} i_a, \quad (12)$$

$$m_r = J_r \nabla t A_r, \quad (13)$$

где A_r — площадь поверхности арматуры.

Распределение продуктов коррозии (красной ржавчины) R ($\text{кг}/\text{м}^3$ порового раствора) в порах и трещинах бетона моделируется через уравнение конвективной диффузии:

$$\theta_w \frac{dR}{dt} = \nabla[\theta_w D_r \nabla R] + D_w(\theta_w) \nabla \theta_w \nabla R, \quad (14)$$

где D_r — коэффициент диффузии продукта коррозии ($\text{м}^2/\text{с}$). Уравнение описывает распределение ржавчины, образующейся в порах и трещинах бетона вследствие растворимых частиц, которые могут мигрировать и реагировать с кислородом в поровой воде [12–13].

На схеме (рис. 1) показан фрагмент железобетонной опоры с арматурным стержнем, подверженным коррозии. Этот арматурный стержень показан в проекции, на которой показано изменение его се-

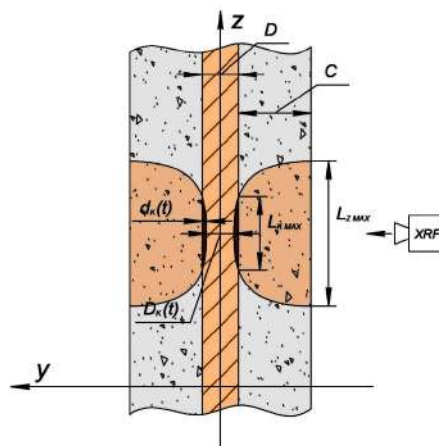


Рис. 1. Схема распространения коррозии в защитном слое арматуры

чения. На схеме приняты следующие обозначения: D — исходный диаметр арматурного стержня; c — толщина защитного слоя бетона; $D_k(t)$ — изменение диаметра арматурного стержня при коррозии; $d_k(t)$ — изменение размера продуктов коррозии в твердом состоянии вокруг арматурного стержня; $L_{kmax} = z_6 - z_5$ — наибольший линейный размер коррозионного дефекта арматуры; $L_{zmax} = z_8 - z_7$ — наибольший линейный размер продуктов коррозии на поверхности бетона. Ось OZ направлена вдоль арматурного стержня; ось OY направлена нормально к поверхности бетона и перпендикулярно оси арматурного стержня.

Таким образом, измерив, площадь продуктов коррозии на поверхности, определив концентрацию продуктов коррозии с принятыми допущениями, можно определить изменение сечения арматурного стержня. В результате проведенных исследований получены относительно простые технические средства, позволяющие средствами неразрушающего контроля определять изменения сечения арматурных стержней полых железобетонных опор, которые определяют их несущую способность. В этом случае можно воспользоваться Указаниями по техническому обслуживанию и ремонту опорных конструкций ОАО «РЖД» [14], для которых определено снижение на 20 % сечения открытых металлических конструкций с возможностью их инструментального обследования для признания их остродефектными.

Методология. Для проведения эксперимента, подтверждающего распределение продуктов коррозии на поверхности бетона, были подготовлены образцы с заданным количеством гидроксида железа в бетоне.

Таким образом, для анализа использовались образцы с известной концентрацией продуктов коррозии в виде $\text{Fe}(\text{OH})_3$, имитирующего разложение арматурных стержней.

Образцы были изготовлены из бетона М300, который широко применяется в опорах контактной сети. В состав бетона входили следующие компоненты: цемент, песок и вода в пропорции 1:1,9:0,5, при этом не использовался щебень, который не влиял бы на качество и параметры поверхности образцов.

Для создания образцов было изготовлено 8 кубических форм размером $7 \times 6 \times 6$ см. Каждый образец был тщательно изготовлен с использованием

Таблица 1

Параметры образцов с искусственной коррозией

Номер образца	Вес образца, г	Масса добавленного $\text{Fe}(\text{OH})_3$, г	Содержание $\text{Fe}(\text{OH})_3$ в образце, %
1	328,7	0	0
2	423,9	0,92	0,22
3	463,1	2,00	0,43
4	403,3	2,62	0,65
5	417,9	3,61	0,86
6	408,1	4,40	1,08
7	394,2	5,14	1,30
8	413,8	6,31	1,52

формы для обеспечения однородной формы и размеров.

Гидроксид железа был выбран в качестве добавки, поскольку он является одним из основных продуктов коррозии арматуры в бетоне. Наша цель заключалась в том, чтобы оценить чувствительность портативного прибора РФА к продуктам коррозии.

Содержание гидроксида железа и масса каждого образца приведены в таблице (табл. 1).

Этот подход к изготовлению образцов позволяет создать стандартизированные условия для дальнейшего исследования и точной оценки влияния различных концентраций продуктов коррозии на свойства бетонных конструкций.

После того как образцы бетона затвердели, мы провели их анализ с помощью портативного прибора рентгенфлуоресцентного анализа (РФА). Этот прибор, изготовленный компанией X-MET8000 Expert Geo, обладает высокой точностью и скоростью определения элементного состава материала. Мы использовали РФА для определения содержания железа в каждом образце, а также для анализа других элементов, которые могут являться показателями уровня коррозии железобетона.

X-MET8000 Expert Geo — это портативный анализатор рентгеновского флуоресцентного спектра (РФА), разработанный для быстрой и точной оценки состояния различных материалов, включая металлы, полимеры, древесину, руды, минералы и т.д. Этот прибор обладает высокой чувствительностью к легким элементам (Mg, Al, Si, P, S, Cl), низкими пределами обнаружения и высокой точностью.

X-MET8000 Expert Geo обладает высокой надежностью и простотой использования, что делает его идеальным инструментом для быстрой и точной оценки состояния бетонных конструкций.

При проведении анализа методом РФА важно обеспечить оптимальные условия, чтобы получить точные и надежные данные. Анализ проводился при комнатной температуре, так как она обеспечивает стабильные условия для работы прибора и образца. При этой температуре минимизируется влияние тепловых флуктуаций на точность измерений.

Выбор выдержки экспозиции в 30 секунд при проведении анализа обоснован стремлением к получению надежных и точных результатов анализа за минимально возможное время.

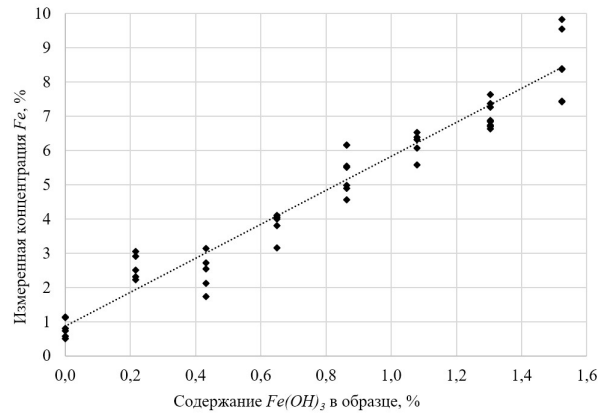


Рис. 2. Градуировочная зависимость

Первое, что следует отметить, это то, что выдержка в 30 секунд обеспечивает достаточное время для того, чтобы все элементы, присутствующие в образце, успели выйти на стабильный уровень. Этот период времени позволяет прибору стабилизироваться и достичь оптимальных условий для анализа, а также обеспечивает достаточное количество времени для регистрации сигнала от всех интересующих элементов.

Второе: более длительная выдержка может привести к увеличению времени анализа, что может быть нежелательно в практических условиях. Поэтому выбор выдержки в 30 секунд является компромиссом между получением точных результатов и эффективным использованием времени.

Таким образом, выбор выдержки в 30 секунд обусловлен стремлением к достижению оптимального баланса между точностью анализа и продолжительностью времени, необходимой для его проведения. Это позволяет получить надежные данные за короткий промежуток времени, что важно для практического применения метода РФА.

Перед анализом образцы были тщательно очищены от загрязнений и подвергнуты обработке для получения ровной поверхности. Этот процесс обеспечил однородность и однородность образцов, что существенно влияет на точность и достоверность результатов анализа. Удаление грязи и других посторонних частиц позволило избежать искажений и гарантировало чистоту данных, а обработка поверхности сделала ее более подходящей для измерений, что существенно повышает качество исследования.

Результаты. В ходе исследования мы изучали связь между концентрацией гидроксида и железа в образцах бетона, проводя измерения и анализ данных. Первым шагом было вычисление коэффициента корреляции Пирсона, который составил 0,961, указывая на сильную положительную линейную связь между концентрациями гидроксида и железа в бетоне. Это означает, что при увеличении концентрации гидроксида концентрация железа также увеличивается.

Была построена линейная регрессия по экспериментальным данным для понимания характера этой связи. Модель позволяет предсказывать концентрацию железа на основе концентрации гидроксида. Коэффициент детерминации (R^2) равен 0,937, что указывает на высокую степень соответствия данных. Около 93,7 % вариации концентрации железа объясняется изменениями концентрации гидроксида.

да, что свидетельствует о высокой точности анализа и его пригодности для диагностики железобетонных конструкций.

В заключение: результаты важны для строительства и обслуживания инфраструктуры. Метод рентгенфлуоресцентного анализа (РФА) показал высокую чувствительность к концентрации гидроксида железа в бетоне, что позволяет определять уменьшение сечения арматуры. Мобильные инструментальные средства определения концентрации продуктов коррозии повышают качество диагностики, способствуют своевременному обслуживанию железобетонных конструкций, увеличивая их долговечность и безопасность.

Библиографический список

1. Кондрашов Г. М. Современные методы защиты железобетонных конструкций от коррозии с использованием электрофизического эффекта // *Фундаментальные исследования*. 2008. № 9. С. 65–66. EDN: JUCNBVJ.
2. Овчинникова Т. С., Маринин А. Н., Овчинников И. Г. Коррозия и антикоррозийная защита железобетонных мостовых конструкций // *Вестник евразийской науки*. 2014. № 5 (24). С. 11–36. EDN: TKELFZ.
3. Пшеничкина В. А., Гриценко Б. С., Глухов А. В. [и др.]. Оценка остаточного ресурса железобетонных балок объекта промышленного назначения с учетом коррозионного износа // *Вестник МГСУ*. 2023. № 4. С. 533–544. DOI: 10.22227/1997-0935.2023.4.533-544. EDN: DBLSYW.
4. Жохов Е. И., Фурсов Л. Ф. Оценка остаточного ресурса в зоне коррозии бетона // *Вестник МГСУ*. 2010. № 4-4. С. 118–123. EDN: RTSDVV.
5. Поджарова К. Д., Быкова А. С., Рыба Н. С. [и др.]. Оценка надежности железобетонных конструкций /8/ *Московский экономический журнал*. 2019. № 5. С. 337–344. EDN: PZABXK.
6. Zaki A., Chai H. K., Aggelis D. G. [et al.]. Non-Destructive Evaluation for Corrosion Monitoring in Concrete: A Review and Capability of Acoustic Emission Technique // *Sensors*. 2015. Vol. 15 (8). P. 19069–19101. DOI: 10.3390/s150819069.
7. Altoubat S., Maalej M., Shaikh F. U. A. Laboratory Simulation of Corrosion Damage in Reinforced Concrete // *International Journal of Concrete Structures and Materials*. 2016. Vol. 10 (3). P. 383–391. DOI: 10.1007/s40069-016-0138-7.
8. Ožbolt J., Balabanić G., Oršanić F. Modelling corrosion of steel reinforcement in concrete // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. IOP Publishing. 2019. Vol. 615 (1). DOI: 10.1088/1757-899X/615/1/012011.
9. Andrade C. Propagation of reinforcement corrosion: principles, testing and modeling // *Materials and Structures*. 2018. Vol. 52 (2). P. 1–26. DOI: 10.1617/s11527-018-1301-1.
10. Леонович С. Н., Степанова А. В. Деформирование и разрушение железобетонных конструкций: моделирование в условиях хлоридной коррозии // *Вестник Белорусского государственного университета транспорта: наука и транспорт*. 2012. № 1 (24). С. 81–83. EDN: UWTPCX.
11. Бенин А. В., Семенов А. С., Семенов С. Г. [и др.]. Конечно-элементное моделирование процессов разрушения и оценка ресурса элементов автодорожного моста с учётом кор-

розионных повреждений // *Инженерно-строительный журнал*. 2012. № 7. С. 32–42. EDN: PHGQPP.

12. Волчанин Г. В., Кузнецов А. А., Пономарев А. В. Обнаружение и количественная оценка коррозии на поверхности железобетона с помощью анализа изображений // *Приборы*. 2023. № 6 (276). С. 35–42. EDN: JFZKIT.

13. Кузнецов А. А., Пономарев А. В., Фомиченко К. И., Запрудский А. А. Исследование процесса коррозии железобетонных опор контактной сети с оценкой параметров прочности // *Известия Транссиба*. 2020. № 2 (42). С. 26–34. EDN: CDUVOI.

14. Указания по техническому обслуживанию и ремонту опорных конструкций контактной сети. Утв. распоряжением ОАО «РЖД» от 18.04.2022 № 1047/р (ред. от 19.01.2023 № 91/р). Москва, 2023. 80 с.

ФОМИЧЕНКО Кирилл Игоревич, аспирант кафедры «Теоретическая электротехника» Омского государственного университета путей сообщения (ОмГУПС), г. Омск.

SPIN-код: 5140-4206

AuthorID (РИНЦ): 1118770

ORCID: 0000-0001-5836-2395

AuthorID (SCOPUS): 57223102995

ResearcherID: JLL-8215-2023

Адрес для переписки: fomichenko.kiril@gmail.com

ВОЛЧАНИН Георгий Викторович, аспирант кафедры «Теоретическая электротехника» ОмГУПС, г. Омск.

ORCID: 0000-0003-2765-9617

Адрес для переписки: vev_7@bk.ru

КУЗНЕЦОВ Андрей Альбертович, доктор технических наук, профессор (Россия), заведующий кафедрой «Теоретическая электротехника» ОмГУПС, г. Омск.

SPIN-код: 5259-0531

AuthorID (РИНЦ): 358976

ORCID: 0000-0002-1815-4679

AuthorID (SCOPUS): 56824984500

Адрес для переписки: kuznetsovaa.omgups@gmail.com

КУЗЬМЕНКО Антон Юрьевич, кандидат технических наук, доцент кафедры «Теоретическая электротехника» ОмГУПС, г. Омск.

SPIN-код: 3897-7011

AuthorID (РИНЦ): 1013551

Адрес для переписки: kuzo17@yandex.ru

Для цитирования

Фомиченко К. И., Волчанин Г. В., Кузнецов А. А., Кузьменко А. Ю. Экспериментальные исследования количественного состава продуктов коррозии на поверхности железобетонных конструкций // *Омский научный вестник*. 2024. № 3 (191). С. 150–156. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-150-156.

Статья поступила в редакцию 17.06.2024 г.

© К. И. Фомиченко, Г. В. Волчанин,

А. А. Кузнецов, А. Ю. Кузьменко

EXPERIMENTAL STUDIES OF THE QUANTITATIVE COMPOSITION OF CORROSION PRODUCTS ON THE SURFACE OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES

Reinforced concrete structures play a key role in modern infrastructure, however, corrosion of reinforcement poses a serious threat to their durability and safety. In this study, the sensitivity of a portable X-ray fluorescence analyzer (XRF) to corrosion products on the concrete surface is considered. The experiment was conducted using concrete samples containing varying amounts of iron hydroxide. The results showed that the FRA demonstrates high accuracy and reliability in detecting corrosion, which contributes to the improvement of diagnostic methods and maintenance of reinforced concrete structures.

Keywords: reinforced concrete structures, reinforcement corrosion, X-ray fluorescence analyzer, diagnostics, corrosion products, durability, infrastructure.

References

1. Kondrashov G. M. Sovremennyye metody zashchity zhelezobetonykh konstruktsey ot korrozii s ispol'zovaniyem elektrofizicheskogo effekta [Modern Methods of Protecting Reinforced Concrete Structures from Corrosion Using Electro-Physical Effects] // *Fundamental'nye Issledovaniya. Fundamental Research*. 2008. No. 9. P. 65–66. EDN: JUCNBJ. (In Russ.).
2. Ovchinnikova T. S., Marinin A. N., Ovchinnikov I. G. Korroziya i antikorroziionnaya zashchita zhelezobetonykh mostovykh konstruktsey [Corrosion and corrosion protection of reinforced concrete bridge structures] // *Vestnik Evraziyskoy Nauki. Bulletin of Eurasian Science*. 2014. No. 5 (24). P. 11–36. EDN: TKELFZ. (In Russ.).
3. Pshenichkina V. A., Gritsenko B. S., Glukhov A. V. [et al.]. Otsenka ostatochnogo resursa zhelezobetonykh balok ob"yekta promyshlennogo naznacheniya s uchedom korroziionnogo iznosa [Estimation of the residual service life of reinforced concrete beams of an industrial facility taking into account corrosion wear] // *Vestnik MGSU. Vestnik MGSU*. 2023. No. 4. P. 533–544. EDN: RTSDVV. (In Russ.).
4. Zhokhov E. I., Fursov L. F. Otsenka ostatochnogo resursa v zone korrozii betona [Residual resource of concrete inside the limit of corrosion zone] // *Vestnik MGSU. Vestnik MGSU*. 2010. No. 4-4. P. 118–123. EDN: RTSDVV. (In Russ.).
5. Podzharova K. D., Bykova A. S., Ryba N. S. [et al.]. Otsenka nadezhnosti zhelezobetonykh konstruktsey [Assessment of the reliability of reinforced concrete structures] // *Moskovskiy Ekonomicheskiy Zhurnal. Moscow Economic Journal*. 2019. No. 5. P. 337–344. EDN: PZABXK. (In Russ.).
6. Zaki A., Chai H. K., Aggelis D. G. [et al.]. Non-Destructive Evaluation for Corrosion Monitoring in Concrete: A Review and Capability of Acoustic Emission Technique // *Sensors*. 2015. Vol. 15 (8). P. 19069–19101. DOI: 10.3390/s150819069. (In Engl.).
7. Altoubat S., Maalej M., Shaikh F. U. A. Laboratory Simulation of Corrosion Damage in Reinforced Concrete // *International Journal of Concrete Structures and Materials*. 2016. Vol. 10 (3). P. 383–391. DOI: 10.1007/s40069-016-0138-7. (In Engl.).
8. Ožbolt J., Balabanić G., Oršanić F. Modelling corrosion of steel reinforcement in concrete // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. IOP Publishing. 2019. Vol. 615 (1). DOI: 10.1088/1757-899X/615/1/012011. (In Engl.).
9. Andrade C. Propagation of reinforcement corrosion: principles, testing and modeling // *Materials and Structures*. 2018. Vol. 52 (2). P. 1–26. DOI: 10.1617/s11527-018-1301-1. (In Engl.).
10. Leonovich S. N., Stepanova A. V. Deformirovaniye i razrusheniye zhelezobetonykh konstruktsey: modelirovaniye v usloviyakh khloridnoy korrozii [Deformation and destruction of reinforcement structures: modeling in condition of chlorine corrosion] // *Vestnik Belorusskogo Gosudarstvennogo Universiteta Transporta: Nauka i Transport. Bulletin of Belarusian State University of Transport: Science and Transport*. 2012. No. 1 (24). P. 81–83. EDN: UWTPCX. (In Russ.).
11. Benin A. V., Semenov A. S., Semenov S. G. [et al.]. Konechno-elementnoye modelirovaniye protsessov razrusheniya i otsenka resursa elementov avtodorozhnogo mosta s uchedom korroziionnykh povrezhdeniy [Finite element modeling of fracture processes and estimation of the road with account of corrosion damage] // *Inzhenerno-stroitelnyy zhurnal. Magazine of Civil Engineering*. 2012. No. 7. P. 32–42. (In Russ.).
12. Volchanin G. V., Kuznetsov A. A., Ponomarev A. V. Obnaruzheniye i kolichestvennaya otsenka korrozii na poverkhnosti zhelezobetona s pomoshch'yu analiza izobrazheniy [Detection and quantification of corrosion on reinforced concrete surfaces using image analysis] // *Pribory. Instruments*. 2023. No. 6 (276). P. 35–42. EDN: JFZKIT. (In Russ.).

13. Kuznetsov A. A., Ponomarev A. V., Fomichenko K. I., Zaprudskiy A. A. Issledovaniye protsessa korrozii zhelezobetonykh opor kontaktnoy seti s otsenkoy parametrov prochnosti [Analysis of corrosion process in reinforced concrete structures with strength parameters estimation] // Izvestiya Transsiba. *The Journal of Transsib Railway Studies*. 2020. No. 2 (42). P. 26–34. EDN: CDUVOI. (In Russ.).

14. Ukazaniya po tekhnicheskomu obsluzhivaniyu i remontu opornykh konstruktivnykh kontaktnoy seti. Utv. Rasporyazheniyem OAO «RZhD» ot 18.04.2022 № 1047/r (red. ot 19.01.2023 № 91/r) [Guidelines for Maintenance and Repair of Support Structures of the Contact Network. Approved by the Order of OJSC «RZD» dated 18.04.2022 No. 1047/r (ed. dated 19.01.2023 No. 91/r). Moscow, 2023. 80 p. (In Russ.).

FOMICHENKO Kirill Igorevich, Graduate Student of Theoretical Electrical Engineering Department, Omsk State Transport University (OSTU), Omsk.

SPIN-code: 5140-4206

AuthorID (RSCI): 1118770

ORCID: 0000-0001-5836-2395

AuthorID (SCOPUS): 57223102995

ResearcherID: JLL-8215-2023

Correspondence address: fomichenko.kiril@gmail.com

VOLCHANIN Georgiy Viktorovich, Graduate Student of Theoretical Electrical Engineering Department, OSTU, Omsk.

ORCID: 0000-0003-2765-9617

Correspondence address: vev_7@bk.ru

KUZNETSOV Andrey Albertovich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Theoretical Electrical Engineering Department, OSTU, Omsk.

SPIN-code: 5259-0531

AuthorID (RSCI): 358976

ORCID: 0000-0002-1815-4679

AuthorID (SCOPUS): 56824984500

Correspondence address: kuznetsovaa.omgups@gmail.com

KUZMENKO Anton Yurievich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Theoretical Electrical Engineering Department, OSTU, Omsk.

SPIN-code: 3897-7011

AuthorID (RSCI): 1013551

Correspondence address: kuzo17@yandex.ru

For citations

Fomichenko K. I., Volchanin G. V., Kuznetsov A. A., Kuzmenko A. Yu. Experimental studies of the quantitative composition of corrosion products on the surface of reinforced concrete structures // Omsk Scientific Bulletin. 2024. No. 3 (191). P. 150–156. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-150-156.

Received June 17, 2024.

© K. I. Fomichenko, G. V. Volchanin,

A. A. Kuznetsov, A. Yu. Kuzmenko

РАЗРАБОТКА МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ УГЛА НАКЛОНА ОПОР КОНТАКТНОЙ СЕТИ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

В данной работе рассматривается новый способ измерения и расчета угла наклона (крена) железнодорожной опоры или опоры контактной сети с помощью летящего по прямолинейной траектории беспилотного летательного аппарата, параллельно железнодорожному пути. Проведен обзор существующих методов измерения, указаны их достоинства и недостатки. В рассматриваемом методе предлагается производить измерения углов и расстояний шестью лазерными сканирующими дальномерами, установленными по три штуки на горизонтальной и наклонной плоскостях беспилотного летательного аппарата. Это позволяет повысить быстродействие и точность определения угла наклона вертикально расположенных опор. В расчетах используются минимальные расстояния от лазерного сканирующего дальномера до верхней и нижней частей поверхности опор. В формулах используются геометрические соотношения и теорема косинусов для вычисления крена опор с учетом их конусности. 3-кратное измерение расстояний и углов позволяет провести по ним усреднение, что значительно повышает точность расчётов. Проведен модельный эксперимент на макете железобетонной опоры контактной сети в четырех ориентациях. Сделано сравнение теоретически рассчитанных и измеренных экспериментально расстояний и углов наклона. Точность определения параметров соответствует нормативным требованиям.

Ключевые слова: опора контактной сети, угол наклона, диагностирование, лазерный сканирующий дальномер, беспилотный летательный аппарат, видеокамера, метод минимальных расстояний, безопасность ж/д транспорта.

1. Постановка задачи. Диагностика технического состояния и остаточного ресурса опор контактной сети (КС) является важной частью контроля безопасной работы железной дороги по перевозке грузов [1, 2]. Необходим постоянный мониторинг большого количества опор контактной сети системы электроснабжения стоящих вдоль путей. Одним из параметров контроля является измерение угла наклона опоры (далее крен), т.е. насколько сильно и в какую сторону произошел наклон [3, 4]. Крен можно измерять в градусах, радианах и в процентах от высоты. Наклон опоры измеряется между вертикальной линией и осью симметрии опоры. По техническим условиям эксплуатации допустимо смещение вершины опоры параллельно ж/д пути 3 %, а перпендикулярно 2 % от высоты опоры [5]. Измерение крена традиционными геодезическими методами, например с помощью теодолитов, занимает много времени. Необходимы методы экспресс-контроля величины наклона с последующей оценкой технического состояния опоры. В работе предлагается быстродействующий способ измерения крена с учетом конусности опор с помощью беспи-

лотного летательного аппарата (БПЛА). В настоящее время активно развиваются технологии с использованием БПЛА в различных областях науки и техники [6–12]. Например, такие методы применяются для контроля сельскохозяйственных полей, создания и проверки кадастровых карт различного типа, оценки состояния почвы и растений, культивируемых на полях [6, 7, 9]. БПЛА используются для мониторинга состояния опор линий электропередач, проводов, степени утечки электрической энергии с проводов, их нагрева и состояния изоляторов [10, 13, 14]. Относительно невысокая стоимость БПЛА вместе с оперативностью передачи данных по каналам связи для последующей компьютерной обработки дает эффективный инструмент мониторинга за состоянием опор [11, 12].

2. Краткий обзор методов измерения крена инженерных сооружений башенного типа. Аналогичная задача по измерению крена технических сооружений башенного типа, таких как дымовые и вентиляционные трубы, колонны, водонапорные башни, антенные опоры и др. описаны в [15, 16] и приведённых в них обзорах литературы. С по-

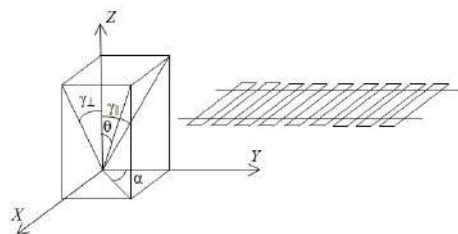


Рис. 1. Показаны углы в сферической системе координат θ , α и углы γ_{\perp} , γ_{\parallel} , используемые для контроля угла отклонения опор КС

мощью различных приборов теодолитов, лазерных дальномеров, инклинометров и т.п. определяются расстояния и углы между различными направлениями. Далее с помощью геометрической теоремы косинусов, свойств окружностей, треугольников находят отклонения от вертикали инженерных сооружений. Такой способ определения угла наклона сооружений еще называют методом триангуляции, хорошо известный в геодезии [15]. Все измерительные приборы предполагаются неподвижными в пространстве. Подвижной в виде вращения вокруг вертикальной и горизонтальной осей является приборная часть БПЛА, использующая в лазерном сканирующем дальномере (ЛСД) лазерный луч для измерения углов и расстояний. В работах [15, 16] отмечается, что для измерений наклона опоры можно использовать БПЛА, но не приведены конкретные расчетные схемы.

В данной работе предлагается способ измерения крена с подвижной платформы БПЛА. Приведены геометрические соотношения, позволяющие провести математическую обработку измерений и рассчитать с требуемой точностью угол крена опоры. Для иллюстрации возможностей данного метода измерений был проведен и далее описан модельный эксперимент. Для определения крена нужно знать не только угол θ отклонения от вертикали, но и его ориентацию, то есть угол α относительно ж/д путей, этот наклон показан на рис. 1. В сферической системе координат угол θ называется зенитным, а угол α — азимутальным. Традиционно углы измеряются в двух вертикальных перпендикулярных плоскостях вдоль и поперек пути [2]. Аналогично работе [2] значение угла γ_{\perp} наклона опоры вдоль пути по направлению скорости БПЛА будем считать положительным, а против — отрицательным. Углу γ_{\perp} отклонения опоры от пути присваиваем знак минус, а при наклоне к пути — знак плюс. Ось Y направлена вдоль путей в направлении скорости БПЛА. Ось X перпендикулярно, а ось Z вертикально, как показано на рис. 1.

Задача измерения угла наклона ж/д опор решается различными способами [2]. Например, с помощью инклинометра определяется направление наибольшего наклона опоры. Более предпочтительными являются методы дистанционного измерения с помощью лазерных дальномеров. Наиболее просто [3] рассматривать крен только в плоскости максимального наклона, который определяется предварительным визуальным осмотром и последующей проверкой с помощью инклинометра. Далее в этой плоскости проводятся измерение горизонтального смещения вершины от вертикальной ориентации опоры. Расстояния можно измерять с помощью лазерных дальномеров с погрешностью ± 1 мм

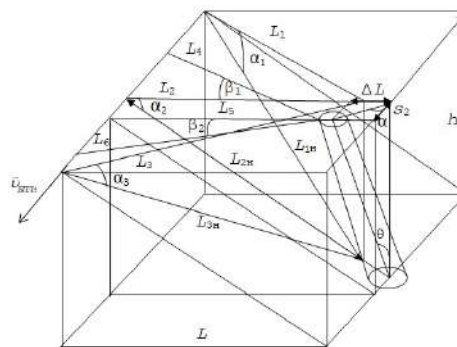


Рис. 2. Изображена опора с наклоном от путей и вдоль $\vec{v}_{\text{БПЛА}}$ скорости движения БПЛА. Обозначены расстояния, измеренные всеми шестью ЛСД

и меньше. Затем, измеряя высоту, вычисляется угол θ отклонения от вертикали.

3. Основные положения предлагаемого метода измерения. Предлагаемый способ измерений с помощью БПЛА назовем «методом минимальных расстояний». Измерения будут проводиться с помощью шести лазерных сканирующих дальномеров, расположенных попарно в трех вертикальных плоскостях, установленных на БПЛА. Такое количество ЛСД использовано для повышения точности измерения углов. В общем случае для измерений достаточно использовать два ЛСД, для конусной формы опоры с поперечным сечением в виде круга. Современные ЛСД с частотой более 8000 отсчетов в секунду могут измерять расстояния от БПЛА до конусной опоры, сохраняя их в памяти. БПЛА летит по прямой параллельной линии путей на высоте h и расстоянии L от опор (рис. 2).

Контроль траектории БПЛА осуществляется с помощью внешних и внутренних инерциальных навигационных систем отсчета. При пролете БПЛА измерения производит первая пара верхнего и нижнего ЛСД, лежащая в одной вертикальной плоскости, расположенной под углом β_1 к плоскости перпендикулярной линии путей. Далее при движении БПЛА напротив опоры делает измерения вторая пара ЛСД, лежащая в перпендикулярной плоскости. Наконец, при удалении от опоры делает измерение третья пара ЛСД, лежащая в вертикальной плоскости, расположенной под углом β_2 . Предполагается известная марка опоры КС, а следовательно, ее характеристики: конусность, высота, глубина подземной части. Тогда по известному расстоянию от вершины опоры можно определить радиусы сечения на любом уровне. На БПЛА установлена также цифровая видеочкамера с высоким разрешением, позволяющая оператору осуществлять визуальный контроль за процессом измерений и внешним видом опоры.

Три верхних ЛСД измеряют многократно расстояния (рис. 2) в горизонтальной плоскости до верхнего сечения опоры. В приборах среди измеренных расстояний запрограммированно выбираются три минимальных L_4, L_5, L_6 до одной и той же точки O_2 на верхнем сечении опоры (рис. 3). Три нижних ЛСД лежат в плоскости, ориентированной под углом α_2 вниз к горизонту, и измеряют расстояния до поверхности в нижней части опоры. Отрезки $L_{1н}, L_{2н}, L_{3н}$ определяются как минимальные расстояния до одной той же точки в нижней части

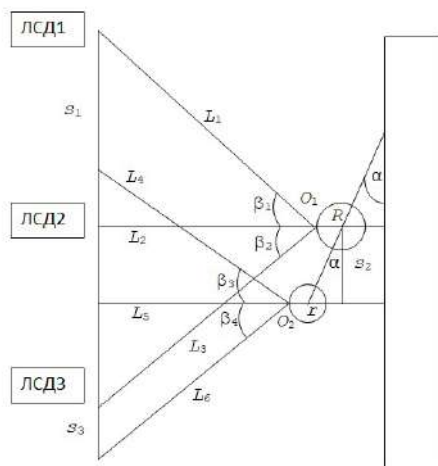


Рис. 3. Вид сверху на пространственное положение измеряемых расстояний

образующей сечения опоры. Отрезок L_5 , измеряемый верхним ЛСД, лежит в горизонтальной плоскости и перпендикулярен к железнодорожному пути. Два остальных верхних ЛСД также выбирают среди измеренных минимальные расстояния L_4 , L_6 , лежащие в горизонтальной плоскости и направленные под углами β_1 , β_2 соответственно к отрезку L_5 .

Углы α_1 , β_1 , β_2 были взяты равными 45 градусам. Технические характеристики современных ЛСД позволяют измерять эти расстояния с шагом 1 мм вдоль траектории движения БПЛА. В результате измерений получаем в виде множества точек две практически непрерывные образующие линии верхнего и нижнего сечений опоры. Эти данные можно записывать на флэш-память, либо передавать по каналу связи для обработки информации. Заметим, что на рис. 2 показана пространственная картина измеренных всеми ЛСД минимальных расстояний в последовательные моменты времени. Напомним, что радиус сечения можно вычислить на любой заданной высоте по известным техническим характеристикам опоры. Это позволяет определить положения центров верхнего и нижнего горизонтальных с радиусами r и R соответственно сечений. Далее, как показано на рис. 2, можно определить азимутальный угол α наклона по отношению к направлению ж/д рельсам и крен θ в вертикальной плоскости.

На рис. 3 $s_1 = v_{\text{БПЛА}} t_1$, $s_2 = v_{\text{БПЛА}} t_2$, $s_3 = v_{\text{БПЛА}} t_3$ — это расстояния, которые пролетает БПЛА по прямой от начального положения в пространстве в момент измерения расстояния до точки O_1 на поверхности нижнего сечения до второго положения в пространстве в момент измерения расстояния до точки O_2 на поверхности опоры верхнего сечения тремя парами ЛСД. L_1 , L_2 , L_3 — проекции на горизонтальную плоскость минимальных расстояний $L_{1н}$, $L_{2н}$, $L_{3н}$, измеренных в БПЛА нижними ЛСД (рис. 2). Заметим, что нижнее сечение опоры радиусом R получается пересечением ее горизонтальной плоскостью. Очевидно, что расстояния связаны геометрически следующим образом: $L_1 = L_{1н} \cos \alpha_1$, $L_2 = L_{2н} \cos \alpha_2$, $L_3 = L_{3н} \cos \alpha_3$ на рис. 3. L_4 , L_5 , L_6 — минимальные расстояния от трех верхних ЛСД до точки O_2 верхнего сечения опоры. Из рис. 3 видно, что смещение центра сечений в перпендикулярном направлении равно ΔL . Далее вычисляем $\langle L_2 \rangle$ как среднее значение проекций L_1 , L_2 , L_3 на перпен-

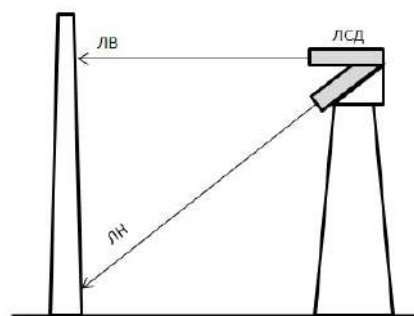


Рис. 4. Схема эксперимента при измерениях параметров расстояния до опоры КС при помощи ЛСД систем (вид сбоку), где ЛВ — луч верхнего лазера верхнего ЛСД, ЛН — луч нижнего лазера нижнего ЛСД, в момент измерения

дикуляр к пути. Теперь можем вычислить тангенс азимутального угла $\text{tg} \alpha = \Delta L / s_2$. Среднее расстояние s_2 , пройденное БПЛА от измерения напротив нижнего сечения до измерения напротив верхнего сечения. Зная моменты времени, когда производятся измерения и скорость $v_{\text{БПЛА}}$ полета БПЛА с учетом геометрических соотношений, получим s_2 . Расстояние L_5 , измеренное с помощью ЛСД2 до точки O_2 верхнего сечения геометрически, можно выразить через измерения боковых расстояний L_4 и L_6 с помощью ЛСД1 и ЛСД3. Зная L_5 и s_2 , получим тангенс угла $\text{tg} \theta = (\Delta L_2 + s_2^2)^{1/2} / h$.

4. Описание эксперимента. Описанный выше способ измерения наклона опоры был реализован в модельном эксперименте на уменьшенной копии опоры КС. Из хорошо отражающего белого картона был изготовлен макет опоры высотой 600 мм. Макет опирався нижней частью на полусферу и мог иметь различные углы крена до 25 градусов. Для оценки практической реализации данного метода было проведено 4 цикла экспериментальных измерений с различными углами наклона и ориентации макета опоры в пространстве: 1) [$\alpha = 0^\circ$ $\theta = 0^\circ$]; 2) [$\alpha = 0^\circ$ $\theta = 10^\circ$]; 3) [$\alpha = 45^\circ$ $\theta = 10^\circ$]; 4) [$\alpha = 90^\circ$ $\theta = 10^\circ$].

Для удобства измерений макет опоры помещался на стол. Азимутальный угол α отсчитывался от направления длинной стороны стола (имитация расположения вдоль ж/д путей и соответствует оси Y) и зенитный угол с вертикалью θ показаны на рис. 1. Работа БПЛА имитировалась ЛСД, закрепленным на штативе на высоте 550 мм от поверхности стола. Этот штатив помещался на другой длинный горизонтально расположенный стол и мог двигаться параллельно первому столу. ЛСД измеряло расстояния и углы наклона (с помощью встроенного в ЛСД цифрового двухосевого инклинометра) с горизонталью и вертикалью от плоскости YZ . Измерение углов поворота на рис. 3 $\beta_1 = \beta_2 = 45$ градусов вокруг вертикальной оси Z , отсчитывались по обычному транспорту. Общий вид и принцип снятия показаний при проведении эксперимента представлен на рис. 4 в плоскости XZ (вид сбоку) и в плоскости XY (вид сверху) (рис. 5). Отсчет значений углов показан на рис. 1 в соответствии с применяемой на ж/д схемой по контролю за опорами [1].

Полет БПЛА имитировался перемещением штатива по прямой с закрепленным на нем ЛСД, с ша-

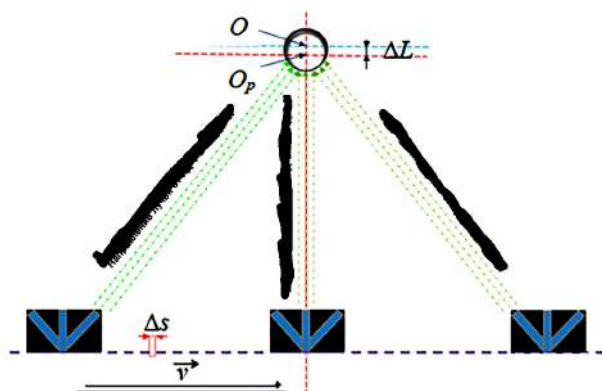


Рис. 5. Схема эксперимента при измерениях расстояний до опоры КС при помощи ЛСД [$\alpha = 90^\circ$, $\theta = 10^\circ$] (вид сверху), где Δs — интервал смещения ЛСД при повторном измерении расстояния, ΔL — интервал смещения центра сечений в перпендикулярном направлении, O — центральное положение вертикальной оси опоры (ось Z), O_p — реальное положение вертикальной оси опоры в момент измерения, v — скорость (направление) движения ЛСД

гом Δs , равным 10 мм (рис. 5). Прямая линия траектории ЛСД на штативе вдоль длинной стороны стола (т.е. имитация полета БПЛА параллельно ж/д пути вдоль оси Y) находится на расстоянии L от вертикальной оси (ось Z) макета опоры (рис. 2). Заметим, что расстояния L можно выразить через L_2 . Сначала измерялись расстояния до образующей верхнего сечения макета, а затем отсчитаны расстояния до нижней образующей. При проведении измерений мы определяли минимальные расстояния до поверхности опоры на уровне верхнего сечения для трех положений ЛСД в горизонтальной плоскости и под углами α_1 , α_2 , α_3 к этой же плоскости измерены тремя нижними ЛСД минимальные расстояния к нижнему сечению опоры. При проведении эксперимента были измерены и зафиксированы расстояния и углы, представленные ниже и в табл. 1. Соответствующие параметры $L_{1н} = 866$ (мм), $\alpha_1 = 35,3^\circ$, $\beta_1 = 45^\circ$, $L_{2н} = 707$ (мм), $\alpha_2 = 45^\circ$, $\beta_2 = 45^\circ$, $L_{3н} = 866$ (мм), $\alpha_3 = 35,3^\circ$. Радиусы горизонтальных сечений макета опоры в верхней части $r = 62$ (мм) на высоте 550 (мм) и нижней —

$R = 78$ (мм) на высоте 50 (мм). Для всех указанных ориентаций опор данные параметры постоянные.

При проведении реального эксперимента на железной дороге все необходимые параметры для расчетов и вычислений углов наклона θ опор КС по предложенному нами методу оператор БПЛА сможет использовать и задавать данные описанного в статье измерительного комплекса и встроенного в БПЛА навигационного оборудования (с заранее занесенной в его память электронной картой местности высокого качества требующегося участка ж/д пути при проведении текущих измерений).

Ниже, в табл. 1, приведены значения, ожидаемые теоретические (теор.) и практические (прк.) данные измерения, полученные в результате проведенного эксперимента, обнаруженные отклонения происходят в пределах ± 5 мм.

Выводы. В работе описан метод измерения угла отклонения θ опор КС системы электроснабжения ж/д транспорта. Метод основан на бесконтактных измерениях расстояний от ЛСД, расположенного на борту БПЛА, до опор КС.

По результатам проведенного анализа существующих и используемых на практике современных методов контроля опор КС можно сделать вывод, что они все более оценочные и статистические, основанные на начальном этапе контроля опоры на внимательности и визуальном восприятии степени угла наклона опоры θ оператором, то есть на человеческом факторе, который может объединять множество случайных и вероятностных ошибок, и это будет приводить к пропуску реальных нарушений, ошибочным положительным заключениям о допустимом угле наклона опоры или же к большой затрате рабочего времени на проведение второй стадии контроля и измерений (более трудоемкой, технически сложной и затратной по времени) с использованием существующих методов, в основе которых менее точное, маломобильное оборудование и ошибки (наличие человеческого фактора), то есть опоры с ложной дефектовкой на основе визуального восприятия угла наклона опоры θ оператором на начальном этапе контроля [1, 2, 15]. Поскольку выявление крена с превышением максимально допустимого угла отклонения опор, всего на 2–3 градуса, основано на человеческом факторе и чаще всего визуально слабо заметно, а выявляются чаще после возникновения на данном

Таблица 1

Значения параметров для расчета угла наклона опор КС

Параметры, мм		s_2	L_4	L_5	L_6	ΔL	$\angle \alpha$ (град.)	$\angle \theta$ (град.)
Опора 1 $\alpha = 0^\circ$ $\theta = 0^\circ$	теор.	0	731	517	731	0°	0°	0°
	прк.	5	726	523	719	0,7°	3,1°	0,7°
Опора 2 $\alpha = 0^\circ$ $\theta = 10^\circ$	теор.	88	731	517	731	10°	0°	10°
	прк.	82	726	509	734	9,3°	3,5°	9,3°
Опора 3 $\alpha = 45^\circ$ $\theta = 10^\circ$	теор.	62	643	454	643	10°	45°	10°
	прк.	58	649	448	647	9,2°	44,5°	9,2°
Опора 4 $\alpha = 90^\circ$ $\theta = 10^\circ$	теор.	0	606	429	606	10°	90°	10°
	прк.	4	604	427	611	9,6°	87,3°	9,6°

участке ж/д предаварийной или аварийной ситуации [1] или же случайного пропуска дефекта [2].

В предложенном, экспериментально промоделированном и описанном в данной работе методе, названном «методом минимальных расстояний», (объединили два предложения), все измерения расстояний до опоры выполняются многократно и в нескольких плоскостях, с высокой точностью и скоростью измерения этих параметров. Что также при качественной математической обработке и усреднении полученных многократно измерений значительно повышает точность расчетов и компенсирует случайные ошибки. Для повышения точности и информативности предложено использовать блок из шести ЛСД, выполняющих высокочастотный цикл измерений расстояний (от 8000 раз в секунду) при полете вблизи объекта исследования (порядка 1-й, 2-х высот объекта) и не выше его высоты.

И поскольку предполагается использовать в предложенном методе БПЛА, то можно утверждать, что метод будет не только более мобильным, более точным и более быстрым [10–12]. Для проведения контроля опор (на мосту или в болотистой местности) находиться рядом с опорой (для использования приборов контроля прямого взаимодействия с опорой) не всегда допустимо, а также находить множество надежных, устойчивых площадок на земле для расположения существующего оборудования оптического контроля (теодолитов и др.) для проведения многократных измерений в нескольких плоскостях (т.е. с разных точек на земле) не всегда возможно. Для получения оператором, использующим традиционное оборудование, такого же количества данных измерений и такого же уровня их точности, которое выполняется предложенной в работе методом при одном пролёте вдоль линии ж/д пути с помощью измерительного комплекса, установленного на БПЛА. Это сравнение показывает, что предложенный в работе метод дает возможность оперативно и точно контролировать угол наклона опоры КС системы электроснабжения железнодорожного транспорта.

В результате проведенной работы получены выражения и проведена экспериментальная проверка четырех вариантов отклонения железобетонной опоры КС относительно ж/д пути с требуемой точностью для данного вида измерений.

Библиографический список

1. Галкин А. Г., Ковалев А. А. Совершенствование обслуживания контактной сети с учетом процесса разрегулировок опор // Наука и транспорт. Модернизация железнодорожного транспорта. 2009. С. 40–43.
2. Аксенов Н. А., Ковалев А. А. Разработка прибора по контролю установочных параметров опоры контактной сети // Инновационный транспорт. 2017. № 4 (26). С. 49–53. DOI: 10.20291/2311-164X-2017-4-49-53. EDN: ZXJQJH.
3. Ковалев А. А. Формирование управляющих воздействий на контактной сети с учетом процесса разрегулировок опор: моногр. Екатеринбург: Изд-во УрГУПС, 2013. 74 с.
4. Ковалев А. А., Маслов А. М., Аксенов Н. А. Применение мобильных средств диагностики опор контактной сети // Транспорт Урала. 2018. № 2 (57). С. 77–79. DOI: 10.20291/1815-9400-2018-2-77-79. EDN: XUFAYN.
5. Правила устройства и технической эксплуатации контактной сети электрифицированных железных дорог (ЦЭ-868). Введ. 11–12–2001. Москва: ТРАНСИЗДАТ, 2002. 184 с.

6. Aslan M. F., Durdu A., Sabanci K. [et al.]. A Comprehensive Survey of the Recent Studies with UAV for Precision Agriculture in Open Fields and Greenhouses // Applied Sciences. 2022. Vol. 12 (3). P. 1047. DOI: 10.3390/app12031047.

7. Aliyari M., Ashrafi B., Ayele Y. Z. Hazards identification and risk assessment for UAV-assisted bridge inspections // Structure and Infrastructure Engineering. 2022. Vol. 18, Issue 3. P. 412–428. DOI: 10.1080/15732479.2020.1858878.

8. Вильнер В. Г., Ларюшин В. Г., Рябокуль А. С. Оптико-электронные высотомеры-скоростемеры на основе полупроводниковых лазеров для БПЛА // Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. 2015. № 5–6. С. 127–133. EDN: UIOYVR.

9. Fisher Ch. E., Sidharthadev J. Sidharthadev Mukherjee, Lott W. A. Geographic survey system for vertical take-off and landing (VTOL) unmanned aerial vehicles (UAVs). US patent 11216015B2; filed December 26, 2019; published January 4th, 2022.

10. Tang Z., Peng Y., Li J. [et al.]. UAV 3D Modeling and Application Based on Railroad Bridge Inspection // Buildings. 2024. Vol. 14 (1), Issue 26. P. 1–13. DOI: 10.3390/buildings14010026.

11. Wu T. W., Yu J. Y., Chen R. P. [et al.]. Research Progress of UAV Inclined Photogrammetry Technology and Its Engineering Applications // Journal of Human University (Natural Sciences). 2018. Vol. 45. P. 167–172. DOI: 10.16339/j.cnki.hdxzbk.2018.50.030.

12. Chen Y., Zhu Z., Lin Z. [et al.]. Building Surface Crack Detection Using Deep Learning Technology // Buildings. 2023. Vol. 13 (7). P. 1814. DOI: 10.3390/buildings13071814.

13. Zaidi M. A., Tariq F. Revolutionizing power line inspection: automated data acquisition through autonomous UAVs in simulated environment // South Florida Journal of Development. 2023. Vol. 4, № 3. P. 1199–1215. DOI: 10.46932/sfjdv4n3-014.

14. Azeem I., Zaidi M. A. Zero-Shot Learning-Based Detection of Electric Insulators in the Wild // Machine Learning, Optimization, and Data Science. Springer, 2021. P. 213–225. DOI: 10.1007/978-3-030-95470-3_16.

15. Шеховцов Г. А. Контроль пространственного положения и формы высоких сооружений башенного типа: моногр. / Нижний Новгород: Изд-во ННГАСУ, 2018. 214 с. ISBN 978-5-528-00265-1.

16. Коломоец В. С. Современные способы наблюдений за отклонением сооружений башенного типа от вертикали // Молодежь и системная модернизация страны: сб. науч. ст. 6-й Междунар. науч. конф. студентов и молодых ученых. Курск, 20–21 мая 2021 г. В 3 т. Курск: Изд-во ЮЗГУ, 2021. Т. 3. С. 73–77. EDN: FSTKSD.

ШНЫПТЕВ Иван Алексеевич, аспирант кафедры «Теоретическая электротехника» Омского государственного университета путей сообщения (ОмГУПС), г. Омск.

ORCID: 0000-0002-1672-114X

Адрес для переписки: shnivan@rambler.ru

КУРМАНОВ Рамиль Султангареевич, кандидат физико-математических наук, доцент (Россия), доцент кафедры «Физика и химия» ОмГУПС, г. Омск.

AuthorID (РИНЦ): 362133

AuthorID (SCOPUS): 8453108100

Адрес для переписки: kurmanovrs@mail.ru

СОСНОВСКИЙ Юрий Михайлович, кандидат физико-математических наук, доцент (Россия), заведующий кафедрой «Физика и химия» ОмГУПС, г. Омск.

AuthorID (РИНЦ): 25109

AuthorID (SCOPUS): 57205080091

ORCID: 0000-0001-6909-4859

ResearcherID: AAP-2510-2021

Адрес для переписки: SosnovskiyUM@omgups.ru
КУЗНЕЦОВ Андрей Альбертович, доктор технических наук, профессор (Россия), заведующий кафедрой «Теоретическая электротехника» ОмГУПС, г. Омск.
SPIN-код: 5259-0531
AuthorID (РИНЦ): 358976
ORCID: 0000-0002-1815-4679
AuthorID (SCOPUS): 56824984500
Адрес для переписки: kuznetsovaa.omgups@gmail.com

Для цитирования

Шныптев И. А., Курманов Р. С., Сосновский Ю. М., Кузнецов А. А. Разработка метода определения угла наклона опор контактной сети железнодорожного транспорта // Омский научный вестник. 2024. № 3 (191). С. 157 – 164. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-157-164.

Статья поступила в редакцию 06.02.2024 г.
© И. А. Шныптев, Р. С. Курманов,
Ю. М. Сосновский, А. А. Кузнецов

DEVELOPMENT METHOD OF DETERMINING ANGLE OF THE RAILWAY CONTACT NETWORK SUPPORT INCLINATION

This paper discusses a new method for measuring and calculating the angle of inclination of a railway support or a contact network support, using an unmanned aerial vehicle flying along a straight path, parallel to the railway track. A review of existing measurement methods is carried out, their advantages and disadvantages are indicated. In the method under consideration, it is proposed to measure angles and distances with six laser scanning rangefinders installed in threes on horizontal and inclined planes on an unmanned aerial vehicle. This allows you to increase the speed and accuracy of determining the angle of inclination of vertical supports. The calculations use the minimum distances from the laser scanning range finder to the top and bottom of the support surface. The formulas use geometric relationships and the cosine theorem to calculate the roll of supports taking into account their taper. Measuring distances and angles three times allows for averaging over them, which significantly increases the accuracy of calculations. A model experiment is carried out on a model of a reinforced concrete contact network support in four orientations. A comparison is made between theoretically calculated and experimentally measured distances and inclination angles. The accuracy of parameter determination complies with regulatory requirements.

Keywords: overhead contact line support, tilt angle, diagnostics, laser scanning rangefinder, unmanned aerial vehicle, video camera, minimum distance method, railway transport safety.

References

1. Galkin A. G., Kovalev A. A. Sovershenstvovaniye obsluzhivaniya kontaktnoy seti s uchetom protsessa razregulirovok opor [Improvement of maintenance of the contact network taking into account the process of adjustment of supports] // *Nauka i transport. Modernizatsiya zheleznodorozhnogo transporta. Science and Transportation. Modernization of Railway Transport*. 2009. P. 40–43. (In Russ.).
2. Aksenov N. A., Kovalev A. A. Razrabotka pribora po kontrolyu ustanovochnykh parametrov opory kontaktnoy seti [Device development under the control of attitudinal parameters of a support of a contact network] // *Innovatsionnyy transport. «Innotrans» Journal*. 2017. No. 4 (26). P. 49–53. DOI: 10.20291/2311-164X-2017-4-49-53. EDN: ZXJQJH. (In Russ.).
3. Kovalev A. A. Formirovaniye upravlyayushchikh vozdeystviy na kontaktnoy seti s uchetom protsessa razregulirovok opor [Application of mobile means of diagnostics of overhead catenary supports]. Ekaterinburg, 2013. 74 p. (In Russ.).
4. Kovalev A. A., Maslov A. M., Aksenov N. A. Primeneniye mobil'nykh sredstv diagnostiki opor kontaktnoy seti [The use of mobile devices for catenary supports diagnostics] // *Transport Urala. Transport of the Urals*. 2018. No. 2 (57). P. 77–79. DOI: 10.20291/1815-9400-2018-2-77-79. EDN: XUFVAVN. (In Russ.).
5. Pravila ustroystva i tekhnicheskoy ekspluatatsii kontaktnoy seti elektrifitsirovannykh zheleznnykh dorog (TsE-868) [Electrified railways contact network design and technical operation rules (CE-868)]. Moscow, 2002. 184 p. (In Russ.).
6. Aslan M. F., Durdu A., Sabanci K. [et al.]. A Comprehensive Survey of the Recent Studies with UAV for Precision Agriculture in Open Fields and Greenhouses // *Applied Sciences*. 2022. Vol. 12 (3). P. 1047. DOI: 10.3390/app12031047. (In Engl.).
7. Aliyari M., Ashrafi B., Ayele Y. Z. Hazards identification and risk assessment for UAV-assisted bridge inspections // *Structure and Infrastructure Engineering*. 2022. Vol. 18, Issue 3. P. 412–428. DOI: 10.1080/15732479.2020.1858878. (In Engl.).
8. Vilner V. G., Laryushin V. G., Ryabokul A. S. Optiko-elektronnyye vysotomery-skorostemery na osnove poluprovodnikovyykh lazerov dlya BPLA [Optoelectronic speed measuring altimeters based on semiconductor lasers for UAV] // *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Problemy Energetiki. Power Engineering: Research, Equipment, Technology*. 2015. No. 5–6. P. 127–133. EDN: UIOYVR. (In Russ.).
9. Fisher Ch. E., Sidharthadev J. Sidharthadev Mukherjee, Lott W. A. Geographic survey system for vertical take-off and landing (VTOL) unmanned aerial vehicles (UAVs). US patent 11216015B2; filed December 26, 2019; published January 4th, 2022. (In Engl.).
10. Tang Z., Peng Y., Li J. [et al.]. UAV 3D Modeling and Application Based on Railroad Bridge Inspection // *Buildings*. 2024. Vol. 14 (1), Issue 26. P. 1–13. DOI: 10.3390/buildings14010026. (In Engl.).

11. Wu T. W., Yu J. Y., Chen R. P. [et al.]. Research Progress of UAV Inclined Photogrammetry Technology and Its Engineering Applications // *Journal of Hunan University (Natural Sciences)*. 2018. Vol. 45. P. 167–172. DOI: 10.16339/j.cnki.hdxzbzkb.2018.S0.030. (In Engl.).

12. Chen Y., Zhu Z., Lin Z. [et al.]. Building Surface Crack Detection Using Deep Learning Technology // *Buildings*. 2023. Vol. 13 (7). P. 1814. DOI: 10.3390/buildings13071814. (In Engl.).

13. Zaidi M. A., Tariq F. Revolutionizing power line inspection: automated data acquisition through autonomous UAVs in simulated environment // *South Florida Journal of Development*. 2023. Vol. 4, no. 3. P. 1199–1215. DOI: 10.46932/sfjdv4n3-014. (In Engl.).

14. Azeem I., Zaidi M. A. Zero-Shot Learning-Based Detection of Electric Insulators in the Wild // *Machine Learning, Optimization, and Data Science*. Springer, 2021. P. 213–225. DOI: 10.1007/978-3-030-95470-3_16. (In Engl.).

15. Shekhovtsov G. A. Kontrol' prostranstvennogo polozheniya i formy vysokikh sooruzheniy bashennogo tipa [Control of spatial position and shape of tall tower-type structures]. Nizhny Novgorod, 2018. 214 p. ISBN 978-5-528-00265-1. (In Russ.).

16. Kolomojets V. S. Sovremennyye sposoby nablyudeniya za otkloneniym sooruzheniy bashennogo tipa ot vertikali [Modern methods of observing the deviation of tower-type structures from the vertical] // *Molodezh' i sistemnaya modernizatsiya strany. Youth and Systemic Modernization of the Country*. In 3 vols. Kursk, 2021. Vol. 3. P. 73–77. EDN: FSTKSD. (In Russ.).

SHNYPTEV Ivan Alekseevich, Graduate Student of Theoretical Electrical Engineering Department, Omsk State Transport University (OSTU), Omsk.

ORCID: 0000-0002-1672-114X

Correspondence address: shnivan@rambler.ru

KURMANOV Ramil Sultangareevich, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of Physics and Chemistry Department, OSTU, Omsk.

AuthorID (RSCI): 362133

AuthorID (SCOPUS): 8453108100

Correspondence address: kurmanovrs@mail.ru

SOSNOVSKY Yuri Mikhailovich, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Head of Physics and Chemistry Department, OSTU, Omsk.

AuthorID (RSCI): 25109

AuthorID (SCOPUS): 57205080091

ORCID: 0000-0001-6909-4859

ResearcherID: AAP-2510-2021

Correspondence address: SosnovskiyUM@omgups.ru

KUZNETSOV Andrei Albertovich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Theoretical Electrical Engineering Department, OSTU, Omsk.

SPIN-code: 5259-0531

AuthorID (RSCI): 358976

ORCID: 0000-0002-1815-4679

AuthorID (SCOPUS): 56824984500

Correspondence address: kuznetsovaa.omgups@gmail.com

For citations

Shnyptev I. A., Kurmanov R. S., Sosnovsky Y. M., Kuznetsov A. A. Development method of determining angle of the railway contact network support inclination // *Omsk Scientific Bulletin*. 2024. No. 3 (191). P. 157–164. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-157-164.

Received February 06, 2024.

© I. A. Shnyptev, R. S. Kurmanov,

Yu. M. Sosnovsky, A. A. Kuznetsov

ОМСКИЙ НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК

включен в **Перечень** рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук

Адрес редакции и издателя: 644050, Омская обл., г. Омск, пр. Мира, 11,
Омский государственный технический университет, корпус 6, каб. 424;
тел. (3812) 65-32-08; e-mail: onv@omgtu.ru

Адрес типографии: 644050, Омская обл., г. Омск, пр. Мира, 11,
Омский государственный технический университет, корпус 6, каб. 333;
тел. (3812) 65-32-08.

Цена свободная